INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

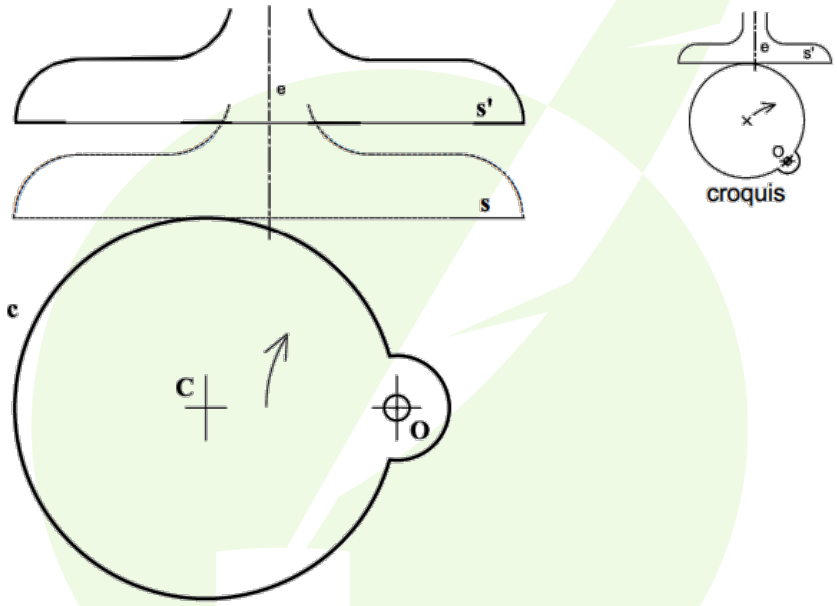
Después de leer atentamente el examen, responda gráficamente a las preguntas 1, 2, 3 (con posibilidad de elección) y 4 (obligatoria).

TIEMPO: 90 minutos.

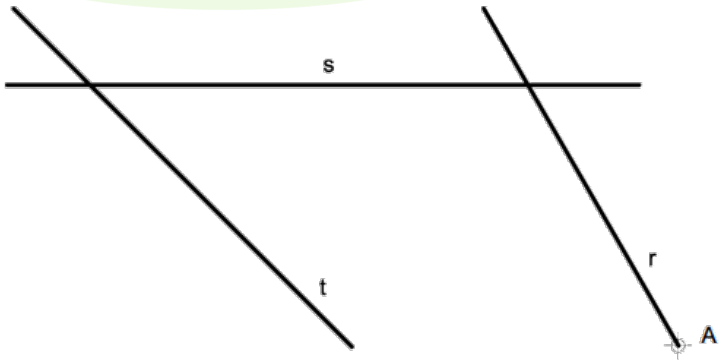
CALIFICACIÓN: Cada una de las preguntas se calificará sobre 2,5 puntos. Las respuestas se deben delinear a lápiz, debiendo dejarse todas las construcciones que sean necesarias. La explicación razonada (justificando las construcciones) deberá realizarse, cuando se pida, junto a la resolución gráfica.

Pregunta 1.- (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas (1.1 o 1.2).

1.1.- En el mecanismo de la figura, se desea calcular el ángulo que debe girar la excéntrica, c, alrededor del punto O, para que el seguidor s, que se desplaza axialmente manteniendo su eje e, se encuentre en la posición s' (ver croquis). Represéntese la excéntrica en esta posición, indicando el punto de tangencia en s'.



