	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO Curso **2022-23** **MATERIA: FÍSICA**	**MODELO Orientativo**

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

TIEMPO: 90 minutos.

Pregunta A.1.- Un satélite de 400 kg de masa orbita alrededor de la Tierra describiendo una órbita circular a una altura de 15000 km. Calcule:

a) La energía que hubo que transmitirle para ponerlo en órbita desde la superficie de la Tierra y su periodo.

b) La energía mínima que hay que suministrarle para que escape de la atracción gravitatoria terrestre desde su órbita actual.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra*, $M_T = 5{,}97\cdot10^{24}$ kg; *Radio de la Tierra*, $R_T = 6{,}37\cdot10^{6}$ m.

Pregunta A.2.- Una onda transversal se propaga en el sentido negativo del eje x con una velocidad de 2 m s^{-1}. En el instante inicial y en el origen (x = 0), la elongación es nula y la velocidad de oscilación es $-40\,\pi$ cm s^{-1}. Sabiendo que la separación entre dos puntos que oscilan en fase es de 50 cm, determine:

a) La amplitud y la frecuencia de la onda.

b) La expresión matemática de la onda.

Pregunta A.3.- Una corteza esférica hueca de radio 3 cm y centrada en el origen de coordenadas está cargada con una densidad superficial homogénea de carga σ = 2 μC m^{-2}.

a) Calcule el campo eléctrico en los puntos (0,01, 0,01, 0) m y (2, 3, 0) m.

b) Obtenga el trabajo realizado por el campo eléctrico para trasladar una partícula de carga 1 nC desde el punto (0, 2, 0) m al punto (3, 0, 0) m.

Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot10^{9}$ N m^2 C^{-2}.

Pregunta A.4.- A una distancia de 15 cm a la izquierda de una lente se sitúa un objeto, cuya imagen se forma 30 cm a la derecha de la lente.

a) Calcule la distancia focal de la lente y el aumento lateral de la imagen.

b) Una segunda lente, de distancia focal 12 cm, se coloca a la derecha de la primera. La imagen final formada por el sistema es, con respecto al objeto original, derecha y de tamaño triple. Determine la distancia entre la primera lente y la imagen final, y elabore el trazado de rayos correspondiente.

Pregunta A.5.- Un positrón en reposo se acelera en un acelerador lineal a través de una diferencia de potencial de 3 MV.

a) Obtenga la energía cinética y la energía relativista que alcanza el positrón.

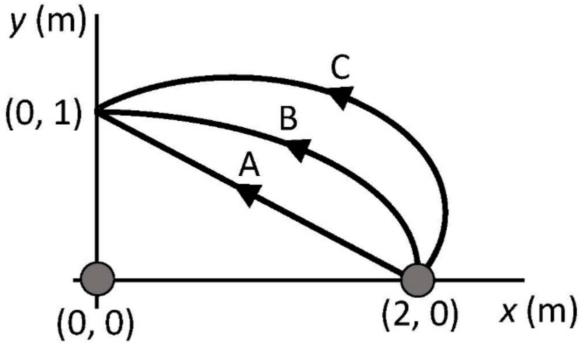
b) Calcule la masa relativista del positrón y su velocidad tras la etapa de aceleración.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}; *Carga del positrón*, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; *Masa en reposo del positrón*, $m_{e+} = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

Pregunta B.1.- Dos masas m_1 = 10 kg y m_2 = 15 kg se encuentran situadas en los puntos (0, 0) m y (2, 0) m respectivamente, del plano *xy*.

a) Calcule la fuerza gravitatoria debida a las masas m_1 y m_2 que experimentará una masa de 5 kg situada en el punto (2, 1) m.

b) Halle el trabajo que realiza el campo gravitatorio creado por la masa m_1 cuando la masa m_2 se desplaza del punto (2, 0) m al punto (0, 1) m a través de los tres caminos representados en la figura, asumiendo que la masa de 5 kg del apartado anterior no está presente.



Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

Pregunta B.2.- Un foco sonoro puntual emite ondas esféricas de forma que a una distancia desconocida *x*, el nivel de intensidad es de 60 dB. Sabiendo que el nivel de intensidad a una distancia *x* + 10 m del foco es de 47,96 dB, halle:

a) La distancia *x*.

b) La potencia con la que emite el foco.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Pregunta B.3.- Por un hilo rectilíneo infinito situado sobre el eje *x* circula una corriente de 3 A según el sentido positivo de dicho eje. Una segunda corriente paralela a la primera, y del mismo sentido, pasa por el punto (0, -2, 0) m.

a) Obtenga el valor de la intensidad de la segunda corriente sabiendo que el campo magnético generado por ambas es nulo en el punto (0, –0,5, 0) m.

b) Calcule la fuerza que experimentará un electrón cuando pase por el punto (0, 2, 0) m con una velocidad $\vec{v} = 5\cdot10^6\ \vec{i}$ m s^{-1}. ¿Qué velocidad, no nula, debería llevar el electrón para que la fuerza que experimentase al pasar por ese mismo punto fuese nula?

Datos: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ T m A^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$* C.

Pregunta B.4.- Sean dos medios A y B de índices de refracción n_A y n_B, respectivamente. Un rayo de luz de frecuencia $f = 2{,}94\cdot10^{14}$ Hz, que incide desde el medio A hacia el medio B, se refleja totalmente en la superficie de separación para un ángulo de incidencia igual o superior a 49,88º. Por otro lado, las velocidades de propagación del haz en los medios A y B, v_A y v_B, respectivamente, verifican la relación $v_A + v_B = 4{,}07\cdot10^8$ m s^{-1}. Determine:

a) Los índices de refracción n_A y n_B.

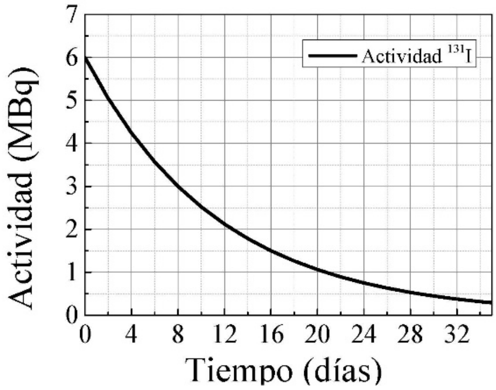
b) Las longitudes de onda del rayo incidente en los medios A y B.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^8$ m s^{-1}.

Pregunta B.5.- En la figura se presenta la evolución temporal de la actividad de una muestra que contiene Yodo-131 (^{131}I).

a) Halle el tiempo de semidesintegración del isótopo de ^{131}I y su constante de desintegración radiactiva.

b) Calcule el número de núcleos iniciales del isótopo y la masa de ^{131}I que quedará en la muestra al cabo de 60 días.



Datos: Masa atómica del ^{131}I, $M_{131\text{-}I} = 131$ u*; Número de Avogadro, $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$* mol^{-1}.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

FÍSICA

* Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
* Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
* En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
* Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
* Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.
* En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

SOLUCIONES

(Documento de trabajo Orientativo)

Pregunta A.1.- Un satélite de 400 kg de masa orbita alrededor de la Tierra describiendo una órbita circular a una altura de 15000 km. Calcule:

a) La energía que hubo que transmitirle para ponerlo en órbita desde la superficie de la Tierra y su periodo.

b) La energía mínima que hay que suministrarle para que escape de la atracción gravitatoria terrestre desde su órbita actual.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67\cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra*, $M_T = 5,97\cdot 10^{24}$ kg; *Radio de la Tierra*, $R_T = 6,37\cdot 10^6$ m.

Solución:

a) La energía que hay que transmitirle es la diferencia de energías entre la superficie de la Tierra y la energía que tiene en la órbita.

La energía en la superficie de la Tierra es únicamente energía potencial

$$E_0 = -\frac{GM_T m}{R_T} = -6,67\cdot 10^{-11}\frac{5,97\cdot 10^{24}400}{6,37\cdot 10^6} = -2,5\cdot 10^{10}\ \text{J}$$

La energía en la órbita será la suma de la energía cinética y de la potencial. Para calcular la velocidad del satélite en la órbita aplicamos la 2ª Ley de Newton que utilizaremos posteriormente para calcular el periodo. Una vez calculadas las energías sumaremos ambas expresiones.

$$F_n = m\frac{v^2}{r_{orb}} = \frac{GM_T m}{r^2{}_{orb}} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM_T}{r_{orb}}} = 4316,66\ \text{m s}^{-1}$$

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_T m}{r_{orb}} = \frac{1}{2}m\frac{GM_T}{r_{orb}} - \frac{GM_T m}{r_{orb}} = -\frac{1}{2}\frac{GM_T m}{r_{orb}} =$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{6,67\cdot 10^{-11}5,97\cdot 10^{24}400}{21,37\cdot 10^6} = -3,73\cdot 10^9\ \text{J}$$

