

Matemáticas aplicadas a las CCSS, examen de septiembre, curso 2018-19

PARTE 1: PRUEBA OBJETIVA

1. ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim_{x \rightarrow 5^+} \left(\frac{5}{x^2 - 25} \right)$?

- a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) El límite no existe

2. Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$. La función es:

- a) **Creciente en el intervalo $(0, +\infty)$**
b) Decreciente en el intervalo $(0, +\infty)$
c) Ninguna de las anteriores.

3. Hallar $\int \frac{e^x}{7} + e^{7x} dx$

- a) $e^x + e^{7x} + c$ **b) $\frac{1}{7}e^x + \frac{1}{7}e^{7x} + c$** c) No es posible calcular la integral

4. A la vista de la siguiente tabla de contingencia sobre hábitos de lectura de la población, podemos afirmar:

	Lee en papel	No lee en papel	
Lee en digital	25	20	45
No lee en digital	40	15	55
	65	35	100

- a) El 45% de los encuestados lee en ambos formatos.
b) El 35% de los encuestados no lee en formato digital.
c) El 65% de los encuestados lee en papel.

5. Si el error máximo admisible, E , para una muestra de tamaño n viene dado por

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

podemos afirmar que:

- a) Cuanto mayor es el tamaño de la muestra, menor es el error E .**
b) Cuanto menor es el tamaño de la muestra, menor es el error E .
c) Cuanto mayor es el tamaño de la muestra, mayor es el error E .

6. La traspuesta de la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ es:

- a) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ c) La matriz A no tiene traspuesta

7. La matriz identidad I cumple que:

- a) Los elementos no pertenecientes a la diagonal principal son todos iguales a 1.
b) Los elementos de la diagonal principal son 1.
c) Todas las respuestas anteriores son correctas.

8. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, el resultado $B \times A$ es

- a) $\begin{pmatrix} 12 & 9 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ b) No es posible realizar el producto $B \times A$ c) $\begin{pmatrix} 7 & -7 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -8 & 8 \end{pmatrix}$

9. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ 1 \end{pmatrix}$, y sabiendo que el producto de matrices $A \times B$ es $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, ¿cuál es el valor de x ?

- a) 0** b) 1 c) No existe solución

10. Dada la inecuación $7y + 5x - 50 \leq 5$. Un punto solución es:

- a) (7,5) b) (5,7) **c) Ninguno de los anteriores**

PARTE 2: PROBLEMAS

1. El ayuntamiento va a imprimir postales de la ciudad para ofrecer en sus oficinas de turismo. Sabiendo que quieren que tenga la máxima superficie y que el perímetro tiene que ser igual a 40, hallar las medias en alto y ancho de la postal y la superficie de la misma.

Este ejercicio se trata de un problema de optimización. En el enunciado no se especifica si la postal es cuadrada o rectangular, por lo que lo más correcto sería plantearlo como si se tratase de un rectángulo. Dado que lo que se busca es maximizar la superficie de la postal, la función objetivo será la siguiente:

$$\mathbf{Max S(x, y) = x \cdot y}$$

Por otra parte, se da la indicación de que el perímetro de la postal tiene que ser de 40¹. Dado que se ha asumido que es rectangular, su perímetro vendría definido por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{P = 2x + 2y = 40}$$

Una vez se tienen las dos ecuaciones, en primer lugar se simplificará la ecuación del perímetro; y después, se despejará la variable y .

$$\mathbf{2x + 2y = 40 \rightarrow x + y = 20 \rightarrow y = 20 - x}$$

A continuación, se reemplazará el despeje previo en la función objetivo, y se aplicarán Condiciones de Primer Orden ($f'(x) = 0$) para obtener los puntos críticos de x :

$$\left. \begin{array}{l} S(x, y) = x \cdot y \\ y = 20 - x \end{array} \right\} \rightarrow S(x) = x(20 - x) = 20x - x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow S'(x) = 20 - 2x = 0 \rightarrow -2x = -20 \rightarrow x = 10$$

¹ No se especifican las unidades de la postal (metros, centímetros, etc.), por lo que se tomará como unidad de medición la palabra “unidad”.

Seguidamente, se sustituye la x despejada en el paso anterior en la ecuación del Perímetro, y con ello se obtendrá la medida de la variable y .

$$\left. \begin{array}{l} x = 10 \\ y = 20 - x \end{array} \right\} \rightarrow y = 20 - 10 \rightarrow y = 10$$

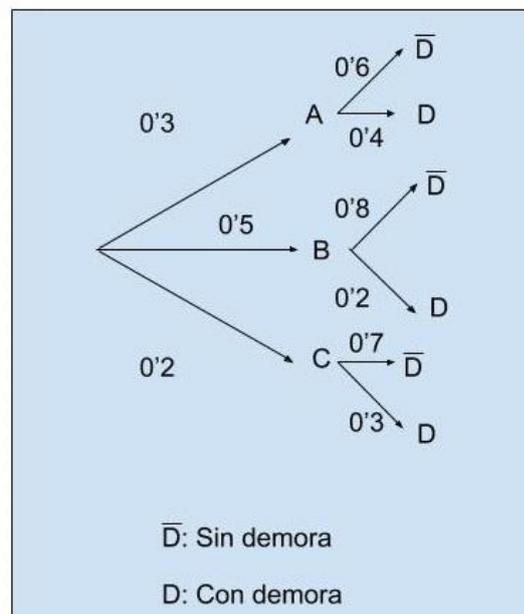
Finalmente, dado que en el problema se pide calcular también la superficie de la postal

$$\left. \begin{array}{l} S(x, y) = x \cdot y \\ x = 10 \\ y = 10 \end{array} \right\} S(10, 10) = 10 \cdot 10 = 100u^2$$

2. Una empresa de venta online emplea tres compañías para la distribución de sus mercancías. La probabilidad de que un envío sea asignado a la empresa A es 0'3; de que sea asignado a la empresa B es 0'5; y de que sea asignado a la empresa C, es 0'2. La probabilidad de que la entrega del envío realizado por la empresa A llegue sin demora es 0'6; para la empresa B esta probabilidad es 0'8; y para la empresa C, es 0'7.

a) Calcúlese la probabilidad de la empresa haga una entrega sin demora.

Para poder solucionar este problema, en primer lugar es necesario plasmar los datos en un árbol:



Como se puede calcular la probabilidad de que un paquete llegue sin demora, es necesario tener en cuenta todas las posibilidades (empresa A y sin demora, empresa B y sin demora, y empresa C y sin demora). Así pues, esto se calcularía de la siguiente manera

$$\begin{aligned}P(A \cap D^c) &= P(A \cap D^c) \cup P(B \cap D^c) \cup P(C \cap D^c) = \\ &= 0'3 \cdot 0.6 + 0'5 \cdot 0'8 + 0'2 \cdot 0'7 = 0'72\end{aligned}$$

La probabilidad de que un paquete llegue sin demora es del 72%

- b) Sabiendo que una entrega se ha realizado sin demora, determinar la probabilidad de la haya hecho la empresa A.

En este apartado, el cálculo que se hará es una probabilidad condicionada. Ello se vería reflejado de la siguiente manera:

$$P(A/D^c) = \frac{P(A \cap D^c)}{P(D^c)} = \frac{P(A) \cdot P(D^c/A)}{P(D^c)} = \frac{0'3 \cdot 0'6}{0'72} = 0'25$$

Sabiendo que un paquete llegó sin demora, la probabilidad de que fuera entregado por la empresa A es de un 25%