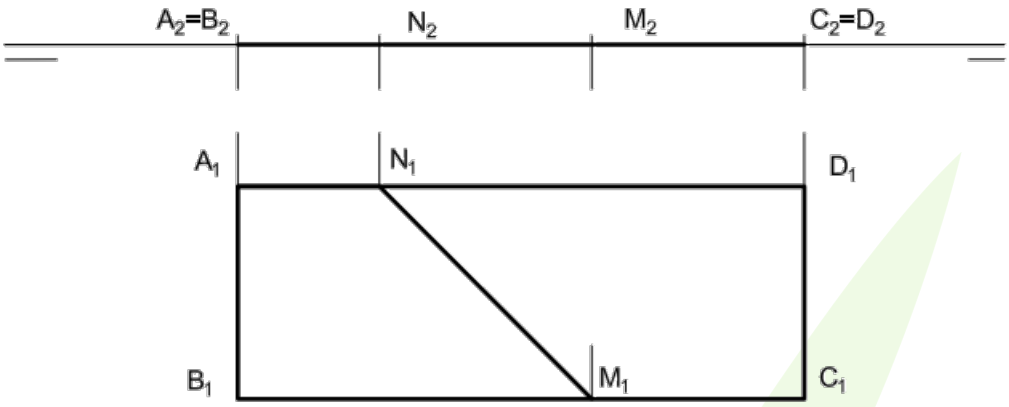
1.2.- Se lanza un proyectil desde el punto A con trayectoria parabólica tangente a la recta r. Si la altura máxima que alcanza el objeto viene dada por la recta s, determinar el impacto sobre la recta t.



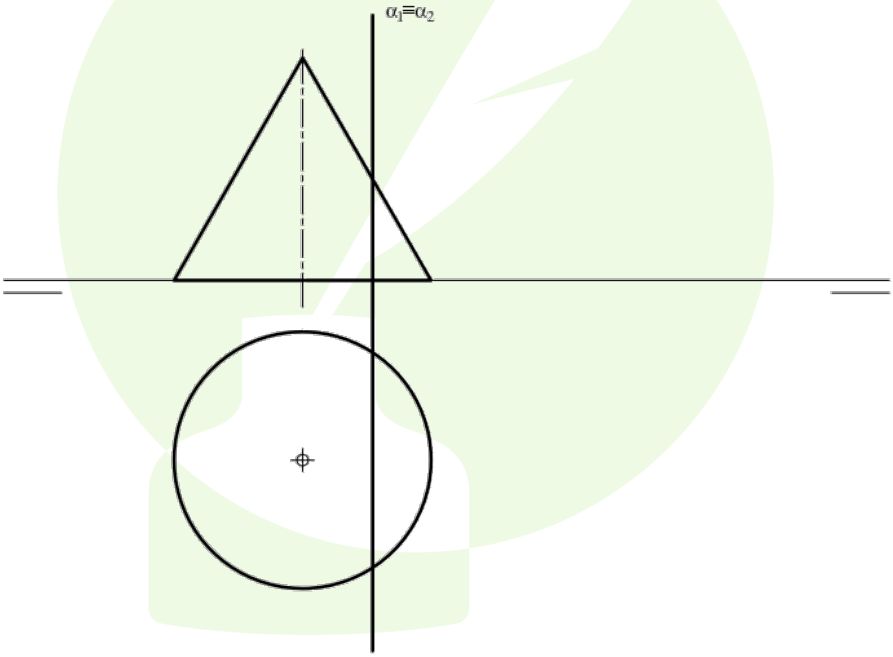
© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

Pregunta 2.- (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas (2.1 o 2.2).

2.1.- Una pletina rectangular ABCD se dobla 90º alrededor de una arista MN, permaneciendo inmutable la porción ABMN. Represéntese la misma después del doblado. Justificar razonadamente la construcción empleada.



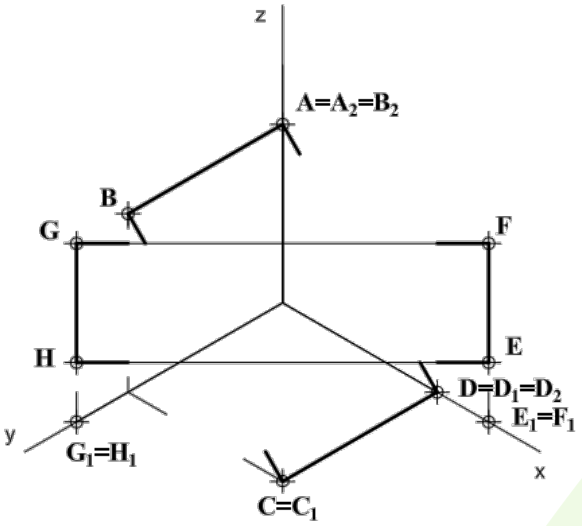
2.2.- Hallar 5 puntos de la intersección del plano a con el cono recto y dibujar la curva cónica aproximada. Indicar el tipo de curva cónica resultante.



