

## A.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sea A una matriz de tamaño  $3 \times 4$  tal que sus dos primeras filas son  $(1,1,1,1)$  y  $(1,2,3,4)$ , y sin ningún cero en la tercera fila. En cada uno de los apartados siguientes, se pide poner un ejemplo de matriz A que verifique la condición pedida, justificándolo apropiadamente:

- (0.5 puntos) La tercera fila de A es combinación lineal de las dos primeras.
- (0.5 puntos) Las tres filas de A son linealmente independientes.
- (0.5 puntos) A es la matriz ampliada de un sistema compatible determinado.
- (0.5 puntos) A es la matriz ampliada de un sistema compatible indeterminado.
- (0.5 puntos) A es la matriz ampliada de un sistema incompatible.

## A.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dada la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-1} & \text{si } x < 1; x \neq -1 \\ \frac{x^2+1}{4x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- (0.5 puntos) Calcular  $f(0)$  y  $(f \circ f)(0)$ .
- (1.25 puntos) Estudiar la continuidad y derivabilidad de  $f(x)$  en  $x = 1$  y determinar si en dicho punto existe un extremo relativo.
- (0.75 puntos) Estudiar sus asíntotas.

## A.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dados el punto  $P(3, 3, 0)$  y  $r \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{0}$ , se pide:

- (0.75 puntos) Escribir la ecuación del plano que contiene al punto P y a la recta r.
- (1 punto) Calcular el punto simétrico de P respecto de r.
- (0.75 puntos) Hallar dos puntos A y B de r tales que el triángulo ABP sea rectángulo, tenga a área  $\frac{3}{\sqrt{2}}$  ángulo recto en A.

## A.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Se tienen tres urnas A, B y C. La urna A contiene 4 bolas rojas y 2 negras, la urna B contiene 3 bolas de cada color y la urna C contiene 6 bolas negras. Se elige una urna al azar y se extraen de ella dos bolas de manera consecutiva y sin reemplazamiento. Se pide:

- (1 punto) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída sea roja.
- (1 punto) Calcular la probabilidad de que la primera bola extraída sea roja y la segunda sea negra.
- (0.5 puntos) Sabiendo que la primera bola extraída es roja, calcular la probabilidad de que la segunda sea negra.

## B.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide:

- (1 punto) Calcular, si es posible, la inversa de la matriz A.
- (0.5 puntos) Calcular la matriz  $C = A^2 - 2I$ .
- (1 punto) Calcular el determinante de la matriz  $D = ABB^t$  (donde  $B^t$  denota la matriz traspuesta de B).

## B.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

La potencia generada por una pila viene dada por la expresión  $P(t) = 25te^{-t^2/4}$ , donde  $t > 0$  es el tiempo de funcionamiento.

- (0.5 puntos) Calcular hacia que valor tiende la potencia generada por la pila si se deja en funcionamiento indefinidamente.
- (0.75 puntos) Determinar la potencia máxima que genera la pila y el instante en el que se alcanza.
- (1.25 puntos) La energía total generada por la pila hasta el instante  $t$ ,  $E(t)$ , se relaciona con la potencia mediante  $E'(t) = P(t)$ , con  $E(0) = 0$ . Calcular la energía producida por la pila entre el instante  $t = 0$  y el instante  $t = 2$ .

## B.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Del paralelogramo ABCD, se conocen los vértices consecutivos A (1,0,-1), B(2,1,0) y C(4,3,-2). Se pide:

- (1 punto) Calcular una ecuación de la recta que pasa por el punto medio del segmento AC y es perpendicular a los segmentos AC y BC.
- (1 punto) Hallar las coordenadas del vértice D y el área del paralelogramo resultante.
- (0.5 puntos) Calcular el coseno del ángulo que forman los vectores AB y AC.

## B.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

En un experimento aleatorio hay dos sucesos independientes  $x, y$ . Sabemos que  $P(x) = 0.4$  y que  $P(x \cap \bar{y}) = 0,08$  (donde  $\bar{y}$  es el suceso complementario de  $y$ ). Se pide:

- (1 punto) Calcular  $P(y)$ .
- (0.5 puntos) Calcular  $P(x \cup y)$ .
- (1 punto) Si  $x$  es un resultado no deseado, de manera que consideramos que el experimento es un éxito cuando NO sucede  $x$ , y repetimos el experimento en 8 ocasiones, hallar la probabilidad de haber tenido éxito al menos 2 veces.

