BLOQUE A. DESARROLLO
(El alumno debe contestar a UNO de los DOS problemas siguientes.)

Problema 1A.- Representar la región factible dada por las siguientes inecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ 3x - 6y \geq 0 \\ x \geq 0;\, y \geq 0 \end{cases}$$

a) Hallar los puntos de la región factible en los cuales estarían los posibles extremos de una función cualquiera.
b) Especificar si hay restricciones redundantes.
c) Sabiendo que la función $Z = 6x + 5y$ representa el número de pedidos y el conjunto de inecuaciones anterior son las condiciones de los mismos, calcular si es posible, el número máximo y mínimo de pedidos que se pueden realizar.

Problema 1B.- Dadas las siguientes matrices

$$A = 3\left[\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} + 6\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]$$

$$B = 3\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

a) Calcula las matrices A y B.
b) Calcula la inversa de la matriz B.
c) Calcula la matriz X que verifica la ecuación: $\frac{1}{8}XB = A$.

BLOQUE B. DESARROLLO
(El alumno debe contestar a UNO de los DOS problemas siguientes.)

Problema 2A.- En un instituto de enseñanza secundaria, aprueban la asignatura de Biología 4 de cada 5 alumnos, las Matemáticas las aprueban 2 de cada 3 alumnos y 3 de cada 5 alumnos aprueban la asignatura de Lengua.

a) Nombra los sucesos del experimento y determina las probabilidades de los mismos.

Elegido al azar un alumno matriculado de esas asignaturas en ese centro calcula la probabilidad de que:

b) Suspenda esas tres asignaturas.
c) Suspenda solo una de ellas.

Problema 2B.- El tiempo medio de espera, en días, para un implante de prótesis de rodilla en el servicio de traumatología sigue una distribución normal con desviación típica de 12 días. Una muestra aleatoria de 37 pacientes intervenidos en dicho hospital proporcionó un intervalo de confianza de (41,49) días para el tiempo medio de espera. Calcula:

a) El error máximo de estimación y el tiempo medio de espera.
b) El nivel de confianza.
c) ¿Cuál sería el intervalo de confianza al 90% de confianza para el tiempo medio de espera?

BLOQUE C. CUESTIONES
El alumno debe contestar a 5 de las 8 cuestiones siguientes. Si contesta un número mayor de 5 sólo serán tenidas en cuenta las 5 primeras.

1. Dada una matriz A cuadrada, se dice que es antisimétrica si se cumple:
   a) Cualquier matriz cuadrada que no sea simétrica, es antisimétrica.
   b) La matriz A es igual a su matriz traspuesta, $A = A^T$
   c) Ninguna de las anteriores.

2. Dadas dos matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, el resultado de hacer $2A^T - 3B$:
   a) $\begin{pmatrix} - & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
   b) No es posible realizar las operaciones solicitadas.
   c) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. Dada la siguiente inecuación $4x - 5 + 3x \leq 3 - 4 + 3x$. Los puntos $x = 1$ y $x = 2$ son:
   a) Ambos valores son solución de la inecuación.
   b) Ninguno de los valores es solución de la inecuación.
   c) Ninguna de las anteriores.

4. ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim_{x \to 4^+} \left(\frac{4}{x^2-16}\right)$
   a) ∞
   b) $-\infty$
   c) El límite no existe.

5. La función f(x)=x^2/(x+3) tiene un máximo en el punto:
   a) $x = 0$
   b) $x = -6$
   c) No tiene máximos en esos puntos.

6. Hallar $\int \left(3e^x + \left(\frac{1}{x}\right)\right) dx$:
   a) $\mathbf{3e^x + ln(x) + C}$
   b) $\mathbf{3e^x + x^2 + C}$
   c) No es posible calcular la integral.