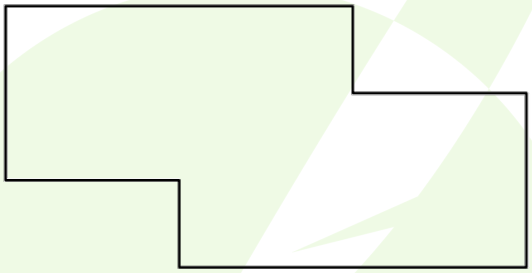
Pregunta 3.- (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas (3.1 o 3.2).

3.1.- Representar las formas planas ABCD y EFGH, calculando su intersección y diferenciando partes vistas y ocultas.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES



3.2.- La figura representa la planta de una nave. Determinar la cubierta sabiendo que todos los faldones tienen la misma pendiente y los aleros la misma altura.

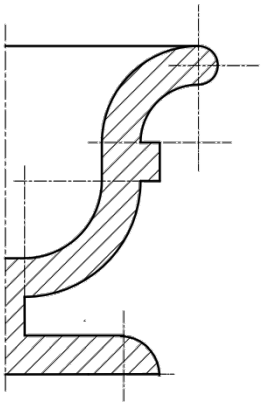


Pregunta 4.- (2,5 puntos)

En unas excavaciones arqueológicas se ha encontrado una vasija que se corresponde con un cuerpo de revolución.

a) Completar la figura dada, que corresponde a la representación de dicha vasija con un corte a un cuarto añadiendo, sin seccionar, la parte que falta a la izquierda.

b) Acótese según normativa para su correcta definición dimensional.

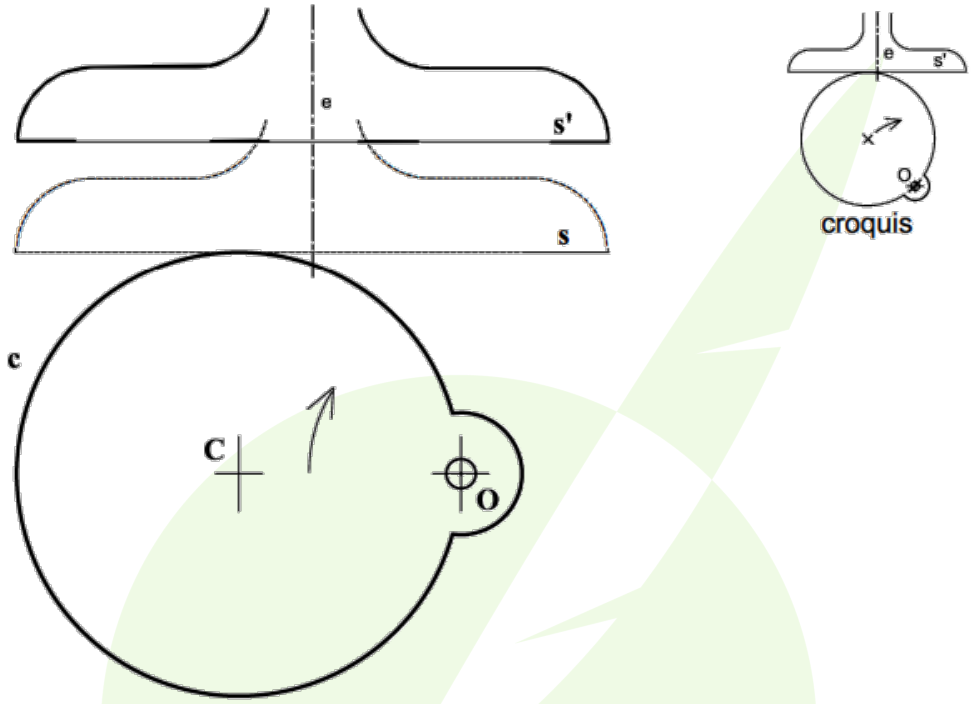


© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

SOLUCIONES

Pregunta 1.- (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas (1.1 o 1.2).

