INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente a una pregunta en cada uno de los cuatro bloques, tres de ellos con optatividad y uno sin optatividad. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

CALIFICACIÓN: Cada bloque se calificará sobre 2.5 puntos.

TIEMPO: 90 minutos.

Bloque 1. (Calificación máxima: 2.5 puntos) Responda a una de las dos preguntas siguientes

Pregunta 1.1. Sea λ un número real y considérense las matrices $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & \lambda \\ 0 & \lambda & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & -1 \\ 1 & -\lambda \end{pmatrix}$. Se pide:

a) (0.5 puntos) Estudiar si existe algún valor de λ para el cual la matriz AB no tenga inversa.
b) (1 punto) Estudiar el rango de la matriz BA en función del parámetro λ
c) (1punto) Para $\lambda = 1$, discutir el sistema $(A^t A)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 \\ a^2 \\ 2a \end{pmatrix}$ según los valores de a

Pregunta 1.2. (2.5 puntos) Se tienen garrafas de tres tamaños diferentes para llenar un aljibe. Con seis garrafas pequeñas y 2 L se llenan exactamente una garrafa mediana y una grande. Con dos garrafas grandes llenamos dos medianas, una pequeña y sobra 1 L. El aljibe se llena al completo bien con catorce garrafas pequeñas más seis medianas, bien con cinco medianas junto con cinco grandes. Se pide calcular la capacidad de cada tipo de garrafa y, una vez conocidas estas, la del aljibe.

Bloque 2. (Calificación máxima: 2.5 puntos) Responda a una de las dos preguntas siguientes

Pregunta 2.1. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 11 & si\ x < 2 \\ \sqrt{5x-1} & si\ x \geq 2 \end{cases}$

a) (0.5 puntos) Estudie la continuidad de la función en $\mathbb{R}$.
b) (1 punto) Estudie los extremos relativos de la función en el intervalo (1, 3).
c) (1 punto) Calcule el área encerrada por la función y el eje OX entre x = 1 y x = 3.

Pregunta 2.2 Dada la función $f(x) = sen\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

a) (0,5 puntos) Estudiar la paridad de la función $g(x) = f(xf(x))$
b) (1 punto) Calcular $Lim_{x\to 0}(\sqrt{4+3f(x)} - 2)/x$
c) (1 punto) Calcular $\int_0^1 xf(x)dx$

Bloque 3. (Calificación máxima: 2.5 puntos) Responda a una de las° dos preguntas siguientes:

Pregunta 3.1 Sean los puntos A(0,0,0) y B(1,1,1) y la recta $\boldsymbol{r \equiv (x, y, z) = (\lambda, \lambda, \lambda + 1), \lambda \in \mathbb{R}}$

d) **(1 Punto) Halle una ecuación del plano respecto del cual los puntos A y B son simétricos.**
e) **(1 Punto) Halle una ecuación del plano que contiene a la recta r y pasa por el punto B.**
f) **(0.5 Puntos) Halle una ecuación de una recta que sea paralela a r y pase por A.**

Pregunta 3.2 Dados los tres planos $\boldsymbol{\pi_1: -2x - 2y + z = 0}$; $\boldsymbol{\pi_2: -2x + y - 2z = 0}$ y $\boldsymbol{\pi_3: x - 2y - 2z = 0}$, se pide:

a) **(1 punto) Determinar el ángulo que forman los planos dos a dos. Determinar la intersección de los tres planos.**
b) **(1,5 puntos) Determinar el punto P en el espacio del que se sabe de su proyección ortogonal sobre $\boldsymbol{\pi_1}$ es el punto $\boldsymbol{Q_1\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{10}{3}\right)}$ y que su proyección ortogonal sobre $\boldsymbol{\pi_2}$ es el punto $\boldsymbol{Q_2\left(-\frac{1}{3}, \frac{8}{3}, \frac{5}{3}\right)}$. Determinar la proyección ortogonal $\boldsymbol{Q_3}$ del punto P sobre el plano $\boldsymbol{\pi_3}$**

