CUESTIONES

1.- Dada una matriz **A** cuadrada, se dice que es antisimétrica si se cumple:

a) Cualquier matriz cuadrada que no sea simétrica, es antisimétrica.

b) La matriz **A** es igual a su matriz traspuesta, $A = A^T$.

c) Ninguna de las anteriores.

2.- Una matriz **A** es diagonal si se cumple que:

a) Es cuadrada y los elementos no pertenecientes a la diagonal principal son todos iguales a 1.

b) Todos los elementos de la diagonal principal son 1.

c) Ninguna de las anteriores.

3.- Dadas dos matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, el resultado de hacer $2A^T - 3B$ es:

a) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$. b) No es posible realizar las operaciones solicitadas. c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -9 \end{pmatrix}$.

4.- Dada la siguiente inecuación $4x - 5 + 3x \leq x - 4 + 3x$. Los puntos $x = 1$ y $x = 2$ son:

a) Ambos valores son solución de la inecuación.

b) Ninguno de los valores es solución de la inecuación.

c) El valor $x = 1$ no es solución y el valor $x = 2$ es solución de la inecuación.

5. Dada la inecuación $2y + 3x - 5 \geq 1$. Un punto solución es:

a) $(0, 3)$. b) $(2, 0)$. c) Todos los anteriores.

6.- ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim_{x \to 4^+} \left(\frac{4}{x^2 - 16} \right)$?

a) $+\infty$. b) $-\infty$. c) El límite no existe.

7.- Para que $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} + 4, & si\ x < 4 \\ 4x - k, & si\ 4 \leq x \end{cases}$ sea continua el valor de k es igual a

a) 11. b) 15. c) Ninguna de las anteriores.

8.- Dadas las funciones $f(x) = 2e^{2x}$, y $g(x) = 3e^{3x}$, calcular $\left(f(x) \cdot g(x)\right)'$

a) $30e^{5x}$. b) $6e^{5x}$. c) No se puede calcular la derivada.

9.- La función $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$ tiene un máximo en el punto:

a) $x=0$. b) $x=-6$. c) No tiene máximos en esos puntos.

10.- Hallar $\int \left(3e^x + \left(\frac{1}{x}\right) \right) dx$

a) $3e^x + ln(x) + C$. b) $3e^x + x^2 + C$. c) No es posible calcular la integral.

11.- Si **A** y **B** son sucesos de un espacio de probabilidad, se verifica

a) $P(A/B) = P(B)P(B/A)/P(A)$.

b) $\mathrm{P(A \cap B) = P(A) + P(B)}$ si **A** y **B** son independientes.

c) $\mathrm{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$ si **A** y **B** son independientes.

12.- De una urna con cuatro bolas blancas y dos negras se extraen al azar, sucesivamente y sin reemplazamiento dos bolas. La probabilidad de que las dos bolas extraídas sean negras es

a) **2/5**. b) **1/15**. c) **2/6**.

13.- Se ha estudiado el número de usuarios de tres plataformas de contenidos digitales cuyos valores vienen resumidos en la siguiente tabla en función de su edad:

	Netvision	Hbsion	Moviplus	Total
Menos de 30 años	320	310	125	755
Más de 30 años	410	245	180	835
Total	730	555	305	1590

La probabilidad de que, elegido un usuario al azar entre los menores de 30 años, sea usuario de Hbsion es:

a) **0,4106**. b) **0,5586**. c) **0,2934**.

14.- Si el peso medio de los chicos de 14 años de una ciudad está entre 51 y 54 kg. Podemos afirmar que el error máximo cometido al estimar el peso medio de los estudiantes es

a) **E = 1,5**. b) **E = 3**. c) **E = 2,5**.

15.- En una distribución, $\mathbf{N(\mu,\sigma)}$ el intervalo característico correspondiente a una probabilidad $\mathbf{p=1-\alpha}$ es $\left(\boldsymbol{\mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma, \mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}\right)$ por tanto, para el **95%** el intervalo vendrá dado por:

a) $(\boldsymbol{\mu - 0,05 \cdot \sigma, \mu + 0,05 \cdot \sigma})$.

b) $(\boldsymbol{\mu - 0,95 \cdot \sigma, \mu + 0,95 \cdot \sigma})$.