1.1.- En el mecanismo de la figura, se desea calcular el ángulo que debe girar la excéntrica, c, alrededor del punto O, para que el seguidor s, que se desplaza axialmente manteniendo su eje e, se encuentre en la posición s' (ver croquis). Represéntese la excéntrica en esta posición, indicando el punto de tangencia en s'.

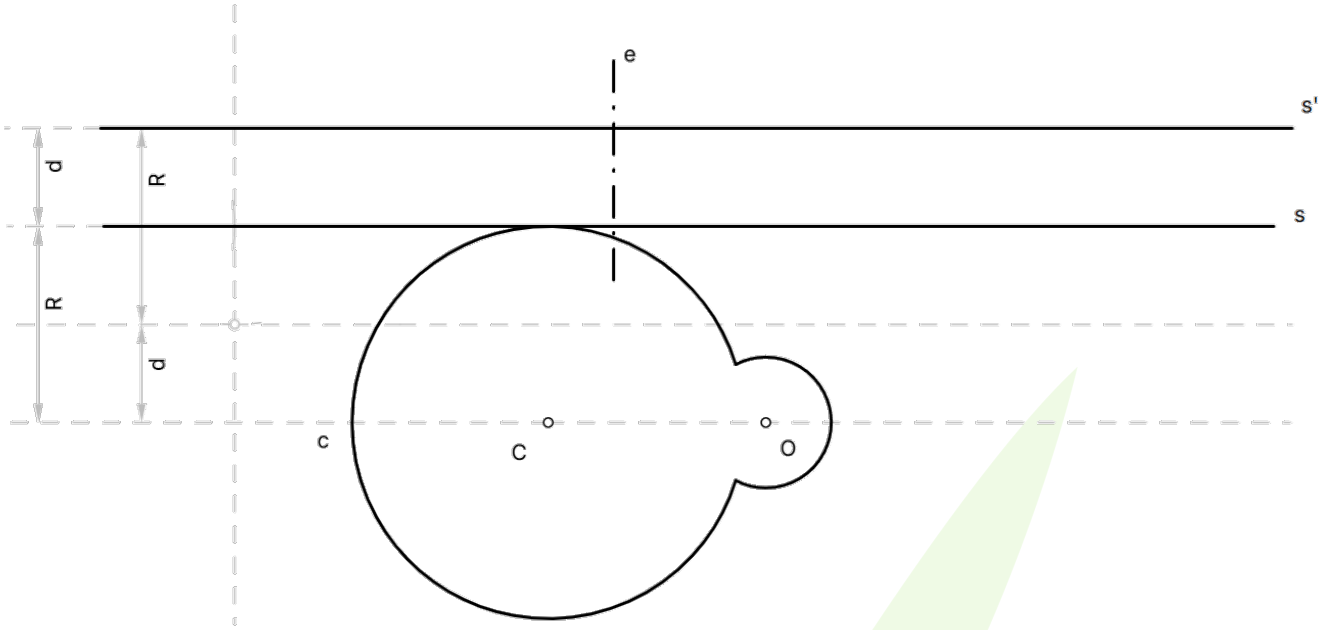


SOLUCIÓN:

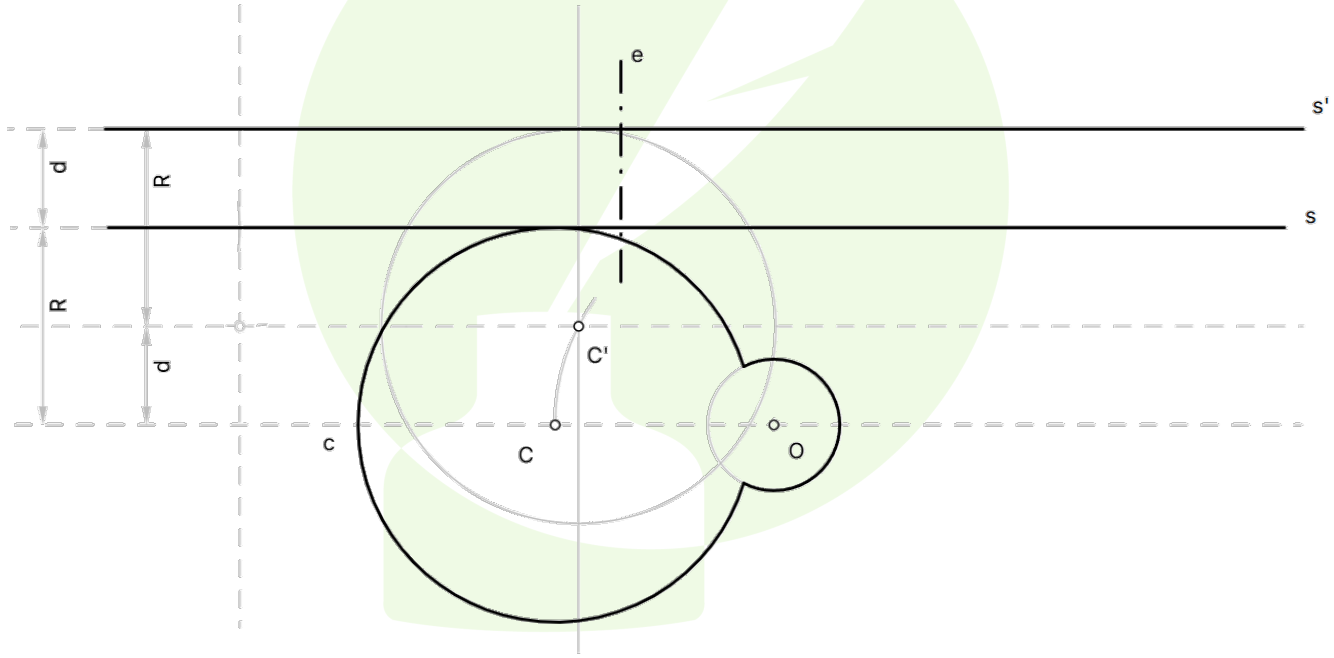
Básicamente se nos pide rotar la circunferencia con centro en **C** tangente a **s** respecto al centro de rotación **O**, de forma que la circunferencia rotada con centro en **C'** sea tangente a **s'**. Esto se deduce del croquis de la figura. También tenemos que rotar la circunferencia de centro **O**, pero al ser concéntrica con el centro de rotación, la circunferencia rotada será ella misma.

Sea **R** el radio de la circunferencia con centro en el punto **C**, y sea **d** la distancia entre las rectas paralelas **s** y **s'**. Si se quiere que la circunferencia con centro en **C'** sea tangente a la recta **s'**, entonces la distancia entre **s'** y **C'** debe ser igual a **R**, y la distancia vertical entre **C'** y **C** debe ser **d**. Es decir:

