RESUMEN CONCEPTOS TEÓRICOS

1) $\mathbf{0 \leq P(A) \leq 1}$. Por tanto, si calculando una probabilidad obtenemos un valor negativo o mayor que 1 hemos cometido algún error.
2) $\mathbf{P(E) = 1}$. $\mathbf{P(\varnothing) = 0}$.
3) $\mathbf{P(A^c) = 1 - P(A)}$.
4) $\mathbf{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$.

En el caso particular de que los sucesos sean ***incompatibles***, es decir, que $A \cap B = \varnothing$ $\Rightarrow$ $P(A \cap B) = 0$ (según la propiedad 2). Por tanto, esta fórmula se transforma en:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

5) $\mathbf{P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)}$

Regla de Laplace:

$$P(A) = \frac{Casos\ favorables\ a\ A}{Casos\ posibles}$$

Probabilidad Condicionada:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Probabilidad total:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \ldots + P(A_n) \cdot P(B/A_n)$$

Teorema de Bayes:

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B/A_i)}{P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \ldots + P(A_n) \cdot P(B/A_n)}$$

Media y desviación de una distribución binomial:

Media: $\mu = E[X] = n \cdot p$
Varianza: $\sigma^2 = V[X] = n \cdot p \cdot (1 - p) = n \cdot p \cdot q$
Desviación típica: $\sigma = \sqrt{npq}$

Probabilidad utilizando la función de distribución:

$P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

$P(X \geq a) = P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F(a)$

Tipificación:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \rightarrow P[X \leq x] = P\left[\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right] = P\left[Z \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right]$$

Aproximación de una distribución binomial a una normal:

$X \sim B\,(n,p) donde \begin{cases} n > 30 \\ np > 4 \\ nq > 4 \end{cases}$ donde $\mathbf{X} \sim \mathbf{N}\,(\mathbf{np}, \sqrt{\mathbf{npq}})$

Media muestral:

$\bar{X} = \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Proporción muestral:

$$\mu = np; \quad \sigma = \sqrt{npq} \qquad \hat{p} = \frac{x}{n}$$

Distribución de una proporción muestral:

$$\mathrm{N}\left(\mathrm{p}, \sqrt{\frac{\mathrm{pq}}{\mathrm{n}}}\right)$$

Intervalo de Confianza para una media con desviación típica conocida y media desconocida

$p(-z_{\frac{\alpha}{2}} < z < z_{\frac{\alpha}{2}})$ $\mathrm{z} = \frac{\bar{\mathrm{x}} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{\mathrm{n}}}} \rightarrow \mathrm{N}(0,1)$

$$p\left(z < -z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{\alpha}{2} \quad y \; p\left(z > z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{\alpha}{2}$$

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Cuando **σ es desconocida**

$$\boldsymbol{\mu \in \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Intervalo de confianza para una población no normal, con σ desconocida

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

Intervalo de confianza para la proporción p de una población

μ = p; $\sigma = \sqrt{\frac{pq}{n}}$ n >30 y $\hat{p}$ = estimación proporcional de p

$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right)$ donde $\hat{p} = \frac{p}{n}$ y $\hat{p} + \hat{q} = 1$

Error de estimación E = $|\bar{x} - \mu|$ → ser E = $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Tamaño de la muestra

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 \cdot \sigma^2}{E^2}$$

EJERCICICOS

1.- Se extrae al azar una bola de una urna que contiene 6 bolas rojas, 4 blancas y 5 azules. Calcule la probabilidad de que sea roja o blanca.

a) 0'66 b) 0'33 c) 0'99

2.- En una ciudad se publican tres periódicos A, B y C. El 30% de la población lee A, el 20% lee B y el 15% lee C; el 12% lee A y B, el 9% lee A y C, y el 6% B y C; finalmente, el 3% lee A, B y C. Se pide el porcentaje que lee B o C, pero no A.

a) 10% b) 11% c/ 12%

3.- Una empresa que tiene dos fábricas ha implantado un sistema de calidad en una fábrica que le aporta el 70% de las piezas con un 2% de defectuosas. La otra fábrica no tiene aún implantado el sistema de calidad, y las piezas aportadas son defectuosas en un 5%. Se escoge aleatoriamente una pieza y se encuentra que es defectuosa. Calcular la probabilidad de que el suministrador sea la fábrica con el sistema de calidad implantado.

a) 0'4827 b) 0'5827 c) 0'6827

4.- Una planta industrial tiene tres máquinas. La máquina A produce 200 piezas al día con un 4% de defectuosas, la máquina B produce 300 con 5% de defectuosas, y la C fabrica 400 con un 2% de defectuosas. Al final del día, una pieza es tomada al azar.
Si es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la máquina B?

a) 0'4852 b) 0'5842 c) 0'2584

5.- Suponiendo que la probabilidad de que un niño que nace sea varón es 0'51, cuál es la probabilidad de que una familia de 6 hijos tenga por lo menos, un niño.

a) 0'9862 b) 0'8962 c) 0'99

6.- Una fábrica de bicicletas produce únicamente bicicletas rojas o azules y vende aproximadamente la misma cantidad de cada color. Calcule la probabilidad de que entre las 200 últimas bicicletas vendidas, más del 40% sean rojas

a) 1 b) 0'5 c) 0'233

7.- Una máquina produce varillas metálicas. Las longitudes siguen una normal con μ = 19’8 cm y σ = 5 mm. La normativa exige que la longitud de las varillas se sitúe entre 19’5 y 20’5 cm. ¿Qué porcentaje de las varillas satisface la normativa?

a) 0’64 b) 0’54 c) 0’44

8.- En un laboratorio se obtuvieron 6 estimaciones de pH de una solución con los siguientes resultados:

7’91 7’94 7’90 7’93 7’89 7’91

Se supone que la población de todas las determinaciones de pH de la solución tiene una distribución normal de media desconocida y desviación típica 0’02.

1) El intervalo de confianza al 98% para la media de todas las determinaciones del pH es:

a) (7’991; 7’995) b) (7’891; 7’929) c) (7’801; 7’921)

2) Con el mismo nivel de confianza anterior. ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que la amplitud del intervalo de confianza sea a lo sumo 0’01?

a) 20 b) 21 c) 22

9.- Una muestra aleatoria de tamaño 225 llevada a cabo entre los corredores de un maratón sigue una distribución normal, el tiempo medio resultante ha sido de 215 minutos, con una desviación típica de 50. CEl intervalo de confianza del 95% para el tiempo de todos los corredores es:

a) (208’5; 221’42) b) (210’01; 220’30) c) (207’90; 219’17)

10.- Se realiza una encuesta entre los estudiantes para conocer el grado de satisfacción con los recortes educativos. Se encuesta a 500 estudiantes y el resultado es contrario a los recortes eb 405 casos. Establecer un intervalo de confianza para la proporción de estudiantes contrarios a los recortes con un nivel de significación del 5%.

a) (0’87; 0’94) b) (0’67; 0’94) c) (0’77; 0’84)