Bloque 4. (Calificación: 2.5 puntos) Responda a la pregunta siguiente:

Pregunta 4. Según los datos de la Comunidad de Madrid, en la temporada 2021-2022 la cobertura de la vacuna de la gripe entre mayores de 65 años fue de un 73,2%.

a) **(1.5 puntos) Ante una situación de brote epidémico, las autoridades deciden restringir aquellas reuniones en las que la probabilidad de que haya más de una persona no vacunada sea mayor de 0.5. Suponiendo que los asistentes a una reunión suponen una muestra aleatoria, ¿se deberían restringir las reuniones de 5 personas mayores de 65 años? ¿Y las reuniones de 7 personas mayores de 65 años?**

b) **(1 punto) Se toma una muestra aleatoria de 500 personas mayores de 65 años. Calcule, aproximando por la distribución normal adecuada, la probabilidad de que al menos 350 de ellos estén vacunados contra la gripe.**

SOLUCION

Bloque 1. (Calificación máxima: 2.5 puntos) Responda a una de las dos preguntas siguientes

Pregunta 1.1. Sea λ un número real y considérense las matrices $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & \lambda \\ 0 & \lambda & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & -1 \\ 1 & -\lambda \end{pmatrix}$. Se pide:

a) **(0.5 puntos) Estudiar si existe algún valor de λ para el cual la matriz AB no tenga inversa.**
b) **(1 punto) Estudiar el rango de la matriz BA en función del parámetro λ.**
c) **(1punto) Para $\lambda = 1$, discutir el sistema $(A^t A)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 \\ a^2 \\ 2a \end{pmatrix}$ según los valores de a.**

a) Para que la matriz AB no tenga inversa su determinante debería anularse, por lo que el valor de λ buscado es aquel que anule el determinante de la matriz. Por ello, primero calculamos la matriz AB

$$AB = \begin{pmatrix} 2\lambda & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \to |AB| = \left|\begin{pmatrix} 2\lambda & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\right| = -1$$

Dado que independientemente del valor de λ el determinante toma el valor -1 siempre, no existe un valor de λ que anule el determinante y por lo tanto la matriz siempre será invertible.

b) Primero calculamos la matriz solicitada, $BA = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda^2+1 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ \lambda & -\lambda^2+1 & 2\lambda \end{pmatrix}$

Podemos definir el rango (por filas) de una matriz como el número de filas linealmente independientes. Por propiedades de los determinantes, si dos filas son linealmente dependientes su determinante es nulo, por ello vamos a determinar dónde su determinante principal se anula.

$$|BA| = \left|\begin{pmatrix} \lambda & \lambda^2+1 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ \lambda & -\lambda^2+1 & 2\lambda \end{pmatrix}\right| = 0$$

Dado que le determinante 3x3 se anula para cualquier valor del parámetro, esto significa que independientemente del valor de λ la matriz tendrá rango 1 o 2. Para comprobarlo, vamos a tomar un determinante menor 2x2 y discutir su valor en función del parámetro.

$$\begin{vmatrix} 1+\lambda^2 & 0 \\ -\lambda & 1 \end{vmatrix} = 1+\lambda^2 \;\to\; \lambda = \pm\sqrt{-1} \nexists\, sol\, \mathbb{R}$$

Dado que el parámetro debería tomar valores en el cuerpo de los complejos para anular este determinante y estamos considerando matrices de elementos reales únicamente, ese determinante menor no se anulará sin importar que valor real de λ utilicemos. Por ello, siempre habrá un determinante menor 2x2 no nulo y así el rango de la matriz AB es 2.

c) Construimos la matriz $A^t A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y montamos el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + z = a^2 \\ x + 2y = a^2 \\ x + 2z = 2a \end{cases}$$