7. De una urna con cuatro bolas blancas y dos negras se extraen al azar, sucesivamente y sin reemplazamiento dos bolas. La probabilidad de que las dos bolas extraídas sean negras es:
   a) 2/5
   b) 1/15
   c) 2/6

8. En una distribución, $N(\mu, \sigma)$ el intervalo característico correspondiente a una probabilidad $p = 1 - \alpha$ es $\left(\mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma, \mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma\right)$ por tanto, para el 95% el intervalo vendrá dado por:
   a) $(\mu - 0{,}05 \cdot \sigma, \mu + 0{,}05 \cdot \sigma)$
   b) $(\mu - 0{,}95 \cdot \sigma, \mu + 0{,}95 \cdot \sigma)$
   c) $(\mu - 1{,}96 \cdot \sigma, \mu + 1{,}96 \cdot \sigma)$

BLOQUE D. DESARROLLO Y COMPETENCIAS
(El alumno debe contestar al siguiente problema)

Problema 3. Una compañía tiene las siguientes funciones de ingresos y gastos, en euros, y donde x es la cantidad de unidades vendidas:

$$I(x) = 6x^4 + 6x^2 - 20x - 200$$

$$G(x) = 6x^4 + 4x^2 + 200$$

Determinar:

a) La función que define el beneficio anual en euros. ¿Cuándo el beneficio es nulo?
b) Número de unidades vendidas que hace mínima la función de beneficio.
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento del beneficio.

RESOLUCIÓN

BLOQUE A. DESARROLLO
(El alumno debe contestar a UNO de los DOS problemas siguientes.)

Problema 1A.- Representar la región factible dada por las siguientes inecuaciones:

$$\begin{cases} \boldsymbol{2x+2y\leq 6} \\ \boldsymbol{x\geq 2} \\ \boldsymbol{3x-6y\geq 0} \\ \boldsymbol{x\geq 0;\, y\geq 0} \end{cases}$$

a) Hallar los puntos de la región factible en los cuales estarían los posibles extremos de una función cualquiera.

RESOLUCIÓN

A la hora de representar la región factible, es necesario, primeramente, valorar cuáles de las inecuaciones pueden requerir alguna transformación:

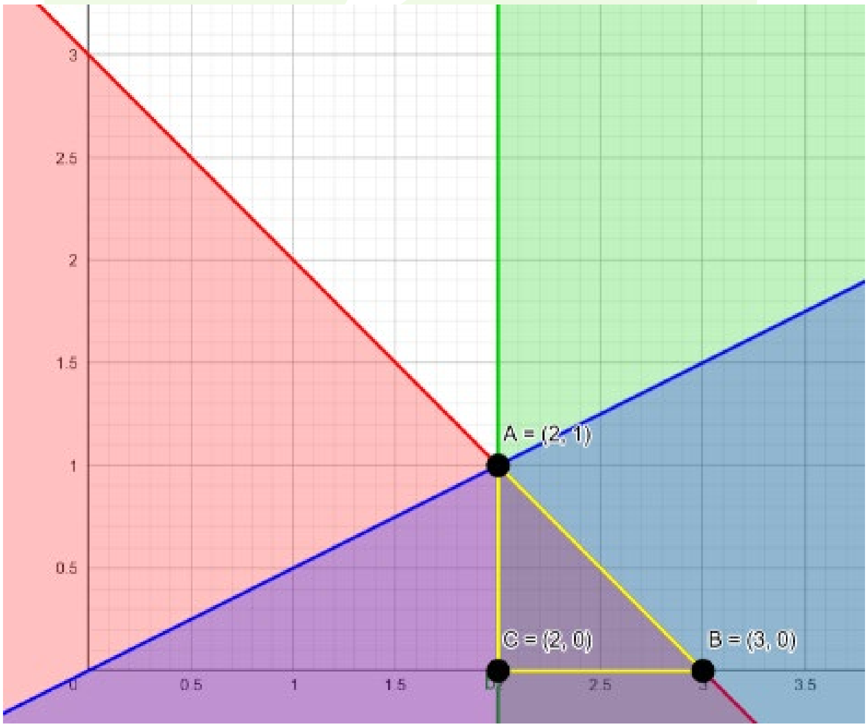
$$\begin{cases} 2x+2y\leq 6 \\ x\geq 2 \\ 3x-6y\geq 0 \\ x\geq 0;\, y\geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y\leq 3 \\ x\geq 2 \\ x\geq 2y \\ x\geq 0;\, y\geq 0 \end{cases}$$

Seguidamente, se seleccionan cuáles de las restricciones requerirán tablas para su resolución:

$$\begin{cases} [1]x+y\leq 3 \\ x\geq 2 \\ [2]x\geq 2y \\ x\geq 0;\, y\geq 0 \end{cases}$$

[1]	
x	y
0	3
3	0

[2]	
x	y
0	0
2	1



b) Especificar si hay restricciones redundantes.