A.1.

$$A = \text{Matriz } 3 \times 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ a & b & c & d \end{pmatrix}; a, b, c, d \neq 0$$

a) Tercera fila es combinación lineal de dos primeras

$$I_3 = F_1 + F_2 = (1,1,1,1) + (1,2,3,4) = (2,3,4,5)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

b) Las tres filas son linealmente independientes

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & c \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & c \end{vmatrix} = 2c + 3 + 1 - 2 - 3 \cdot c = c - 1 \neq 0; c \neq 1$$

Le damos a c cualquier valor distinto de 1  $\rightarrow c = 2$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

c) A es la matriz ampliada de un SCD

La matriz del apartado anterior cumple que  $|A_1| \neq 0 \rightarrow \text{ran } A_1 = \text{ran } A = 3$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

d) A es la matriz ampliada de un SCI

$$|A_1| = 0 \text{ y } \text{ran}(A) = 2 \rightarrow F_3 \text{ es combinación lineal de } F_1 \text{ y } F_2$$

La matriz del apartado a) es SCI:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

e) A es la matriz ampliada de un SI

Hay que cambiar el último valor de la fila:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

A.2.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-1} & \text{si } x < 1; x \neq -1 \\ \frac{x^2+1}{4x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

a)  $f(0) = \frac{0-1}{0^2-1} = 1; f(0) = 1$

$$(f(0)f)(0) = f(f(0)) = f(1) = \frac{1^2+1}{4 \cdot 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

b) Estudiar continuidad y derivabilidad de  $f(x)$  en  $x = 1$  y determinar si existe un extremo relativo

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+1}{4x} = \frac{1}{2}$$

$$f(1) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = \frac{1}{2} \rightarrow f(x) \text{ es continua en } x = 1$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1^{(x^2-1)} - (x-1) \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2-1-2x^2+2x}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2-1-2x^2+2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-x^2+2x-1}{(x+1)^2(x-1)^2} = \\ = \frac{-(x-1)^2}{(x+1)^2(x-1)^2} = \frac{-1}{(x+1)^2} \\ \frac{2x \cdot 4x - (x^2+1) \cdot 4}{(4x)^2} = \frac{8x^2-4x^2-4}{16x^2} = \frac{4x^2-4}{16x^2} = \frac{x^2-1}{4x^2} \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-1}{(x+1)^2} & \text{si } x < 1, x \neq -1 \\ \frac{x^2-1}{4x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$f'(1^-) = \frac{-1}{2^2} = -\frac{1}{4}; f'(1^+) = \frac{1^2-1}{1} = 0 \rightarrow f'(1^-) \neq f'(1^+) \rightarrow f(x) \text{ no es derivable en } x = 1$$

- $f'(x)$  es siempre negativo para  $x < 1$
- En  $x = 1, f'(x) = 0$
- Si  $x > 1, f'(x) > 0$

Hay un mínimo relativo en  $x=1 \rightarrow (1, \frac{1}{2})$

c) Estudiar asíntotas

Verticales  $\rightarrow x=-1$

- $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{0^-} = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

$$\rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$$

Horizontales  $\rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{x^2-1} = 0$  asíntota H en  $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{4x} = +\infty \rightarrow \text{oblicuas}$$

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{4x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{4x^2} = \frac{1}{4}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 + 1}{4x} - \frac{1}{4}x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1 - x^2}{4x} = 0$$

$$\text{Asíntota oblicua : } y = \frac{x}{4} + 0$$

$$\text{Asíntotas: } \begin{cases} \text{Vertical en } x = -1 \\ \text{Horizontal cuando } x \rightarrow -\infty \text{ en } y = 0 \\ \text{Oblicuas cuando } x \rightarrow +\infty \text{ en } y = \frac{x}{4} \end{cases}$$

A.3.

$$P(3,3,0) \text{ y } r \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{0}$$

a) Ec. Del plano que contiene a P y r

$$\begin{cases} \vec{U}_r = (-1, 1, 0) \\ P_r = (2, 0, -1); \vec{P}_r\vec{P} = (1, 3, 1) \\ P(3, 3, 0) \end{cases}$$

$$\pi = \begin{vmatrix} x-3 & y-3 & z \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = (x-3) - (y-3) \cdot (-1) + z \cdot (-4) = x-3 + y-3 - 4z = x + y - 4z - 6 = 0$$

b) Punto simétrico de P respecto de r

$$\text{Plano } \pi^2 \perp r \text{ y centrado en } P \rightarrow \vec{n} = (-1, 1, 0); P(3, 3, 0)$$

$$\pi = -x + y + D = 0$$

Punto del corte P' entre  $\pi^3$  y r

$$r \equiv \begin{cases} x = 2\pi - \lambda \\ y = \lambda \\ z = -1 \end{cases}; \pi^3 \equiv -x + y = 0 \rightarrow -(2 - \lambda) + \lambda = 0; 2\lambda - 2 = 0; \lambda = 1 \rightarrow P'(1, 1, -1)$$