Por medio del teorema de Rouché-Frobenius podemos conocer la clasificación del sistema de ecuaciones según el parámetro a. Para ello recurriremos al método de Gauss para encontrar la matriz escalonada de la matriz de coeficientes ampliada

$$\left(\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{matrix}\middle|\middle|\begin{matrix} a^2 \\ a^2 \\ 2a \end{matrix}\right) F_2 - F_1 \,\&\, F_3 - F_1 \left(\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{matrix}\middle|\middle|\begin{matrix} a^2 \\ 0 \\ 2a - a^2 \end{matrix}\right)$$

$$F_3 - F_2 \left(\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}\middle|\middle|\begin{matrix} a^2 \\ 0 \\ 2a - a^2 \end{matrix}\right)$$

De la tercera fila tenemos que si se cumple que $0 = 2a - a^2$ entonces el sistema es compatible indeterminado puesto que de acuerdo al teorema de Rouché-Frobenius se cumpliría que el rango de la matriz de coeficientes $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y el rango de la matriz ampliada $\left(\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{matrix}\middle|\middle|\begin{matrix} a^2 \\ a^2 \\ 2a \end{matrix}\right)$ coincidirían pero sería menor al número de incógnitas. Para que esto suceda se debe cumplir que $a = 0$ o $a = 2$. En caso de que esto no ocurra, es decir, $a \neq \{0,2\}$ el sistema sería incompatible al no coincidir los rangos de ambas matrices.

Pregunta 1.2. (2.5 puntos) Se tienen garrafas de tres tamaños diferentes para llenar un aljibe. Con seis garrafas pequeñas y 2 L se llenan exactamente una garrafa mediana y una grande. Con dos garrafas grandes llenamos dos medianas, una pequeña y sobra 1 L. El aljibe se llena al completo bien con catorce garrafas pequeñas más seis medianas, bien con cinco medianas junto con cinco grandes. Se pide calcular la capacidad de cada tipo de garrafa y, una vez conocidas estas, la del aljibe.

$$x = litros\ garrafa\ grande\ , y = litros\ garrafa\ mediana, z = litros\ garrafa\ pequeña$$

El sistema de ecuaciones planteado es $\begin{cases} x + y - 6z = 2 \\ 2x - 2y - z = 1 \\ 5x - y - 14z = 0 \end{cases}$

En estos ejercicios se suele tratar con un sistema compatible determinado, aunque siempre se puede comprobar. En nuestro caso, al comprobar que es un sistema compatible determinado hemos resuelto siguiendo el método de Cramer.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -6 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -14 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -6 \\ 2 & -2 & -1 \\ 5 & -1 & -14 \end{vmatrix}} = 37\ L \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -1 \\ 5 & 0 & -14 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -6 \\ 2 & -2 & -1 \\ 5 & -1 & -14 \end{vmatrix}} = 31\ L \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 5 & -1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -6 \\ 2 & -2 & -1 \\ 5 & -1 & -14 \end{vmatrix}} = 11\ L$$

Una vez sabemos los litros de cada garrafa y conociendo el número de garrafas necesarias para llenar el aljibe, obtenemos su capacidad total: $14 \cdot 11 + 6 \cdot 31 = 340L$

Bloque 2. (Calificación máxima: 2.5 puntos) Responda a una de las dos preguntas siguientes

Pregunta 2.1. Sea la función $\boldsymbol{f(x)=\begin{cases} x^2-6x+11 \; si \; x<2 \\ \sqrt{5x-1} \;\; si \;\; x\geq 2 \end{cases}}$.

a) **(0.5 puntos) Estudie la continuidad de la función en $\mathbb{R}$.**
b) **(1 punto) Estudie los extremos relativos de la función en el intervalo (1, 3).**
c) **(1 punto) Calcule el área encerrada por la función y el eje OX entre x = 1 y x = 3.**

a) Se trata de una función a trozos cuyo dominio es $Domf(x)=\mathbb{R}$. En principio la función podría ser continua en todo su dominio salvo quizá en x=2 debido a la existencia de un cambio de tramo por ser una función a trozos.

