



### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

#### OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** Calificación máxima: 3 puntos.

a) (1 punto) Calcular los límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{4 + e^{-(x+1)}} \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{4 + e^{-(x+1)}}$$

b) (1 punto) Calcular la integral  $\int_0^1 \frac{x}{1+3x^2} dx$ .

c) (1 punto) Hallar el dominio de definición de la función  $f(x) = \sqrt{x^2 - 9x + 14}$ . Hallar el conjunto de puntos en los que la función  $f$  tiene derivada.

**Ejercicio 2.** Calificación máxima: 3 puntos.

Dados los planos

$$\pi_1 \equiv 2x + 3y + z - 1 = 0, \quad \pi_2 \equiv 2x + y - 3z - 1 = 0,$$

y la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z+2}{2},$$

se pide:

- (1 punto) El punto o puntos de  $r$  que equidistan de  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .
- (1 punto) El volumen del tetraedro que  $\pi_1$  forma con los planos coordenados  $XY$ ,  $XZ$  e  $YZ$ .
- (1 punto) La proyección ortogonal de  $r$  sobre el plano  $\pi_2$ .

**Ejercicio 3.** Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & a \\ 2 & 0 & -a \\ a+2 & 0 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro  $a$ .

**Ejercicio 4.** Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz

$$M = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} x & \operatorname{cos} x & 0 \\ \operatorname{cos} x & -\operatorname{sen} x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

se pide:

- (0,5 puntos) Calcular el determinante de la matriz  $M$ .
- (1 punto) Hallar la matriz  $M^2$ .
- (0,5 puntos) Hallar la matriz  $M^{25}$ .

OPCIÓN B

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dado el punto  $P(0, 1, 1)$  y las rectas:

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}, \quad s \equiv \begin{cases} x=0, \\ y=0, \end{cases}$$

se pide:

- (1'5 puntos) Determinar las coordenadas del punto simétrico de  $P$  respecto a  $r$ .
- (1'5 puntos) Determinar la recta que pasa por el punto  $P$ , tiene dirección perpendicular a la recta  $r$  y corta a la recta  $s$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 2x + 4y = 4k, \\ -k^3x + k^2y + kz = 0, \\ x + ky = k^2, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Discutirlo en función del valor del parámetro  $k$ .
- (0'5 puntos) Resolver el sistema para  $k = 1$ .
- (0'5 puntos) Resolver el sistema para  $k = 2$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/x}, & \text{si } x < 0, \\ k, & \text{si } x = 0, \\ \frac{\cos x - 1}{\sin x}, & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

hallar el valor de  $k$  para que  $f$  sea continua en  $x = 0$ . Justificar la respuesta.

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

- (1 punto) Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de  $f(x) = -\sin x$  y el eje  $OX$  entre las abscisas  $x = 0$  y  $x = 2\pi$ .
- (1 punto) Hallar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la gráfica de  $f(x) = -\sin x$  alrededor del eje  $OX$  entre las abscisas  $x = 0$  y  $x = 2\pi$ .