

## PARTE 1 - CUESTIONES

1. Dada una matriz  $A$  cuadrada, se dice que es simétrica si se cumple:

- a) La matriz  $A$  es igual a la opuesta de su matriz traspuesta,  $A = -A^t$
- b) La matriz  $A$  es igual a su matriz traspuesta,  $A = A^t$
- c) Ninguna de las otras.

2. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

El resultado de hacer  $2A + B$  es:

- a) La matriz identidad
- b) La matriz nula
- c) Ninguna de las anteriores

3. Dada la matriz,  $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ , el valor de  $A^{-1}$  es:

- a)  $\begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- b)  $\begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- c) Ninguna de las otras

4. Dada la inecuación  $-3x + 4y - 3 \geq 1$ . Un punto solución es:

- a) (0,1)
- b) (1,2)
- c) Todos los anteriores

5. ¿Cuál es el valor del siguiente límite  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ , si se sabe que  $f(x) = -e^{-4x}$

- a)  $+\infty$
- b)  $-\infty$
- c) Ninguna de las otras.

6. La función  $f(x) = \frac{-2}{x+4}$  tiene

- a) Asíntota horizontal,  $y = 0$ .
- b) Asíntota vertical,  $x = -4$
- c) Todas las anteriores

7. Dada la función  $f(x) = \frac{x^4-3}{x^3}$  es:

- a) Decreciente en el intervalo  $(0, +\infty)$ .
- b) Creciente en el intervalo  $(-\infty, 0)$
- c) Todas son correctas.

8. Hallar  $\int \left(-\frac{3}{x^2} + \frac{3}{x}\right) dx$

- a) Ninguna de las anteriores
- b)  $\frac{3+3x\ln(x)}{x} + C$
- c)  $-3 \ln(x^2) - 3 \ln(x) + C$

9. Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, se verifica

- a)  $P(A) = P(A \cup B) - P(A - B)$
- b)  $P(A) = P(A \cap B) + P(A - B)$
- c)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

10. La media de una variable aleatoria representa:

- a) El valor que está en el centro del intervalo de definición.
- b) El promedio del conjunto de todos los posibles valores de la variable.
- c) Es una medida de dispersión de la variable.

11. Usando la tabla de la distribución normal  $N(0; 1)$  se puede afirmar que dada la siguiente variable aleatoria  $X \sim N(66; 8)$

- a)  $P(X > 70) = 0,6950$
- b)  $P(X < 70) = 0,6950$
- c)  $P(X = 70) = 0,6950$

12. El intervalo característico de una distribución  $N(66; 8)$  para el 90% viene dado por:

- a)  $(52,84; 79,16)$
- a)  $(50,32; 81,68)$
- b)  $(45,4; 86,6)$

Nota:  $Z_{\alpha/2} = 1,645$ .

## PARTE 2 - PROBLEMAS

1. Las ventas de turrón y mazapán de una pastelería durante noviembre, diciembre y enero están en la matriz  $A$ , y los precios de venta en euros están en la matriz  $B$ :

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{Noviembre} & \text{Diciembre} & \text{Enero} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{Noviembre} \\ \text{Diciembre} \\ \text{Enero} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 260 & 350 & 200 \\ 450 & 50 & 400 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{Turrón} \\ \text{Mazapán} \end{matrix} ; B = \begin{matrix} \begin{matrix} \text{Turrón} & \text{Mazapán} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{Noviembre} \\ \text{Diciembre} \\ \text{Enero} \end{matrix} \end{matrix} = \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 20 & 30 \\ 10 & 20 \end{pmatrix}$$

- Multiplicar las matrices para obtener los ingresos por la venta de turrón en los 3 meses. ¿Qué elemento de la matriz nos da esa información? ¿A cuánto ascienden los ingresos por la venta de mazapán?
- Multiplicar las matrices para obtener los ingresos de ventas totales por meses. ¿En qué mes se alcanzó el máximo de ingresos? ¿Qué elemento de la matriz nos da esa información?
- ¿Cuántos fueron los ingresos totales en los 3 meses?

### RESOLUCIÓN

- a) Para averiguar cuánto se ingresó por cada uno de los meses, se deberá calcular:

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 260 & 350 & 200 \\ 450 & 50 & 400 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 20 & 30 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.900 & 22.300 \\ 21.750 & 38.000 \end{pmatrix}$$

Se podrá ver a cuánto ascienden los ingresos por el Turrón al fijarse en el componente  $C_{11} = 12.900$ . La empresa obtuvo unos ingresos de 12.900€ por la venta de turrón durante los tres meses.

En cuanto a la venta de mazapán, obtuvo unos ingresos de 38.000€.

- b) Para averiguar a cuánto ascienden los ingresos por meses, se deberá calcular:

$$D = B \cdot A = \begin{pmatrix} 15 & 30 \\ 20 & 30 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 260 & 350 & 200 \\ 450 & 50 & 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17.400 & 21.750 & 15.000 \\ 18.700 & 23.500 & 16.000 \\ 11.600 & 14.500 & 10.000 \end{pmatrix}$$

El mayor ingreso lo obtuvo en diciembre, obteniendo 23.500€ de ingresos. Este se refleja en el componente  $D_{22} = 23.500$ .