Se puede comprobar comparando el valor de la función en x=2 con sus límites laterales, así:

$$f(2)=\sqrt{9}=3 \quad =Lim_{x\to 2^-}(x^2-6x+11)=Lim_{x\to 2^+}\sqrt{5x-1}=3$$

Dado que la función evaluada en el punto coincide con su aproximación por límites laterales, la función es continua también si x=2. Por lo tanto la función es continua en todo $\mathbb{R}$

b)Para determinar los extremos de f(x) en el intervalo (1,3) basta con evaluar la derivada dentro del intervalo buscando puntos críticos.

Así $\boldsymbol{f'^{(x)}=\begin{cases} 2x-6 \; si \; x<2 \\ \frac{5}{2\sqrt{5x-1}} \;\; si \;\; x\geq 2 \end{cases}}$. Si tomamos la primera rama de la función encontramos que dentro del intervalo (1,3) esta rama actuaría sobre las x pertenecientes al subintervalo [1,2) esta derivada es negativa y no se anula en ningún punto del intervalo, por lo que la función no tiene ningún candidato a extremo relativo dentro de esa región. Por otro lado, la derivada de la función en la otra rama que actuaría en el subintervalo [2,3) tampoco se anula en dicha región aunque es positiva. Si bien es cierto que no hay un punto donde la derivada se anule, justamente en el punto x=2 hay un cambio en la monotonía y la función es continua, por lo que existirá un punto especial que según algunos manuales puede considerarse como un mínimo.

c) Para determinar el área de la función se toma la integral definida de la función:

$$\int_1^3 f(x)dx=\int_1^2(x^2-6x+11)dx+\int_2^3\sqrt{5x-1}dx=\left[\frac{x^3}{3}-3x^3+11x\right]_1^2+\left[\frac{2}{15}(5x-1)^{\frac{3}{2}}\right]_2^3$$
$$=\frac{13}{3}+\frac{2}{15}\left((14)^{\frac{3}{2}}-27\right)=\frac{11}{15}+\frac{28}{15}\sqrt{14}$$

Pregunta 2.2 Dada la función $\boldsymbol{f(x)=sen\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$

d) **(0,5 puntos) Estudiar la paridad de la función $\boldsymbol{g(x)=f\big(xf(x)\big)}$**
e) **(1 punto) Calcular $\boldsymbol{Lim_{x\to 0}(\sqrt{4+3f(x)}-2)/x}$**
f) **(1 punto) Calcular $\boldsymbol{\int_0^1 xf(x)dx}$**

a) dado que la función f(x) es impar ($\boldsymbol{f(-x)=-f(x)}$) y la función g(x) incluye el producto $xf(x)$. Al ser x en si una función impar se cumplirá que $g(-x)=f\big(-xf(-x)\big)=f\big(xf(x)\big)=g(x)$

por lo que la función es par.

b) $\boldsymbol{Lim_{x\to 0}(\sqrt{4+3f(x)}-2)/x=0/0}$ $(aplicando\ l'hopital)=3\pi/8$

c) Realizando la integral por partes

$$\int_0^1 xf(x) = \left[-\frac{2x}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) + \frac{4}{\pi^2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right]_0^1 = \frac{4}{\pi^2}$$

Bloque 3. (Calificación máxima: 2.5 puntos) Responda a una de lasº dos preguntas siguientes:

Pregunta 3.1 Sean los puntos A(0,0,0) y B(1,1,1) y la recta $\boldsymbol{r} \equiv (\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}) = (\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\lambda}+\mathbf{1})\ \ \boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}$

a) **(1 Punto) Halle una ecuación del plano respecto del cual los puntos A y B son simétricos.**
b) **(1 Punto) Halle una ecuación del plano que contiene a la recta r y pasa por el punto B.**
c) **(0.5 Puntos) Halle una ecuación de una recta que sea paralela a r y pase por A.**

a) El vector director de la recta que une los puntos A y B es $\vec{n} = (1,1,1)$ que debe coincidir con el vector normal al plano que equidista de ambos puntos. Dado que el punto medio entre A y B, M=(1/2,1/2,1/2) debe pertenecer también a dicho plano, es posible encontrar una ecuación general del mismo como:

$$Ax + By + Cz = D \quad con\, \vec{n} = (1,1,1) = (A,B,C)$$

$$\pi \equiv x + y + z = D$$

Si M pertenece al plano:

$$\pi \equiv x + y + z = \frac{3}{2}$$

b) Dado que quiero un plano que pase por el punto B y la recta r puedo encontrar un vector perpendicular al plano tomando el producto escalar del vector director de la recta r, $\vec{v} = (1,1,1)$ y un vector $\overrightarrow{BP_r} = P_r - B$ donde P_r es un punto perteneciente a la recta como el punto (1,1,2) así: $\vec{n}_\pi = (1,-1,0)$

Así, partiendo de la ecuación general del plano:

$$\pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0 \quad \vec{n}_\pi = (A,B,C) \quad \Rightarrow \quad \pi \equiv x - y + D = 0$$

Imponiendo que B debe pertenecer a dicho plano:

$$1 - 1 + D = 0 \rightarrow D = 0$$

Luego el plano solicitado es: $\pi \equiv x - y = 0$

c) Si queremos que la recta sea paralela a r su vector director será proporcional o igual al de la recta dada en el enunciado $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = (1,1,1)$. Así, tomando en cuenta que pasa también por el punto $A = (A_x, A_y, A_z) = (0,0,0)$ unas ecuaciones paramétricas de la recta serán:

$$t \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$$

Pregunta 3.2 Dados los tres planos $\boldsymbol{\pi_1}: -2x - 2y + z = 0$; $\boldsymbol{\pi_2}: -2x + y - 2z = 0$ y $\boldsymbol{\pi_3}: x - 2y - 2z = 0$, se pide:

a) **(1 punto) Determinar el ángulo que forman los planos dos a dos. Determinar la intersección de los tres planos.**

b) **(1,5 puntos) Determinar el punto P en el espacio del que se sabe de su proyección ortogonal sobre π_1 es el punto $Q_1\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3},\frac{10}{3}\right)$ y que su proyección ortogonal sobre π_2 es el punto $Q_2\left(-\frac{1}{3},\frac{8}{3},\frac{5}{3}\right)$. Determinar la proyección ortogonal Q_3 del punto P sobre el plano π_3**

a) Dados los vectores normales $\vec{n}_1 = (-2,-2,1), \vec{n}_2 = (-2,1,-2)\ y\ \vec{n}_3 = (1,-2,-2)$ de los tres planos. Encontramos que $\overrightarrow{n_1} \times \overrightarrow{n_2} = \overrightarrow{n_1} \times \overrightarrow{n_3} = \overrightarrow{n_2} \times \overrightarrow{n_3} = 0$ por lo que todos los planos son ortogonales entre si, de modo que su ángulo son 90°.

Dado que el sistema formado por los tres planos es homogéneo (D=0 para todos) su único punto de intersección será x=y=z=0.

b) Dado que las rectas proyección ortogonal son perpendiculares a los planos es posible encontrar las rectas a partir de los vectores perpendiculares a los planos y los puntos de proyección ortogonal.