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

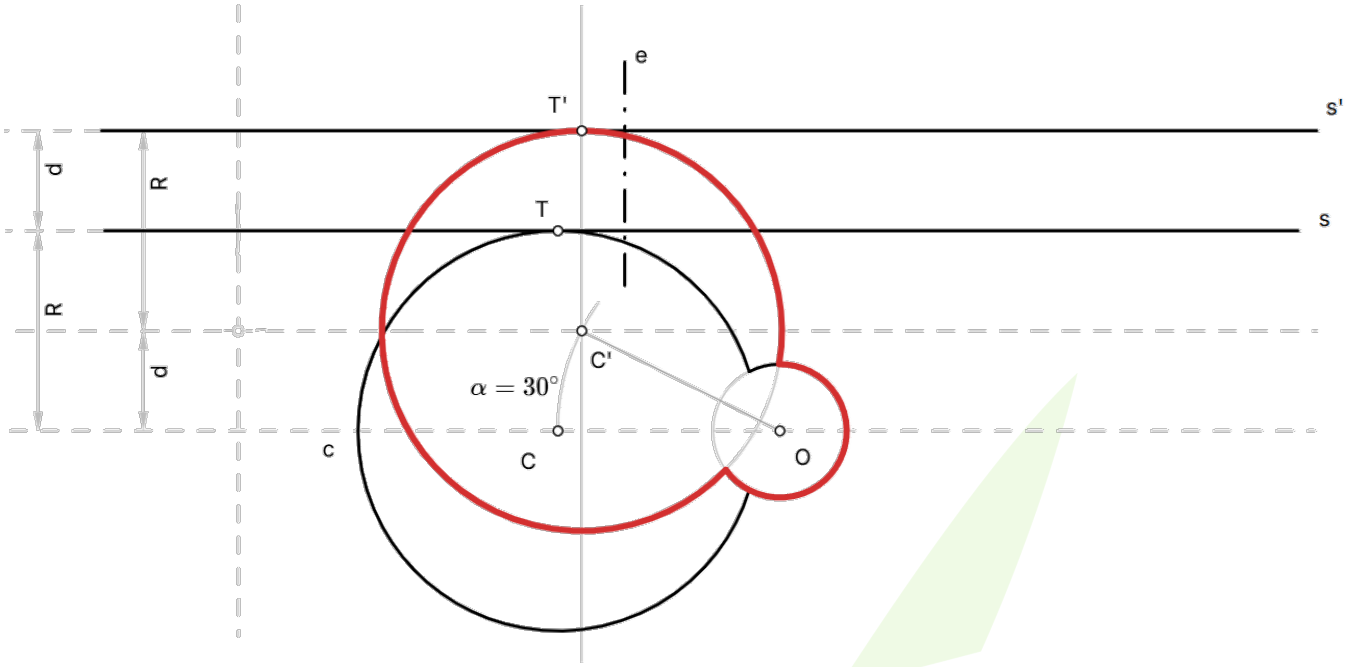


A continuación, rotamos el punto **C** respecto al centro de rotación **O** hasta que corte con la recta horizontal paralela a **s** y a **s'** a una distancia **d** del punto **C**. El resultado es el punto **C'**, centro de la circunferencia rotada, que tiene también radio **R**. Dijimos que la rotación de la circunferencia pequeña de centro **O** es ella misma. Es decir:

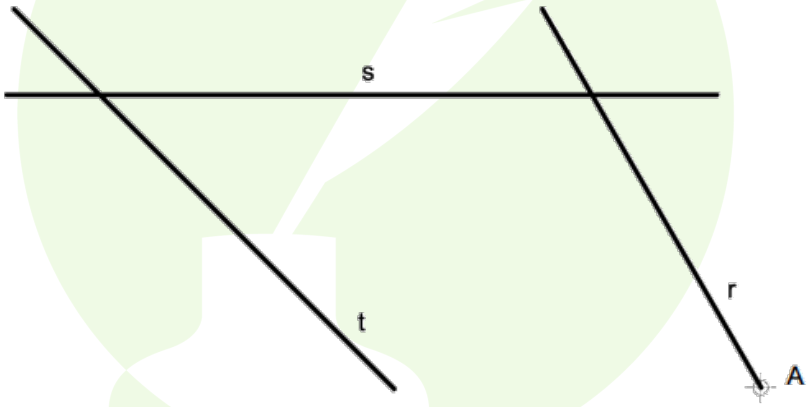


Finalmente, queda resaltar la solución, que es la circunferencia de centro **C'** y radio **R**, y la circunferencia de centro **O**. Si medimos el ángulo de rotación, es decir, el ángulo que forman los segmentos **OC** y **OC'**, con ayuda de un transportador de ángulos, veremos que es de 30º.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES



1.2.- Se lanza un proyectil desde el punto A con trayectoria parabólica tangente a la recta r. Si la altura máxima que alcanza el objeto viene dada por la recta s, determinar el impacto sobre la recta t.



