

MATEMÁTICAS II. Representación de funciones

1. Dominio

- Si hay denominadores, la función no está definida donde estos se anulan.
- $\sqrt{\varphi(x)}$ solo está definida cuando $\varphi(x) \geq 0$
- $\log \varphi(x)$ solo está definida cuando $\varphi(x) > 0$

2. Simetrías

- Simetría respecto al eje y: $f(x) = f(-x)$
- Simetría respecto al origen de coordenadas: $f(-x) = -f(x)$

3. Puntos de interés

- Puntos de corte con los ejes:
 - Eje x: $y = 0$
 - Eje y: $x = 0$
- Puntos singulares:
 - Máximos: $f'(x) = 0 \rightarrow f''(a) > 0$
 - Mínimos: $f'(x) = 0 \rightarrow f''(a) < 0$
 - Puntos de inflexión: $f''(a) = 0$

4. Ramas infinitas. Asíntotas

4.1. Ramas infinitas en el infinito. Asíntota horizontal

- Hay una asíntota horizontal en $y = b$ cuando $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$.
- Posición de la función con respecto a la asíntota:
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b^{\pm}$
 - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b^{\pm}$

4.2. Ramas infinitas en el infinito. Asíntota oblicua

- Hay una asíntota oblicua de ecuación $y = mx + n$ cuando $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \pm\infty$.
- Cálculo de m y n:
 - $m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \neq 0$
 - $n = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - mx]$

- Posición de la función con respecto a la asíntota:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (mx + n)] = \pm\infty$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (mx + n)] = \pm\infty$

4.3. Ramas infinitas en un punto. Asíntota vertical

- Hay una asíntota horizontal en $x = a$ (dominio) cuando $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$.

- Posición de la función con respecto a la asíntota:

- $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty$

- $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty$

Nota: Cuando hay asíntota horizontal no hay asíntota oblicua y viveversa.

Nota: A diferencia de las asíntotas horizontales y oblicuas, la función nunca corta a una asíntota vertical.