Así

$$\begin{cases} r_1 = Q_1 + t \cdot \vec{n}_1 = \left(\frac{1}{3} - 2t, \frac{4}{3} - 2t, \frac{10}{3} + t\right) \\ r_2 = Q_2 + \lambda \cdot \vec{n}_2 = \left(-\frac{1}{3} - 2\lambda, \frac{8}{3} + \lambda, \frac{5}{3} - 2\lambda\right) \end{cases}$$

Dado que ambas rectas son proyecciones ortogonales de un mismo punto sobre dos planos, el punto P del que se “originan” se encuentra fácilmente como la intersección de ambas rectas. De este modo se puede calcular P como la intersección de $r_1\ y\ r_2$ que origina el punto P(1,2,3). Así la proyección P sobre el plano π_3 será la intersección de la recta $r_3 = P + \mu\vec{n}_3 = (1+\mu, 2-2\mu, 3-2\mu)$ con dicho plano. Así:

$$\pi \equiv x - 2y - 2z = 0 \Rightarrow \ 1 + \mu - 2(2-2\mu) - 2(3-2\mu) = 0 \ \rightarrow \ \mu = 1$$

Si $\mu = 1$ de r_3 podemos obtener el punto solicitado $Q_3 = (2,0,1)$

Bloque 4. (Calificación: 2.5 puntos) Responda a la pregunta siguiente:

Pregunta 4. Según los datos de la Comunidad de Madrid, en la temporada 2021-2022 la cobertura de la vacuna de la gripe entre mayores de 65 años fue de un 73,2%.

a) **(1.5 puntos) Ante una situación de brote epidémico, las autoridades deciden restringir aquellas reuniones en las que la probabilidad de que haya más de una persona no vacunada sea mayor de 0.5. Suponiendo que los asistentes a una reunión suponen una muestra aleatoria, ¿se deberían restringir las reuniones de 5 personas mayores de 65 años? ¿Y las reuniones de 7 personas mayores de 65 años?**

b) **(1 punto) Se toma una muestra aleatoria de 500 personas mayores de 65 años. Calcule, aproximando por la distribución normal adecuada, la probabilidad de que al menos 350 de ellos estén vacunados contra la gripe.**

a) En este caso la variable aleatoria X es “número de personas mayores no vacunadas de una muestra de n personas). Recurriremos a una distribución binomial ya que la situación es “si puede estar vacunada” q=0,732 y nuestro caso de interés: “no está vacunada” p= 0,268. Buscamos la probabilidad de que más de una persona no sea vacunada, en concreto que su valor sea $P(X > 1) = 0.5$

Así para una reunión de 5 personas:

$$P(X>1)=1-P(X=0)-P(X=1)=1-\binom{5}{0}0{,}723^5-\binom{5}{1}0{,}723^4\cdot 0{,}268=0.405$$

Aplicando para una reunión de 7 personas:

$$P(X>1)=1-\binom{7}{0}0{,}723^7-\binom{7}{1}0{,}723^6\cdot 0{,}268=0{,}9525$$

En el caso de una reunión de 5 personas, la probabilidad de que haya varias personas no vacunadas es inferior al límite establecido por lo que sí se podría celebrar. Por el contrario una reunión de 7 personas tiene una probabilidad de casi un 100% de que haya varias personas no vacunadas por lo que no estaría permitido.

b) dado que el tamaño de la muestra ahora es muy grande, debemos tener en cuenta el teorema de Moivre-Laplace por si es posible aplicar una aproximación a la distribución normal. En este caso se cumple ya que: $n=500, p=0{,}268, q=0{,}723\ y\ np<5, nq<5, n>30$. Así la aproximación realizada será:

$$B(n,p)\rightarrow N(\mu,\sigma)=N\left(np,\sqrt{npq}\right)$$

De este modo:

$$\bar{X}\sim N(134;9{,}90)$$

Buscamos una probabilidad de que al menos 350 mayores de 65 años estén vacunados, o lo que es lo mismo, que 150 de ellos no lo estén. Por ello, aplicando la corrección de Yates tenemos que $\bar{X}\leq 150{,}5$

$$P(X\leq 150)\sim P(\bar{X}\leq 150{,}5)=P\left(Z\leq\frac{(150{,}5-134)}{9{,}90}\right)=0{,}9525$$