Una vez obtenidas ambas energías, calculamos la diferencia entre ambas para calcular la energía que se le ha tenido que suministrar.

$$\Delta E = E_f - E_0 = -3,73\cdot 10^9 - (-2,5\cdot 10^{10}) = 2,127\cdot 10^{10}\ \text{J}$$

Con la velocidad orbital calculada anteriormente podemos obtener el periodo

$$T = \frac{2\pi r_{orb}}{v} = 31105,45\ \text{s} = 3,11\cdot 10^4\ \text{s}$$

b) Para que el satélite escape de la órbita debemos suministrarle la energía necesaria para que llegue al "infinito" con velocidad nula, es decir para que su energía mecánica sea nula, por lo tanto, habrá que suministrarle tanta energía como tiene en la órbita cambiada de signo.

$$E = 3,73\cdot 10^9\ \text{J}$$

Pregunta A.2.- Una onda transversal se propaga en el sentido negativo del eje x con una velocidad de 2 m s^{-1}. En el instante inicial y en el origen (x = 0), la elongación es nula y la velocidad de oscilación es de – 40 π cm s^{-1}. Sabiendo que la separación entre dos puntos que oscilan en fase es de 50 cm, determine:

a) La amplitud y la frecuencia de la onda.

b) La expresión matemática de la onda.

Solución:

a) Para hallar la frecuencia de la onda, hallaremos en primer lugar la longitud de onda, que la podemos deducir sabiendo que la distancia entre dos puntos que oscilan en fase es de 50 cm. Ésta será pues la longitud de onda.

Utilizando la relación entre velocidad de propagación, longitud de onda y frecuencia, obtenemos:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{2 \text{ m s}^{-1}}{0,50 \text{ m}} = 4 \text{ s}^{-1}$$

La expresión general de la onda será:

$$y(x,t) = A \operatorname{sen}(\omega t + kx + \phi)$$

Y la expresión de la velocidad es:

$$v(x,t) = A\omega \cos(\omega t + kx + \phi)$$

Utilizando los datos iniciales, tenemos:

$$y(0,0) = A \operatorname{sen}(\phi) = 0$$
$$v(0,0) = A\,\omega \cos\phi = -40\pi \text{ cm s}^{-1}$$

De la primera ecuación podemos deducir que la fase ϕ es 0 ó π, ya que el seno es nulo.

De la segunda ecuación, al ser el módulo de la velocidad máximo y tener signo negativo, deducimos que la fase debe ser π.

Como ya tenemos la frecuencia angular, podemos hallar la amplitud,

$$A\,2\pi f = 40\pi \text{ cm s}^{-1} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{40\pi}{8\pi} = 5 \text{ cm}$$

b) La expresión general de la onda es:

$$y(x,t) = A \operatorname{sen}(\omega t + kx + \phi)$$

Únicamente nos queda hallar el número de onda, k,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 4\pi \text{ rad m}^{-1}$$

De manera que nos queda:

$$y(x,t) = 5 \text{ cm} \operatorname{sen}(8\pi t + 4\pi x + \pi)$$

donde y está en cm, x está en m y t en s.

Pregunta A.3.- Una corteza esférica hueca de radio 3 cm y centrada en el origen de coordenadas está cargada con una densidad superficial homogénea de carga σ = 2 μC m^{-2}.

a) Calcule el campo eléctrico en los puntos (0,01, 0,01, 0) m y (2, 3, 0) m.

b) Obtenga el trabajo realizado por el campo eléctrico para trasladar una partícula de carga 1 nC desde el punto (0, 2, 0) m al punto (3, 0, 0) m.

Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9{\cdot}10^9$ N m^2 C^{-2}.

Solución:

a) Para calcular el campo eléctrico aplicaremos el Teorema de Gauss para cada uno de los puntos.

$$\oint\!\!\oint_S \vec{E}{\cdot}d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

<u>Punto (0,01, 0,01, 0) m</u>

En este caso,

$$\oint\!\!\oint_S \vec{E}{\cdot}d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E\,4\pi r^2 = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = 0 \quad \Rightarrow \quad E = 0$$

ya que la carga interior es 0 y por lo tanto el campo eléctrico es nulo.

