PARTE 1: PRUEBA OBJETIVA

1. Una matriz A es diagonal si se cumple que:
   a) Todos los elementos de su diagonal principal son iguales
   b) Es cuadrada y los elementos no pertenecientes a la diagonal principal son todos iguales a 1.
   c) Ninguna de las anteriores.

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. El resultado de hacer $B \times A$ es:
   a) No es posible hacer $B \times A$
   b) La matriz nula
   c) Ninguna de las otras

3. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, y sabiendo que el producto $A \times B$ es $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, ¿cuál es el valor de x?

   a) $x = 2$
   b) $x = -2$
   c) Ninguna de las otras.

4. Dada la inecuación $-x + 3y - 3 \geq 1$. Un punto solución es:
   a) (0,1)
   b) (1,0)
   c) Ninguna de las otras.

5. ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim_{x \to 3^+} \frac{3}{x^2 - 9}$?
   a) $+\infty$
   b) El límite no existe.
   c) Ninguna de las otras:

6. La función $f(x) = \frac{x^3}{x^2+3}$ tiene:
   a) Asíntota oblicua.
   b) Asíntota vertical.
   c) Asíntota oblicua y asíntota vertical.

7. Dada la función $f(x) = \frac{x^3}{x^3+1}$, es:
   a) Decreciente en el intervalo $(0, +\infty)$
   b) Creciente en el intervalo $(0, +\infty)$
   c) Ninguna de las otras.

8. Hallar $\int \left(e^{4x} - \frac{e^x}{4}\right) dx$
    a) $\frac{e^{4x}}{4} - e^x + C$
    b) $\frac{e^{4x}+e^x}{4} + C$
    c) Ninguna de las anteriores

9. Si P es una probabilidad definida sobre el espacio muestral $E = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$, con $P(\omega_1) = 0,15$; $P(\omega_2) = 4P(\omega_4)$ y $P(\omega_4) = 3P(\omega_3)$, halla $P(\omega_3)$.
    a) $P(\omega_3) = 0,053125$
    a) $P(\omega_3) = 0,6375$
    b) Ninguna de las anteriores

10. Si A y B son dos sucesos de un espacio muestral E, con $P(A/B) = \frac{1}{2}P(B/A)$, entonces:
    a) Siempre que ocurre B, ocurre A.
    b) La probabilidad de B es el doble de la de A.
    c) Ninguna de las otras.

11. Si X es una variable aleatoria que sigue una distribución normal $N(\mu = 3, \sigma = 0'8)$, y se sabe que $P(X \geq a - 1) = 0'1056$ podemos afirmar que:
    a) $a = 1'5$
    b) $a = 5$
    c) Ninguna de las otras.

12. El intervalo de confianza para la media muestral viene dado por $IC = \left(\bar{X} \pm Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, podemos afirmar que el error máximo admisible viene dado por:
    a) $E = Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
    b) $E = Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma}{n}}$
    c) $E = Z_{\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

PARTE 2: PROBLEMAS

1. **Las ventas de un supermercado de refrescos y aperitivos durante junio, julio y agosto del pasado año están en la matriz A, y los precios de venta en euros están en la matriz B:**

$$A = \begin{array}{c} \\ \end{array}\begin{array}{ccc} \textit{Junio} & \textit{Julio} & \textit{Agosto} \\ \end{array}$$
$$A = \begin{pmatrix} 1500 & 2600 & 3650 \\ 750 & 800 & 900 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \textit{Refrescos} \\ \textit{Aperitivos} \end{array}; \quad B = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \textit{Refrescos} & \textit{Aperitivos} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2'0 & 3'5 \\ 1'5 & 3'0 \\ 1'0 & 2'5 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \textit{Junio} \\ \textit{Julio} \\ \textit{Agosto} \end{array}$$

a) **Multiplicar las matrices para obtener los ingresos por la venta de refrescos de los 3 meses. ¿Qué elemento de la matriz nos da esa información? ¿A cuánto ascienden los ingresos por la venta de aperitivos?**

b) **Multiplicar las matrices para obtener los ingresos de ventas totales por meses. ¿En qué mes se alcanzó el máximo de ingresos? ¿Qué elemento de la matriz nos da esta información?**

c) **¿Cuántos fueron los ingresos totales en los 3 meses?**

Solución:

a) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1.500 & 2.600 & 3.650 \\ 750 & 800 & 900 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2'0 & 3'5 \\ 1'5 & 3'0 \\ 1'0 & 2'5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10.550 & 22.175 \\ 3.600 & 7.275 \end{pmatrix}$

La información se obtiene a través de la diagonal principal. El ingreso por la venta de refrescos será 10.550€; mientras que, el ingreso por la venta de aperitivos asciende a 7.275€.