La restricción $x \geq 0$ es redundante con la restricción $x \geq 2$ porque se solaparía con la segunda.

c) Sabiendo que la función $Z = 6x + 5y$ representa el número de pedidos y el conjunto de inecuaciones anterior son las condiciones de los mismos, calcular si es posible, el número máximo y mínimo de pedidos que se pueden realizar.

RESOLUCIÓN

Para determinar el máximo y mínimo, es necesario reemplazar cada coordenada de la región factible en la función objetivo, y ver cuál es la mayor (máximo) o menor (mínimo):

- $A = (2,1) \rightarrow Z(2,1) = 6 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 17$
- $B = (3,0) \rightarrow Z(3,0) = 6 \cdot 3 + 5 \cdot 0 = 18$
- $C = (2,0) \rightarrow Z(2,0) = 6 \cdot 2 + 5 \cdot 0 = 12$

CONCLUSIÓN

El máximo número de pedidos será de 18 pedidos; y, el mínimo, de 12.

Problema 1B.- Dadas las siguientes matrices

$$\boldsymbol{A = 3\left[\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} + 6\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]}$$

$$\boldsymbol{B = 3\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}}$$

a) Calcula las matrices $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$.

RESOLUCIÓN

Cálculo de A: $A = 3\left[\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} + 6\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right] = 3 \cdot \left[\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}\right] = 3 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 18 \\ 18 & 18 \end{pmatrix}$

Cálculo de B: $B = 3\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ 18 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 48 \\ 54 & 0 \end{pmatrix}$

b) Calcula la inversa de la matriz $\boldsymbol{B}$.

RESOLUCIÓN

$$B = \begin{pmatrix} 18 & 48 \\ 54 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow |B| = -2592$$

Para resolver la matriz inversa, se va a recurrir al método de determinantes.

i. Se calcula el determinante: $|B| = \begin{vmatrix} 18 & 48 \\ 54 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow |B| = 18 \cdot 0 - 54 \cdot 48 = -2592$

ii. Se calcula la adjunta: $Adj(A) = \begin{pmatrix} 0 & -54 \\ -48 & 18 \end{pmatrix}$

iii. Se transpone la adjunta: $[Adj(A)]^t = \begin{pmatrix} 0 & -48 \\ -54 & 18 \end{pmatrix}$

iv. Se aplica la fórmula: $A^{-1} = \frac{1}{-2592} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -48 \\ -54 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & {}^{1}/_{54} \\ {}^{1}/_{48} & -{}^{1}/_{144} \end{pmatrix}$

c) **Calcula la matriz X que verifica la ecuación: $\frac{1}{8}XB = A$.**

RESOLUCIÓN

Para obtener la matriz X, se debe primeramente, despejar dicha matriz:

$$\frac{1}{8}X \cdot B = A \to X \cdot B = 8A \to X \cdot B \cdot B^{-1} = 8A \cdot B^{-1} \to X = 8A \cdot B^{-1}$$

Una vez despejada, se calcula la matriz X:

$$X = 8A \cdot B^{-1} \to X = 8 \cdot \begin{pmatrix} 18 & 18 \\ 18 & 18 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & {}^{1}/_{54} \\ {}^{1}/_{48} & -{}^{1}/_{144} \end{pmatrix} \to X = 8 \cdot \begin{pmatrix} {}^{3}/_{8} & {}^{5}/_{24} \\ {}^{3}/_{8} & {}^{5}/_{24} \end{pmatrix} \to X = \begin{pmatrix} 3 & {}^{5}/_{3} \\ 3 & {}^{5}/_{3} \end{pmatrix}$$

BLOQUE B. DESARROLLO
(El alumno debe contestar a UNO de los DOS problemas siguientes.)