<u>Punto (2, 3, 0) m</u>

Ahora, la carga interior es la carga total acumulada en la esfera y aplicando el teorema de Gauss obtenemos:

$$\oint\!\!\oint_S \vec{E}{\cdot}d\vec{S} = E\,4\pi r^2 = \frac{4\pi(0,03)^2\sigma}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{(0,03)^2\sigma}{r^2\varepsilon_0} = \frac{(0,03)^2\cdot 2\cdot 10^{-6}}{(2^2+3^2)\,\varepsilon_0}$$

Para obtener el valor de ε_0 debemos utilizar la relación que hay entre la constante de la Ley de Coulomb y el propio ε_0.

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{\cdot}10^9 \quad \rightarrow \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi 9{\cdot}10^9} = 8,84{\cdot}10^{-12}\ \text{C}^2\ \text{N}^{-1}\ \text{m}^{-2}$$

$$E = \frac{(0,03)^2 2{\cdot}10^{-6}}{13\cdot 8,84{\cdot}10^{-12}} = 15,66\ \text{N C}^{-1}$$

Una vez conocido el módulo del campo eléctrico deducimos sus componentes cartesianas, ya que el campo eléctrico estará dirigido según un vector unitario en la dirección y sentido del vector $(2\,\vec{i} + 3\,\vec{j})$ m:

$$\vec{E} = 15,66\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\vec{i} + \frac{3}{\sqrt{13}}\vec{j}\right)\text{N C}^{-1}$$

b) Para calcular el trabajo realizado por el campo, se puede asumir que debido a la simetría esférica, la distribución esférica de carga se puede tomar como equivalente a una carga puntual situada en el centro de la superficie esférica y, por tanto, el trabajo equivale al producto de la carga total por la variación de potencial entre los puntos (0, 2, 0) m y (3, 0, 0) m.

$$W = -q\Delta V = -1{\cdot}10^{-9}\left(V_f - V_0\right) = -1{\cdot}10^{-9}\left(K\frac{q_{\text{int}}}{r_f} - K\frac{q_{\text{int}}}{r_0}\right) =$$

$$= -1{\cdot}10^{-9}\,9{\cdot}10^9\,4\pi(0,03)^2\sigma\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) = 3,39{\cdot}10^{-8}\ \text{J}$$

Pregunta A.4.- A una distancia de 15 cm a la izquierda de una lente se sitúa un objeto, cuya imagen se forma 30 cm a la derecha de la lente.

a) Calcule la distancia focal de la lente y el aumento lateral de la imagen.

b) Una segunda lente, de distancia focal 12 cm, se coloca a la derecha de la primera. La imagen final formada por el sistema es, con respecto al objeto original, derecha y de tamaño triple. Determine la distancia entre la primera lente y la imagen final, y elabore el trazado de rayos correspondiente.

Solución:

a) Utilizando la ecuación de las lentes, tenemos:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \quad \rightarrow \quad f' = \frac{s\,s'}{s - s'} = \frac{-15 \cdot 30}{-30 - 15} = 10 \text{ cm}$$

El aumento lateral viene dado por el cociente:

$$M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{30}{-15} = -2$$

b) Refirámonos con (1) a la primera lente, y con (2) a la añadida en este apartado. Puesto que la imagen final debe ser derecha y de tamaño triple, con relación al objeto original, se tiene, considerando el aumento obtenido en el apartado a):

$$M = M_1 M_2 = 3 \quad \rightarrow \quad M_2 = \frac{3}{M_1} = -\frac{3}{2}$$

La relación entre la distancia s_2', de la imagen final a la lente (2), y la distancia s_2 a su objeto es, a partir del aumento lateral anterior:

$$M_2 = \frac{s_2'}{s_2} = -\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad s_2 = -\frac{2}{3} s_2'$$

Trasladando este resultado a la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{f_2'} = \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = \frac{5}{2}\frac{1}{s_2'} \quad \rightarrow \quad s_2' = \frac{5}{2} f_2' = \frac{5}{2} 12 = 30 \text{ cm}$$