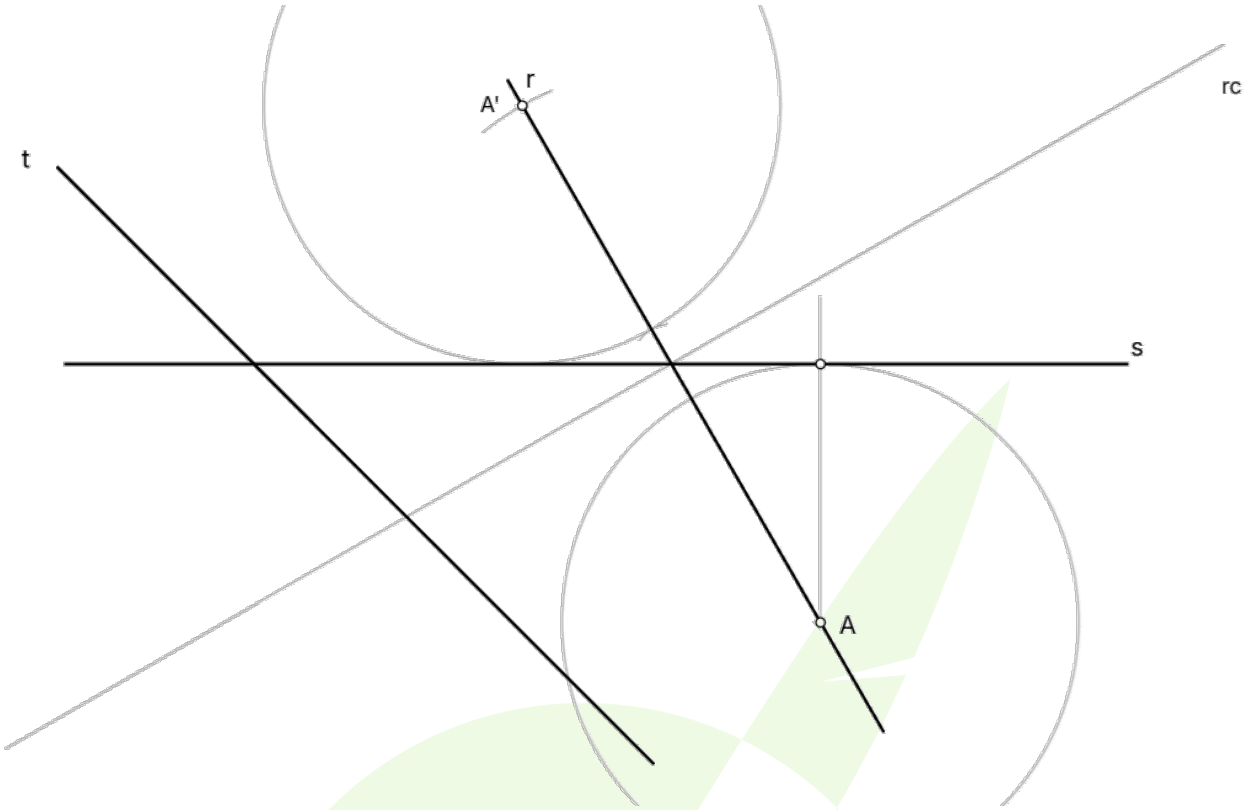
SOLUCIÓN:

Se nos pide hallar la **parábola** tangente a la recta **r** en el punto **A** y tangente a la recta **s**, donde se encuentra el **vértice** de la parábola. Si la trayectoria parabólica alcanza su punto más alto en la recta **s**, entonces el vértice se encuentra en esta recta. Esta parábola corta con la recta **t** en el punto de impacto **I**, que es el punto que se desea averiguar.