Problema 2A. En un instituto de enseñanza secundaria, aprueban la asignatura de Biología 4 de cada 5 alumnos, las Matemáticas las aprueban 2 de cada 3 alumnos y 3 de cada 5 alumnos aprueban la asignatura de Lengua.

a) **Nombra los sucesos del experimento y determina las probabilidades de los mismos.**

RESOLUCIÓN

Dado que se tienen tres asignaturas (Biología, Matemáticas y Lengua), puede considerarse los siguientes sucesos:

- Suceso "*aprobar Biología*": B
- Suceso "*aprobar Matemáticas*": M
- Suceso "*aprobar Lengua*": L

Contando con esto, las probabilidades asociadas a cada suceso son:

- $P(B) = \frac{4}{5} = 0{,}8$
- $P(M) = \frac{2}{3} = 0{,}6667$
- $P(L) = \frac{3}{5} = 0{,}6$

CONCLUSIÓN

La probabilidad de aprobar Biología es de un 80%, la de aprobar Matemáticas es un 66,67%; y, Lengua, un 60%.

Elegido al azar un alumno matriculado de esas asignaturas en ese centro calcula la probabilidad de que:

b) **Suspenda esas tres asignaturas.**

RESOLUCIÓN

El suceso "*suspenda esas tres asignaturas*" (en adelante S_1) se refiere a suspender las tres materias a la vez; o, lo que es lo mismo:

$$S_1 = P(\bar{B} \cap \bar{M} \cap \bar{L})$$

Que se apruebe o suspenda una materia es independiente de que se apruebe o suspenda otra materia. Esto conlleva que el suceso se calculará de la siguiente manera:

$$S_1 = P(\bar{B} \cap \bar{M} \cap \bar{L}) = P(\bar{B}) \cdot P(\bar{M}) \cdot P(\bar{L})$$

Para obtener los respectivos sucesos $P(\bar{B})$, $P(\bar{M})$ y $P(\bar{L})$, es necesario calcular el suceso complementario a los sucesos B, M y L:

- $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$
- $P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - 0{,}6667 = 0{,}3333$
- $P(\bar{L}) = 1 - P(L) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

Ya con las probabilidades obtenidas, puede determinarse el suceso obtenido:

$$S_1 = P(\bar{B} \cap \bar{M} \cap \bar{L}) = P(\bar{B}) \cdot P(\bar{M}) \cdot P(\bar{L}) = 0{,}2 \cdot 0{,}3333 \cdot 0{,}4 = 0{,}0267 \cong 2{,}67\%$$

CONCLUSIÓN

La probabilidad de que alguien suspenda las tres asignaturas es de un 2,67%.

c) Suspenda solo una de ellas.

RESOLUCIÓN

El suceso "*suspenda solo una de ellas*" (en adelante suceso S_2) supone que hay que considerar todas las posibles combinaciones; o, lo que es lo mismo, que suspenda Biología y apruebe las demás; o bien que suspenda Matemáticas y aprueba las demás; o bien suspenda Lengua y apruebe las demás:

$$S_2 = P(\bar{B} \cap M \cap L) \cup P(B \cap \bar{M} \cap L) \cup P(B \cap M \cap \bar{L})$$

En base a esto, y considerando que, como se indicó en el apartado anterior, los sucesos son independientes, la probabilidad se calcularía de la siguiente manera:

$$S_2 = 0{,}2 \cdot 0{,}6667 \cdot 0{,}6 + 0{,}8 \cdot 0{,}3333 \cdot 0{,}6 + 0{,}8 \cdot 0{,}6667 \cdot 0{,}4 = 0{,}08 + 0{,}16 + 0{,}4267 = 0{,}6667 \cong 66{,}67\%$$

CONCLUSIÓN

La probabilidad de suspender solo una de ellas es de un 66,67%.

Problema 2B.- El tiempo medio de espera, en días, para un implante de prótesis de rodilla en el servicio de traumatología sigue una distribución normal con desviación típica de 12 días. Una muestra aleatoria de 37 pacientes intervenidos en dicho hospital proporcionó un intervalo de confianza de (41,49) días para el tiempo medio de espera. Calcula:

a) El error máximo de estimación y el tiempo medio de espera.