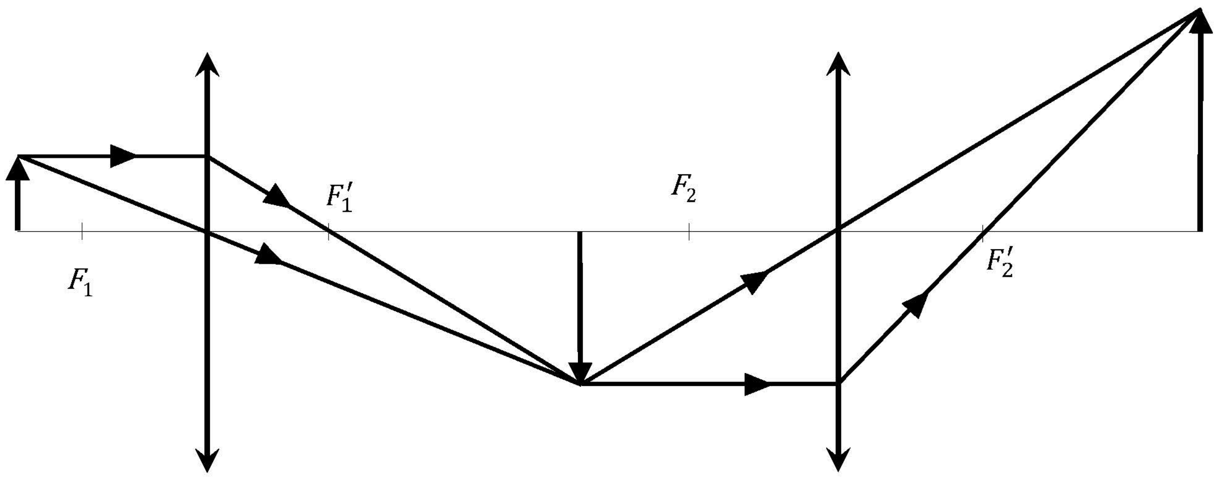
De la relación entre las distancias s_2 y s_2' obtenemos:

$$s_2 = -\frac{2}{3} 30 = -20 \text{ cm}$$

Finalmente, la distancia D entre la primera lente y la imagen final es:

$$D = s_1' + |s_2| + s_2' = 30 + 20 + 30 = 80 \text{ cm}$$

El trazado de rayos es el siguiente:



Pregunta A.5.- Un positrón en reposo se acelera en un acelerador lineal a través de una diferencia de potencial de 3 MV.

a) Obtenga la energía cinética y la energía relativista que alcanza el positrón.

b) Calcule la masa relativista del positrón y su velocidad tras la etapa de aceleración.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}*; Carga del positrón,* $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C*; Masa en reposo del positrón,* $m_{e+} = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

Solución:

a) La energía cinética que adquiere el positrón será la energía que le aporta la etapa de aceleración, y viene dada por:

$$E_c = 3\ \text{MeV} = qV = 4{,}8\cdot10^{-13}\ \text{J}$$

Por otro lado, la energía total de una partícula relativista viene dada por la ecuación:

$$E_{reposo} = m_0\,c^2 = 8{,}19\cdot10^{-14}\ \text{J}$$

$$E = m_0\,c^2 + E_c = 5{,}62\cdot10^{-13}\ \text{J}$$

b) De la ecuación de la energía total se puede calcular la masa relativista:

$$E = mc^2 = m_0\,c^2 + E_c$$

$$m = m_0 + \frac{E_c}{c^2} = 9{,}1\cdot10^{-31}\ \text{kg} + 5{,}33\cdot10^{-30}\ \text{kg} = 6{,}24\cdot10^{-30}\ \text{kg}$$

Teniendo en cuenta ahora la relación entre la masa relativista y su velocidad, puede calcularse el valor de ésta:

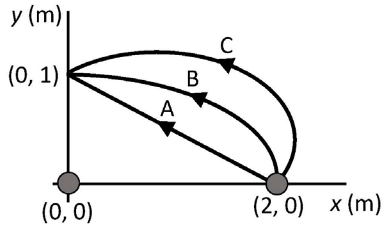
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \Rightarrow \quad m_0 = m\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$m_0^2 = m^2\left(1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \quad \Rightarrow \quad v = c\,\sqrt{1-\frac{m_0^2}{m^2}} = 0{,}9893\,c = 2{,}97\cdot10^{8}\ \text{m s}^{-1}$$

SOLUCIONES

(Documento de trabajo Orientativo)

Pregunta B.1.- Dos masas m_1 = 10 kg y m_2 = 15 kg se encuentran situadas en los puntos (0, 0) m y (2, 0) m respectivamente, del plano *xy*.



a) Calcule la fuerza gravitatoria debida a las masas m_1 y m_2 que experimentará una masa de 5 kg situada en el punto (2, 1) m.