b) $B \cdot A = \begin{pmatrix} 2'0 & 3'5 \\ 1'5 & 3'0 \\ 1'0 & 2'5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1500 & 2600 & 3650 \\ 750 & 800 & 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.625 & 8.000 & 10.450 \\ 4.500 & 6.300 & 8.175 \\ 3.000 & 4.600 & 5.900 \end{pmatrix}$

La información se obtiene a través de la diagonal principal. El máximo ingreso se logró en julio, ingresándose 6.300€.

c) El ingreso por las ventas totales durante los tres meses se obtiene como la suma de los elementos de la diagonal principal: $5.625 + 6.300 + 5.900 = 17.825$€

2. Encontrar la función cuya segunda derivada es $-12x$, y cuya gráfica presenta un mínimo en el punto $(-2, 0)$.

<u>Solución:</u>

Como se indica que la función tiene un mínimo en el punto $(-2,0)$, esto implica que $f'(-2) = 0$. Por otra parte, como se da la segunda derivada ($f''(x)$), es necesario obtener su integral para conseguir $f'(x)$:

$$f'(x) = \int -12x dx = -6x^2 + C_1$$

Así pues $-6(-2)^2 + C_1 = 0 \rightarrow C_1 = 24$; y, por lo tanto, la primera derivada será:

$$f'(x) = -6x^2 + 24$$

En base a esto, el siguiente punto es hallar la integral de la función antes despejada:

$$f(x) = \int (-6x^2 + 24) dx = -2x^3 + 24x + C_2$$

Como la función pasa por el punto $(-2,0)$, entonces esto supone que $f(-2) = 0$; y, por tanto:

$$f(-2) = -2(-2)^3 + 24(-2) + C_2 = 0 \rightarrow 16 - 48 + C_2 = 0 \rightarrow C_2 = 32$$

Así pues, la función que se pide será la siguiente;

$$f(x) = -2x^3 + 24x + 32$$

3. Se dispone de un dado tetraédrico trucado con cuatro caras con puntuaciones 1, 2, 3, 4, de modo que $P(4) = 4P(1), P(3) = 3P(1), P(2) = 2P(1)$, en donde $P(4)$ indica la probabilidad de obtener la puntuación 4 y así sucesivamente.

Se dispone también de dos urnas con las siguientes composiciones:
U_1: 1 bola roja y 2 bolas verdes;
U_2: 2 bolas rojas y 3 bolas verdes;

Se lanza el dado. Si sale un número par extraemos una bola de la urna U_1. Si sale impar extraemos una bola de la urna U_2. Se pide:

a) Determinar las probabilidades de los sucesos elementales que presentan al lanzar el dado de cuatro caras.

b) Se lanza el dado y a continuación extraemos una bola de la urna que corresponda. Halla la probabilidad de que sea de color verde.

Solución:

a) Para obtener las probabilidades de cada cara, primero se plantea la relación entre ellas:

$$\left.\begin{array}{r} P(4) = 4P(1) \\ P(3) = 3P(1) \\ P(2) = 2P(1) \\ P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1 \end{array}\right\} \rightarrow P(1) + 2(P1) + 3P(1) + 4P(1) = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 10P(1) = 1 \rightarrow P(1) = \frac{1}{10} = 0'1$$

En base esto, el resto de probabilidades serán:

$$P(2) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0'2; P(3) = \frac{3}{10} = 0'3; P(4) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0'4$$

La probabilidad de sacar 1 es de un 10%, de sacar 2 es de un 20%, de sacar 3 es de un 30%, y de sacar 4 es de un 40%.

b) Para obtener la probabilidad de sacar una bola verde ($P(V)$) se aplicará el Teorema de Probabilidad Total. En primer lugar, es necesario determinar la probabilidad de cada una de las urnas. Para ello, se calculará cuál es la probabilidad de obtener par e impar, respectivamente:

Para la urna 1: $P(U_1) = P(par) = P(2) + P(4) = 0'2 + 0'4 = 0'6$
Para la urna 2: $P(U_2) = P(impar) = 1 - P(par) = 1 - 0'6 = 0'4$

Por otra parte, es necesario definir la probabilidad para cada uno de los colores, en función cada una de las urnas:

Para la urna 1: $P(R/U_1) = \frac{1}{3} \cong 0'33; P(V/U_1) = \frac{2}{3} \cong 0'67$
Para la urna 2: $P(R/U_2\ ) = \frac{2}{5} = 0'4; P(V/U_2) = \frac{3}{5} = 0'6$

Así pues, con todo lo anterior, la probabilidad de sacar una bola verde será:

$$P(V) = P(V \cap U_1) + P(V \cap U_2) = 0'6 \cdot 0'67 + 0'4 \cdot 0'6 = 0'64$$

La probabilidad de sacar una bola verde es de un 64%.