RESOLUCIÓN

Dado que se trata de una distribución normal (esto se sabe porque se indica explícitamente, y porque se da la desviación típica $\sigma = 12$), para obtener el error de estimación y el tiempo medio de espera, debe aplicarse el siguiente razonamiento:

Para obtener la media, se puede obtener como la media de la longitud (L) del intervalo:

$$\bar{x} = \frac{L}{2} \rightarrow E = \frac{41 + 49}{2} = 45$$

Ya con la media obtenida, puede calcularse el error. El error se puede obtener razonándolo a partir del intervalo de confianza:

$$IC = (\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (41{,}49) \rightarrow \begin{cases} \bar{x} - E = 41 \rightarrow 45 - E = 41 \\ \bar{x} + E = 49 \rightarrow 45 + E = 49 \end{cases} \rightarrow E = 4$$

CONCLUSIÓN

La media es de 45 días, con un error de estimación de $\pm$ 4 días.

b) El nivel de confianza.

RESOLUCIÓN

El nivel de confianza puede determinarse a partir del error. Para ello, debe despejarse, primeramente, el valor crítico:

$$E = z\alpha/_2 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 4 = z\alpha/_2 \cdot \frac{12}{\sqrt{37}} \rightarrow z\alpha/_2 = \frac{4}{\frac{12}{\sqrt{37}}} = 2{,}03$$

Ya habiendo obtenido el valor crítico, se puede consultar en la tabla de la distribución Normal, cuál es la probabilidad asociada a dicho valor crítico:

$$P(z = 2{,}03) = 0{,}9788$$

Finalmente, con el porcentaje (m) ya localizado, se aplica el siguiente cálculo para determinar el nivel de confianza ($1 - \alpha$) utilizado:

$$1 - \alpha = 1 - 2(1 - m) \rightarrow 1 - \alpha = 1 - 2(1 - 0{,}9788) \rightarrow 1 - \alpha = 0{,}9576 \cong 95{,}76\%$$

CONCLUSIÓN

El nivel de confianza utilizado fue de un 95,76%.

c) ¿Cuál sería el intervalo de confianza al 90% de confianza para el tiempo medio de espera?

RESOLUCIÓN

Para poder resolver el intervalo de confianza al 90%, es necesario, primeramente, determinar el valor crítico ($z\alpha/_2$) asociado al porcentaje indicado:

$$P\left(z_{\alpha/2} = t\right) = 1 - \frac{1 - 0{,}9}{2} = 0{,}95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}645$$

Ya con el valor crítico obtenido, se puede calcular el intervalo de confianza:

$$IC(\bar{x})_{0,9} = \left(45 \pm 1{,}645 \cdot \frac{12}{\sqrt{37}}\right) = (45 \pm 3{,}25) = (41{,}75; 48{,}25)$$

CONCLUSIÓN

El tiempo medio de espera estará comprendido entre 41,75 días, y 48,25 días, con una confianza del 90%.

BLOQUE C. CUESTIONES
El alumno debe contestar a 5 de las 8 cuestiones siguientes. Si contesta un número mayor de 5 sólo serán tenidas en cuenta las 5 primeras.

1. Dada una matriz A cuadrada, se dice que es antisimétrica si se cumple:
   a) Cualquier matriz cuadrada que no sea simétrica, es antisimétrica.
   b) La matriz A es igual a su matriz traspuesta, $A = A^T$
   c) Ninguna de las anteriores.

2. Dadas dos matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, el resultado de hacer $2A^T - 3B$:
   a) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$
   b) No es posible realizar las operaciones solicitadas.
   c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -9 \end{pmatrix}$

3. Dada la siguiente inecuación $4x - 5 + 3x \leq x - 4 + 3x$. Los puntos $x = 1$ y $x = 2$ son:
   a) Ambos valores son solución de la inecuación.
   b) Ninguno de los valores es solución de la inecuación.
   c) Ninguna de las anteriores.

4. ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim_{x \to 4^+} \left(\frac{4}{x^2 - 16} \right)$?
   a) ∞
   b) $-\infty$
   c) El límite no existe.

5. La función $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$ tiene un máximo en el punto:
   a) $x = 0$
   b) $x = -6$
   c) No tiene máximos en esos puntos.

6. Hallar $\int \left(3e^x + \left(\frac{1}{x} \right) \right) dx$:
   a) $3e^x + ln(x) + C$
   b) $3e^x + x^2 + C$
   c) No es posible calcular la integral.