P'' es el simétrico de P respecto de r

P' es el punto medio entre P y P''

$$P' = \frac{P + P''}{2} \rightarrow P'' = 2P' - P = 2(1, 1, -1) - (3, 3, 0) = (2, 2, -2) - (3, 3, 0)$$

$$P'' = (-1, -1, -2)$$

c) Hallar dos puntos A y B de r tales que ABP sea un triángulo rectángulo, tenga área  $\frac{3}{\sqrt{2}}$  y el ángulo recto en A.

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = -1 \end{cases}; A = (2 - \lambda, \lambda, -1); B = (2 - \mu, \mu, -1); P(3,3,0)$$

$$\overrightarrow{AB} = (2 - \mu - (2 - \lambda), \mu - \lambda, 0) = (\lambda - \mu, \mu - \lambda, 0); \overrightarrow{AP} = (1 + \lambda, 3 - \lambda, 1)$$

$$\overrightarrow{AP} = (1 + \lambda, 3 - \lambda, 1)$$

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AP} \rightarrow (\lambda - \mu, \mu - \lambda, 0) \cdot (1 + \lambda, 3 - \lambda, 1) = (\lambda - \mu)(1 + \lambda) + (\mu - \lambda)(3 - \lambda) = 0; 2\lambda = 2; \lambda = 1$$

$$\rightarrow A = (1, 1, -1)$$

$$- \overrightarrow{AB} = (1 - \mu)(1, -1, 0)$$

$$- \text{Área} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AP}| = \frac{1}{2} \left| (1 - \mu) \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |(1 - \mu)(-1, -1, 4)| =$$

$$= \frac{1}{2} |1 - \mu| \sqrt{1 + 1 + 16} = \frac{1}{2} |1 - \mu| \cdot \sqrt{18} = \frac{3}{\sqrt{2}} \rightarrow |1 - \mu| = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{18}} - 1 \rightarrow |1 - \mu| = 1$$

- $1 - \mu = 1 \rightarrow \mu = 0 \rightarrow B(2, 0, -1)$  con  $A(1, 1, -1)$
- $1 - \mu = -1 \rightarrow \mu = 2 \rightarrow B(0, 2, -1)$  con  $A(1, 1, -1)$

**A.4.**

- Una A: 4 bolas rojas y 2 negras
- Urna B: 3 bolas de cada color
- Urna C: 6 bolas negras

→ Se extraen 2 bolas de manera consecutiva y sin desplazamiento

$$a) P(1^{\text{a}} \text{ roja}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{2}{9} + \frac{1}{6} = \frac{4+3}{18} = \frac{7}{18} = 0,384$$

$$b) P(1^{\text{a}} \text{ roja} \cap 2^{\text{a}} \text{ negra}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot 0 \cdot 1 = \frac{4}{45} + \frac{3}{30} = \frac{8+9}{90} = \frac{17}{90} = 0,189$$

c) Sabiendo que la primera es roja, probabilidad de la 2ª negra:

$$P(2^{\text{a}} N | 1^{\text{a}} R) = \frac{P(2^{\text{a}} N \cap 1^{\text{a}} R)}{P(1^{\text{a}} R)} = \frac{\frac{17}{90}}{\frac{7}{18}} = \frac{17 \cdot 18}{90 \cdot 7} = \frac{306}{630} = \frac{17}{35} = 0,486$$

**B.1.**

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcula  $A^{-1}$  si es posible

-  $A^{-1} \exists$  si  $|A| \neq 0$

$$|A| = 1 \neq 0 \rightarrow \exists A^{-1}$$

$$\text{Adj } A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}; \text{Adj } A^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & 4 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{Adj } A^t \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & 4 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

b)  $C = A^2 - 2I$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C = A^2 - 2I = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

c) Calcular  $\det(D) = \det(ABB^t)$

$$A \cdot B \cdot B^t = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 2 \\ 13 & 5 & -3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|ABB^t| = 0 = |D|$$

**B.2.**

$$P(t) = 25te^{-t^2/4}; t > 0$$

a) Valor al que tiende la potencia si se deja en funcionamiento indefinidamente.