b) Halle el trabajo que realiza el campo gravitatorio creado por la masa m_1 cuando la masa m_2 se desplaza del punto (2, 0) m al punto (0, 1) m a través de los tres caminos representados en la figura, asumiendo que la masa de 5 kg del apartado anterior no está presente.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

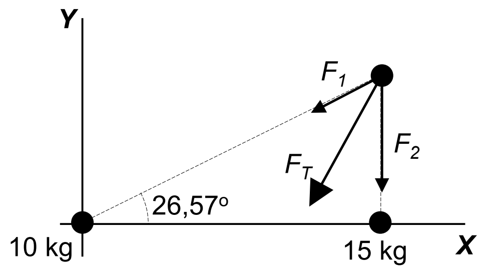
Solución:

a) Los módulos de las fuerzas F_1 y F_2 que ejercen las masas m_1 y m_2 respectivamente son:

$$\left|\vec{F}_1\right| = G\frac{m_1\cdot m_3}{d_{13}^2} = 6{,}67\cdot10^{-11}\frac{10\cdot5}{2^2+1^2} = 6{,}67\cdot10^{-10}\ \text{N}$$

$$\left|\vec{F}_2\right| = G\frac{m_2\cdot m_3}{d_{23}^2} = 6{,}67\cdot10^{-11}\frac{15\cdot5}{1^2} = 5{,}00\cdot10^{-9}\ \text{N}$$

y expresadas en sus componentes cartesianas



$$\vec{F}_1 = \left(-6{,}67\cdot10^{-10}\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{i} - 6{,}67\cdot10^{-10}\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{j}\right)\ \text{N}$$

$$\vec{F}_2 = -5{,}00\cdot10^{-9}\vec{j}\ \text{N}$$

La fuerza total será, por tanto

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \left(-5{,}97\cdot10^{-10}\ \vec{i} - 5{,}33\cdot10^{-9}\vec{j}\right)\text{N}$$

b) Dado que la fuerza gravitatoria es conservativa, el trabajo que realiza cuando una masa se desplaza de un punto a otro es independiente de su camino y su valor es el mismo para todas las trayectorias de la figura.

$$W_{(0,2)\to(1,0)} = -\Delta E_P = -\left(E_P^{(1,0)} - E_P^{(0,2)}\right) = -\left(-G\frac{m_1\cdot m_2}{1} + G\frac{m_1\cdot m_2}{2}\right) =$$

$$= G\frac{m_1\cdot m_2}{2} = 6{,}67\cdot10^{-11}\frac{10\cdot15}{2} = 5{,}00\cdot10^{-9}\ \text{J}$$

Pregunta B.2.- Un foco sonoro puntual emite ondas esféricas de forma que a una distancia desconocida *x*, el nivel de intensidad es de 60 dB. Sabiendo que el nivel de intensidad a una distancia *x* + 10 m del foco es de 47,96 dB, halle:

a) La distancia *x*.

b) La potencia con la que emite el foco.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Solución:

a) Para hallar la distancia *x*, vamos a hallar las intensidades a la distancia *x* y a la distancia *x* + 10 m.

La intensidad a la distancia *x*, I_x, será:

$$60 \text{ dB} = 10 \log \frac{I_x}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I_x = 10^{-6} \text{ W m}^{-2}$$

La intensidad a la distancia *x*+10 m, $I_{x+10\,\text{m}}$, será:

$$47,96 \text{ dB} = 10 \log \frac{I_{x+10\text{m}}}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I_{x+10\text{m}} = 6,25 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$$

Escribiendo las intensidades en función de la potencia del foco, obtenemos:

$$I_x = \frac{P}{4\pi x^2}$$

$$I_{x+10\text{m}} = \frac{P}{4\pi (x+10\text{ m})^2}$$

Dividiendo ambas expresiones, obtenemos:

$$\frac{I_x}{I_{x+10\,\text{m}}} = \frac{(x+10\text{ m})^2}{x^2} \quad \Rightarrow \quad 16 = \frac{(x+10\text{ m})^2}{x^2}$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, obtenemos dos soluciones:

$$15\,x^2 - 20\,x - 100 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -2 \text{ m} \quad \text{o} \quad \frac{10}{3} \text{ m}$$