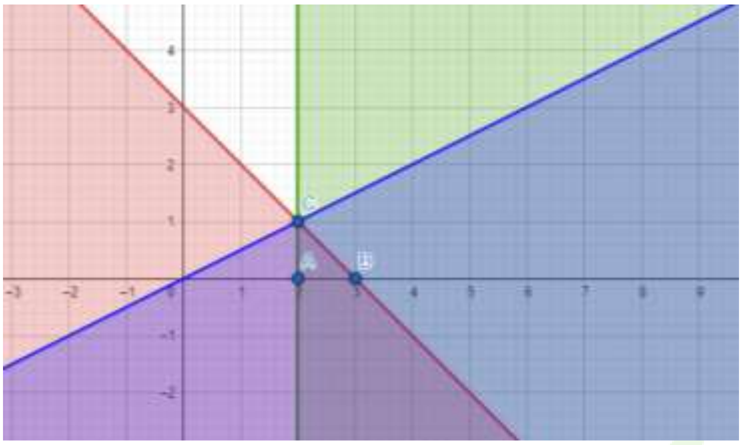
c) $(\boldsymbol{\mu - 1,96 \cdot \sigma, \mu + 1,96 \cdot \sigma})$.

PROBLEMAS

1.- Representar la región factible dada por las siguientes inecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 2y \le 6 \\ x \ge 2 \\ 3x - 6y \ge 0 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{cases}$$

a) Hallar los puntos de la región factible en los cuales estarían los posibles extremos de una función cualquiera.
b) Sabiendo que la función **Z = 3x+5y** representa el número de pedidos y el conjunto de inecuaciones anterior son las condiciones, calcular si es posible, el número máximo y mínimo de pedidos que se pueden realizar.
a) La región factible proporcionada por las restricciones dadas se encuentra representada a continuación:



b) Los posibles extremos vienen dados por los puntos A(2,0), B(3,0) y C(2,1). La función objetivo en la que se van a evaluar es Z(x,y) = 3x+5y.
Z(2,0) = 6 → Número mínimo de pedidos.
Z(3,0) = 9
Z(2,1) = 11 → Número máximo de pedidos.

2. Determinar el valor de *k* y *q* para que la función sea continua en todos sus puntos

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in (-\infty, 2] \\ 2kx & x \in (2,4] \\ q + x & x \in (4, +\infty) \end{cases}$$

Para que una función sea continua en un punto x = a, se debe cumplir:

- $\exists\, f(a)$
- $\exists\, \lim_{x \to a} f(x) = L$ (con L finito)
- $f(a) = L$

Las tres funciones son continuas en todo su dominio, al tratarse de una parábola y dos rectas. Los únicos puntos en los que hay que analizar la continuidad serán, por lo tanto, x = 2 y x = 4.

- Si x = 2:
  Para ver si existe $\lim_{x \to 2} f(x)$ habrá que calcular los límites laterales, de modo que
  $\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2} x^2 = 4$
  $\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2} 2kx = 4k$
  $\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x) \to 4 = 4k \to k = 1$
  Además, $f(2) = 4 = \lim_{x \to 2} f(x)$.
- Si x = 4:
  $\lim_{x \to 4^-} f(x) = \lim_{x \to 4} 2kx = \lim_{x \to 4} 2x = 8$
  $\lim_{x \to 4^+} f(x) = \lim_{x \to 4} (q + x) = q + 4$
  $\lim_{x \to 4^-} f(x) = \lim_{x \to 4^+} f(x) \to 8 = q + 4 \to q = 4$
  Además, $f(4) = 8 = \lim_{x \to 4} f(x)$.

3. Un club deportivo va a presentarse a una competición en la que se clasificará para la siguiente fase si la puntuación media obtenida por los deportistas es superior a 24 puntos. La distribución de los puntos obtenidos por los equipos sigue una distribución normal de media 25 con una desviación típica de 5 puntos. ¿Qué probabilidad de clasificarse tiene el club si se presenta un equipo formado por 15 deportistas? ¿Y si el equipo lo formaran 25 deportistas? ¿Qué equipo será el seleccionado para participar?

La distribución normal de puntos viene dada por N(24,5). Para obtener la distribución de un equipo formado por 15 y 25 deportistas, respectivamente, habrá que tener en cuenta que la desviación típica viene dada por $\sigma/\sqrt{n}$. Por lo tanto:

- Si n=15 → N(25,1.29)
  Se calcula la probabilidad de que el equipo se clasifique:
  $p(x > 24) = p\left(z > \frac{24-25}{1.29}\right) = p(z > -0.77) = p(z < 0.77) = 0.7794 \to 77{,}94\%$ de probabilidad de clasificarse.
- Si n=25 → N(25,1)
  Se calcula la probabilidad de que el equipo se clasifique:
  $p(x > 24) = p\left(z > \frac{24-25}{1}\right) = p(z > -1) = p(z < 1) = 0.8413 \to 84{,}13\%$ de probabilidad de clasificarse.

Será más probable que se clasifique el equipo formado por 25 deportistas, por lo que será el equipo seleccionado para participar.