$$- \lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} 25te^{t^2/4} = 0 \cdot \infty \rightarrow \text{Ind.}$$

$$- \lim_{t \rightarrow +\infty} (25t \cdot e^{-t^2/4}) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25t}{e^{t^2/4}} = \frac{\infty}{\infty} \rightarrow \text{Ind.}$$

$$- \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25t}{e^{t^2/4}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25}{\frac{2t}{4} \cdot e^{t^2/4}} = 0$$

b) Potencia máxima e intenta en el que se alcanza

$$\frac{dP(t)}{dt} = 25e^{-t^2/4} - 25t \cdot e^{-t^2/4} = 25e^{-t^2/4} \left( 1 - \frac{t^2}{2} \right) = 0$$

$$1 - \frac{t^2}{2} = 0; 2 = t^2; t = \pm\sqrt{2}$$

$$P(\sqrt{2}) = 25 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{-2/4} = \frac{25 \cdot \sqrt{2}}{e^{1/2}} = 25 \cdot \sqrt{M_{AC} \frac{2}{e}} \text{ ud. de potencia}$$

Máximo es  $(\sqrt{2}, 25\sqrt{\frac{2}{e}})$

c)  $E'(t) = P(t)$  con  $E(0) = 0$

¿Energía entre  $t=0$  y  $t=2$ ?

$\int_0^2 E'(t) dt$  nos da la energía

$$\int 25te^{-t^2/4} dt = -25 \cdot 2e^{-t^2/4} + C = -50e^{-t^2/4} + C$$

Como  $E(0) = 0 \rightarrow -50e^0 + C = 0 \rightarrow C = 50 \rightarrow E(t) = -50e^{-t^2/4} + 50$

En (0,2)

$$\int_0^2 P(t) dt = \left(-50e^{-\frac{t^2}{4}} + 50\right) \Big|_0^2 = -50e^{-1} + 50 = 50(1 - e^{-1}) \approx 31,61u^2$$

### B.3.

Paralelogramo ABCD dónde  $A(1,0,-1)$ ;  $B(2,1,0)$  y  $C(4,3,-2)$ .

a) Ec. De la recta que pasa por el punto medio del segmento AC y es perpendicular a AC y BC.

El punto medio de AC es  $M_{AC} \left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right)$  dónde  $M_{AC} = \frac{A+C}{2}$

$$\vec{AC} = (3,3,-1) \text{ y } \vec{BC} = (2,2,-2)$$

El vector director de la recta es  $d\vec{r} = \vec{AC} \times \vec{BC} = (-4,4,0) + (-1,1,0)$

$$\text{Ec. De la recta: } r \equiv \begin{cases} x = \frac{5}{2} - \lambda \\ y = \frac{3}{2} + \lambda \\ z = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

b) El punto D es el punto simétrico de  $B(2,1,0)$  con respecto al punto medio de AC  $M_{AC} \left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\right)$

Despejando  $\rightarrow \frac{x+2}{2} = \frac{5}{2}; \frac{y+1}{2} = \frac{3}{2}; \frac{z+0}{2} = \frac{-3}{2} \rightarrow D(3,2,-3)$

$$\text{Área} = |\vec{AB} \times \vec{AD}| = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}u^2$$

$$\text{c) } \cos \alpha = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{5}{\sqrt{57}}$$

### B.4.



$P(x) = 0,4; P(x \cap \bar{y}) = 0,08 \rightarrow x$  e  $y$  independientes

a) Calcula  $P(y)$

$$P(x) \cdot P(y) = P(x \cap \bar{y}) = P(x) - P(x \cap y) = P(x) - P(x)P(y) = 0,4 \cdot (1 - P(y))$$
$$\rightarrow 1 - P(y) = 0,2 \rightarrow P(y) = 0,8$$

b) ¿ $P(x \cup y)$ ?

$$P(x \cup y) = P(x) + P(y) - P(x \cap y) = P(x) + P(y) - P(x) \cdot P(y) =$$
$$= 0,8 + 0,4 - 0,32 = 0,88$$

c) Éxito cuando NO SUCEDE  $x$  repetimos 8 veces, ¿probabilidad de haber obtenido éxito al menos 2 veces?

Binomial con  $m=8$

$$p = P(\bar{x}) = 1 - p(x) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$p(32) = 1 - P(x < 2) = 1 - (P(x = 0) + P(x = 1)) = 1 - \binom{8}{0} \cdot 0,6^0 \cdot 0,4^8 - \binom{8}{1} \cdot 0,6^1 \cdot 0,4^7 = 0,9915$$