Obviamente solo es válida la segunda, ya que no tiene sentido una distancia negativa al foco. Por lo tanto,

$$x = \frac{10}{3} \text{ m}$$

b) Una vez que conocemos la distancia *x*, podemos hallar la potencia del foco despejando de la expresión de la intensidad:

$$I_x = \frac{P}{4\pi x^2} \quad \Rightarrow \quad P = I_x \, 4\pi x^2 = 1,39 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

Pregunta B.3.- Por un hilo rectilíneo infinito situado sobre el eje *x* circula una corriente de 3 A según el sentido positivo de dicho eje. Una segunda corriente paralela a la primera, y del mismo sentido, pasa por el punto (0, –2, 0) m.

a) Obtenga el valor de la intensidad de la segunda corriente sabiendo que el campo magnético generado por ambas es nulo en el punto (0, –0,5, 0) m.

b) Calcule la fuerza que experimentará un electrón cuando pase por el punto (0, 2, 0) m con una velocidad $\vec{v} = 5\cdot 10^6\ \vec{i}\ \text{m s}^{-1}$. ¿Qué velocidad, no nula, debería llevar el electrón para que la fuerza que experimentase al pasar por ese mismo punto fuese nula?

Datos: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6\cdot 10^{-19}$* C.

Solución:

a) El punto (0, –0,5, 0) m está entre ambas corrientes, a 0,5 m del hilo situado en el eje *x* y a 1,5 m del segundo hilo, por lo que los campos magnéticos producidos por las corrientes tienen la misma dirección y sentidos contrarios, de manera que el campo total será:

$$\vec{B} = 0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1}{d_1}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_2}{d_2}(\vec{k}) \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{I_1 d_2}{d_1} = \frac{3\cdot 1,5}{0,5} = 9\ \text{A}$$

b) Para calcular la fuerza que nos piden lo primero calculamos el campo magnético total:

$$\vec{B}(0,2,0) = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\cdot 3}{2}\vec{k} + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\cdot 9}{4}\vec{k} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{30}{4}\vec{k} = 7,5\cdot 10^{-7}\ \vec{k}\ \text{T}$$

Una vez conocido el campo magnético aplicamos la Ley de Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} = q\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5\cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7,5\cdot 10^{-7} \end{vmatrix} = -1,6\cdot 10^{-19}\cdot 3,75\,(-\vec{j}) \ = \ 6\cdot 10^{-19}\ \vec{j}\ \text{N}$$

Finalmente, para que la fuerza que experimentase el electrón fuese nula debería llevar una velocidad cuya dirección fuese la del eje *z* (el sentido es indiferente).

Pregunta B.4.- Sean dos medios A y B de índices de refracción n_A y n_B, respectivamente. Si un rayo de luz de frecuencia f = $2{,}94\cdot10^{14}$ Hz incide desde el medio A hacia el medio B, éste se refleja totalmente en la superficie de separación para un ángulo de incidencia igual o superior a 49,88º. Por otro lado, las velocidades de propagación del haz en los medios A y B, v_A y v_B, respectivamente, verifican la relación $v_A + v_B = 4{,}07\cdot10^8$ m s^{-1}. Determine:

a) Los índices de refracción n_A y n_B.

b) Las longitudes de onda del rayo incidente en los medios A y B.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío, c = 3·10⁸ m s^{-1}.

Solución:

a) Por un lado, se cumple que:

$$v_A + v_B = 4{,}07\cdot10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Por otro lado sabemos el valor del ángulo límite para un rayo de luz que va del medio A al medio B, 49,88º, luego:

$$n_A \operatorname{sen}(49{,}88^\circ) = n_B \operatorname{sen}(90^\circ) = n_B \quad \Rightarrow \quad n_A = \frac{n_B}{\operatorname{sen}(49{,}88^\circ)}$$

La velocidad de un rayo de luz en un medio está relacionada con el índice de refracción mediante la expresión $v_i = \dfrac{c}{n_i}$. Luego podemos escribir:

$$\frac{c}{n_A} + \frac{c}{n_B} = 4{,}07\cdot10^8$$

Sustituyendo en la expresión anterior la relación que existe entre n_A y n_B se obtiene:

$$\frac{c \operatorname{sen}(49{,}88^\circ)}{n_B} + \frac{c}{n_B} = 4{,}07\cdot10^8 \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{n_B}\left(\operatorname{sen}(49{,}88^\circ)+1\right) = 4{,}07\cdot10^8 \Rightarrow$$

$$n_B = \frac{c}{4{,}07\cdot10^8}\left(\operatorname{sen}(49{,}88^\circ)+1\right)$$