7. De una urna con cuatro bolas blancas y dos negras se extraen al azar, sucesivamente y sin reemplazamiento dos bolas. La probabilidad de que las dos bolas extraídas sean negras es:
   a) 2/5
   b) 1/15
   c) 2/6

8. En una distribución, $N(\mu, \sigma)$ el intervalo característico correspondiente a una probabilidad $p = 1 - \alpha$ es $\left(\mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma, \mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma \right)$ por tanto, para el 95% el intervalo vendrá dado por:
   a) $(\mu - 0{,}05 \cdot \sigma, \mu + 0{,}05 \cdot \sigma)$
   b) $(\mu - 0{,}95 \cdot \sigma, \mu + 0{,}95 \cdot \sigma)$
   c) $(\mu - 1{,}96 \cdot \sigma, \mu + 1{,}96 \cdot \sigma)$

BLOQUE D. DESARROLLO Y COMPETENCIAS
(El alumno debe contestar al siguiente problema)

Problema 3. Una compañía tiene las siguientes funciones de ingresos y gastos, en euros, y donde x es la cantidad de unidades vendidas:

$$\boldsymbol{I(x) = 6x^4 + 6x^2 - 20x - 200}$$

$$\boldsymbol{G(x) = 6x^4 + 4x^2 + 200}$$

Determinar:

a) La función que define el beneficio anual en euros. ¿Cuándo el beneficio es nulo?

RESOLUCIÓN

La función de beneficios anuales (en adelante, $B(x)$) se obtiene como la diferencia entre los ingresos totales con los costes totales:

$$B(x) = I(x) - G(x) \rightarrow B(x) = 6x^4 + 6x^2 - 20x - 200 - (6x^4 + 4x^2 + 200) \rightarrow$$

$$\rightarrow B(x) = x^4 + 6x^2 - 20x - 200 - 6x^4 - 4x^2 - 200 \rightarrow B(x) = 2x^2 - 20x - 400$$

Ya con la función definida, para obtener el punto en el que el beneficio es nulo, se debe igualar a cero, y obtener sus raíces:

$$B(x) = 2x^2 - 20x - 400 = 0 \rightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{(-20)^2 - 4(2)(-400)}}{2(2)} = \frac{20 \pm 60}{4} = \begin{cases} x_1 = -10 \\ x_2 = 20 \end{cases}$$

Se han obtenido dos resultados; pero de ellos, $x = -10$ debe descartarse porque no tiene sentido para el problema debido a que x representa la cantidad de unidades vendidas; y, por lo tanto, debe ser al menos 0 ($x \geq 0$).

Así las cosas, el único resultado válido es $x = 20$.

CONCLUSIÓN

Para que el beneficio sea nulo, deben venderse 20 unidades.

b) Número de unidades vendidas que hace mínima la función de beneficio.

RESOLUCIÓN

Para determinar el número de unidades que minimiza el beneficio, deben aplicarse Condiciones de Segundo Orden. Para ello, debe obtenerse la primera derivada de la función e igualarla a cero para obtener puntos críticos (Condiciones de Primer Orden); y, sobre ello, derivar una segunda vez y reemplazar el punto crítico en dicha segunda derivada. Para que el valor de x se corresponda con un mínimo, la segunda derivada debe tener un resultado que sea positivo (debe ser cóncava):

$$B(x) = 2x^2 - 20x - 400 \rightarrow B'(x) = 4x - 20 = 0 \rightarrow x = 5$$

$$B''(x) = 4 \rightarrow B''(5) = 4 > 0 \rightarrow Mínimo$$

CONCLUSIÓN

El número de unidades vendidas que minimiza la función de beneficio es de 5 unidades.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento del beneficio.

RESOLUCIÓN

Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento del beneficio pueden deducirse a partir del mínimo obtenido en el apartado anterior.

Para que una función presente un mínimo, es necesario que la monotonía en el intervalo previo al mínimo sea decreciente; y, a la derecha, creciente.

Por otra parte, es necesario tener en cuenta que, si bien es cierto que el dominio de la función es $\mathbb{R}$ por tratarse de una función polinómica, el hecho de que x no pueda ser negativo indica que el dominio de la función quedará definido de como $Dom\ B(x) = [0, +\infty)$.

Finalmente, pueden determinarse cuáles son los intervalos pedidos:

- Intervalo de decrecimiento: $[0,5)$
- Intervalo de crecimiento: $(5, +\infty)$

CONCLUSIÓN

La función es decreciente en el intervalo $[0,5)$, y creciente en el intervalo $(5, +\infty)$.