- c) Para averiguar los ingresos totales en los tres meses, hay que sumar los ingresos que se obtuvieron en noviembre ( $D_{11} = 17.400$ ), diciembre ( $D_{22} = 23.500$ ) y enero ( $D_{33} = 10.000$ ). El ingreso total asciende a 50.900€.

2. Se considera la función  $f(x) = \frac{5x}{x-4}$

- Razone cuál es el dominio de definición de  $f(x)$ .
- Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f(x)$ .
- Determine los intervalos de concavidad y convexidad de  $f(x)$ .

**RESOLUCIÓN**

- a) Para estudiar el dominio de definición, dado que se trata de un cociente, siempre que el denominador sea nulo (igual a cero), no tendrá imagen en ese valor de  $x$ . Así las cosas:

$$f(x) = \frac{5x}{x-4} \rightarrow x - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \rightarrow \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{4\}$$

- b) Para averiguar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, se necesitará la siguiente información:

i) Dominio:  $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{4\}$

ii) Puntos críticos:  $f'(x) = \frac{(5)(x-4) - (5x)(1)}{(x-4)^2} = \frac{5x-20-5x}{(x-4)^2} = \frac{-20}{(x-4)^2} = 0 \rightarrow -20 \neq 0 \rightarrow \text{No tiene}$

Una vez se tienen todos estos datos, se planteará el recorrido de la función:

Dominio	$(-\infty, 4)$	$(4, \infty)$
$x$	1	5
$f'(x)$	-	-
Conclusión	Decrece	Decrece

La función es decreciente en los intervalos  $(-\infty, 4) \cup (4, \infty)$

- c) Para averiguar los intervalos de concavidad y convexidad de la función, se necesitará la siguiente información:

i) Puntos de inflexión:  $f''(x) = \frac{(0)(x-4)^2 - (-20)(2(x-4))}{((x-4)^2)^2} = \frac{40x-160}{(x-4)^4} = 0 \rightarrow 40x + 160 = 0$   
 $\rightarrow 40x = -160 \rightarrow x = -\frac{160}{40} = -4$

Una vez se tiene este dato, se planteará el recorrido de la función en base al intervalo  $(-\infty, \infty)$ , añadiendo cortes con los valores de  $x$  obtenidos antes:

Dominio	$(-\infty, -4)$	$(-4, \infty)$
$x$	-5	0
$f''(x)$	-	-
Conclusión	Convexo	Convexo

La función es convexa en el intervalo  $(-\infty, -4) \cup (-4, \infty)$ .

3. La siguiente tabla de contingencia recoge el número de espectadores que acude a ver películas infantiles, de ciencia ficción y románticas, así como el consumo de palomitas, bebidas y gominolas.

	Infantiles	Ciencia ficción	Románticas
Palomitas	6	72	42
Bebidas	4	48	28
Gominolas	10	30	10

- Elegido un espectador al azar calcula la probabilidad de que haya visto una película infantil. Utiliza la fórmula de las probabilidades totales.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un espectador elegido al azar con una bolsa de gominolas haya visto una película romántica?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un espectador elegido al azar tras ver una película de ciencia ficción haya consumido alguna bebida?

## RESOLUCIÓN

Antes de comenzar a resolver el ejercicio, se complementará la tabla dada los totales de las filas y columnas:

	Infantiles	Ciencia ficción	Románticas	
Palomitas	6	72	42	120
Bebidas	4	48	28	80
Gominolas	10	30	10	50
	20	150	80	250

Ahora que ya se ha complementado la tabla, se pasa a resolver los apartados:

- Para averiguar la probabilidad de que haya visto una película infantil, se utilizará la definición de probabilidad; es decir, del total de asistentes (250), cuántos fueron a ver películas infantiles (20)
 
$$P(\text{Infantiles}) = \frac{20}{250} = 0'08$$

La probabilidad de que, elegido un espectador al azar, haya visto una película infantil es del 8%.

- Para averiguar la probabilidad de que un espectador con una bolsa de gominolas haya visto una película romántica, se utilizará la definición de probabilidad condicionada; es decir, del total de gente con gominolas (50), cuántos vieron películas románticas (10):

$$P(\text{Románticas}|\text{Gominolas}) = \frac{P(\text{Románticas} \cap \text{Gominolas})}{P(\text{Gominolas})} = \frac{10}{50} = 0'2$$

La probabilidad de que, elegido un espectador al azar con una bolsa de gominolas haya visto una película romántica, es de un 20%.

- Para averiguar la probabilidad de que un espectador tras ver una película de ciencia ficción, haya consumido alguna bebida, se utilizará la definición de probabilidad condicionada; es decir, del total de gente que vio una película de ciencia ficción (150), cuántos consumieron alguna bebida (48):

$$P(\text{Bebidas}|\text{Ciencia ficción}) = \frac{P(\text{Bebidas} \cap \text{Ciencia ficción})}{P(\text{Ciencia ficción})} = \frac{48}{150} = 0'32$$

La probabilidad de que, elegido un espectador al azar que, tras haber visto una película de ciencia ficción, haya consumido alguna bebida, es de un 32%.