Por consiguiente:

$$n_B = \frac{3{,}0\cdot10^8}{4{,}07\cdot10^8}\left(\operatorname{sen}(49{,}88^\circ)+1\right) = 1{,}30$$

Por otro lado:

$$n_A = \frac{n_B}{\operatorname{sen}(49{,}88^\circ)} = \frac{1{,}30}{\operatorname{sen}(49{,}88^\circ)} = 1{,}70$$

Por tanto, los índices de refracción son $\boxed{n_A = 1{,}70;\ n_B = 1{,}30}$

b) La frecuencia del rayo de luz es la misma en ambos medios. La velocidad del rayo en un cierto medio y la frecuencia están relacionadas, y podemos escribir:

$$v_A = \frac{c}{n_A} = \lambda_A f \quad \Rightarrow \quad \lambda_A = \frac{c}{f n_A}$$

Por consiguiente:

$$\lambda_A = \frac{c}{f\, n_A} = \frac{3{,}0\cdot10^8}{2{,}94\cdot10^{14}\cdot1{,}7} = 600{,}24\cdot10^{-9} \text{ m}$$

$$\lambda_B = \frac{c}{f\, n_B} = \frac{3{,}0\cdot10^8}{2{,}94\cdot10^{14}\cdot1{,}3} = 784{,}93\cdot10^{-9} \text{ m}$$

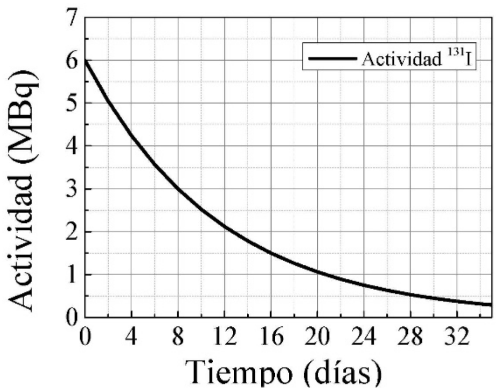
Luego las longitudes de onda de los rayos en ambos medios son: $\boxed{\lambda_A = 600{,}2 \text{ nm};\ \lambda_B = 784{,}9 \text{ nm}}$

Pregunta B.5.- En la figura se presenta la evolución temporal de la actividad de una muestra que contiene Yodo-131 (^{131}I).

a) Halle el tiempo de semidesintegración del isótopo de ^{131}I y su constante de desintegración radiactiva.

b) Calcule el número de núcleos iniciales del isótopo y la masa de ^{131}I que quedará en la muestra al cabo de 60 días.

Datos: Masa atómica del ^{131}I, $M_{131\text{-I}}$ = 131 u*; Número de Avogadro, $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$* mol^{-1}.



Solución:

a) Para obtener el tiempo de semidesintegración del isótopo se identifica en la gráfica el tiempo que transcurre para que su actividad decaiga a la mitad de su valor inicial (6 MBq → 3 MBq). Este tiempo según la gráfica es de 8 días. Por tanto:

$$T_{1/2} = 8 \text{ días} = 691200 \text{ s}$$

La constante de desintegración radiactiva se calcula ahora como:

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 1{,}00\cdot10^{-6} \text{ s}^{-1} = 8{,}66\cdot10^{-2} \text{ días}^{-1}$$

(la vida media es $\tau = \dfrac{T_{1/2}}{\ln 2} = 11{,}54 \text{ días} = 9{,}97\cdot10^{5} \text{ s}$)

b) El número de núcleos iniciales del isótopo se obtiene a partir de la actividad inicial de la muestra (A_0 = 6 MBq) y de su constante de desintegración:

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = 6{,}00\cdot10^{12} \text{ núcleos}$$

Para calcular la masa de ^{131}I que quedará en la muestra al cabo de 60 días, primero obtenemos el número de núcleos que quedan transcurrido ese tiempo:

$$N = N_0 e^{-t/\tau} = 3{,}38\cdot10^{10} \text{ núcleos}$$

La masa de ^{131}I se halla finalmente como:

$$m = \frac{M_{131-I} N}{N_A} = 7{,}35\cdot10^{-12} \text{ g}$$

Orientaciones Examen Física EvAU

Los contenidos de los seis repertorios de examen se ajustarán a los previstos en la legislación vigente recogida en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.