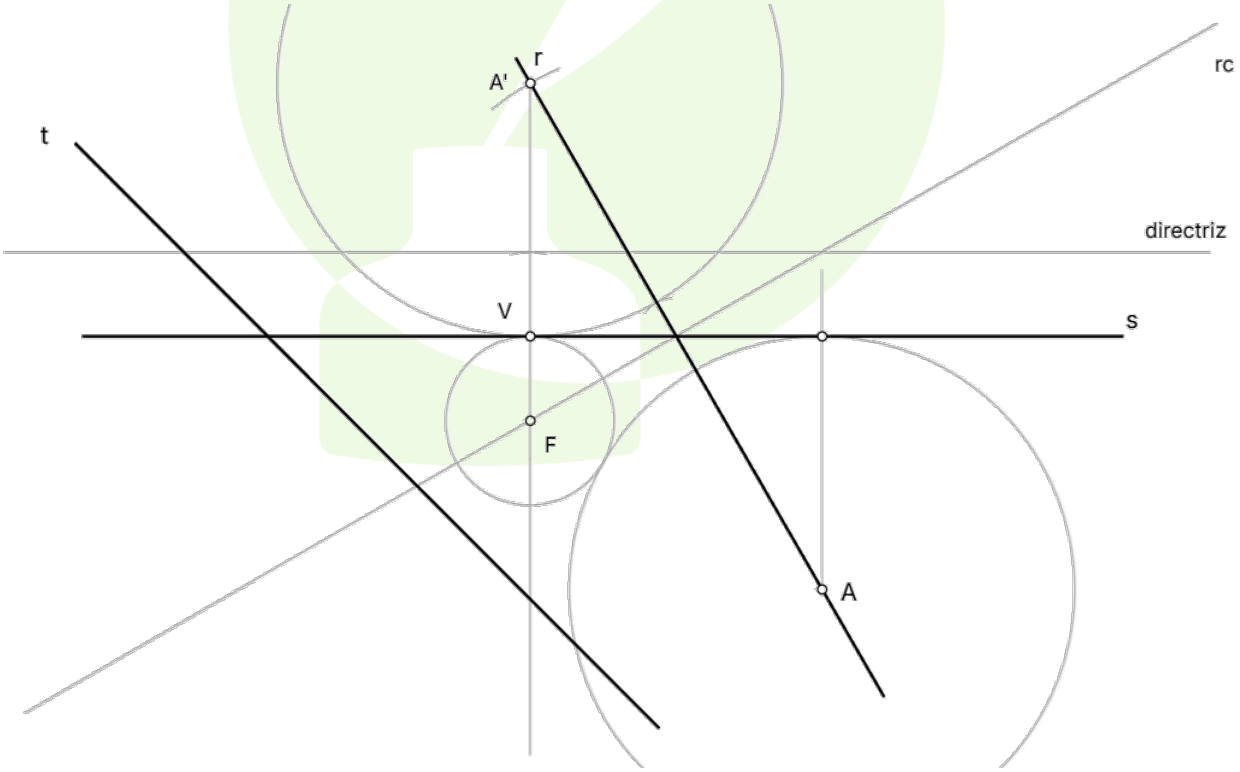
Comenzamos trazando una perpendicular a **s** que pase por el punto de tangencia **A**, y trazamos una circunferencia con centro y **A** tangente a la recta **s**.

A continuación, trazamos una perpendicular a la recta **r** que pase por el punto de intersección entre las rectas **r** y **s**. Esta recta la llamaremos **recta de centros**. A su vez, obtenemos la circunferencia simétrica a la anterior respecto al eje de simetría definido por la recta de centros, cuyo centro será el punto **A'**.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

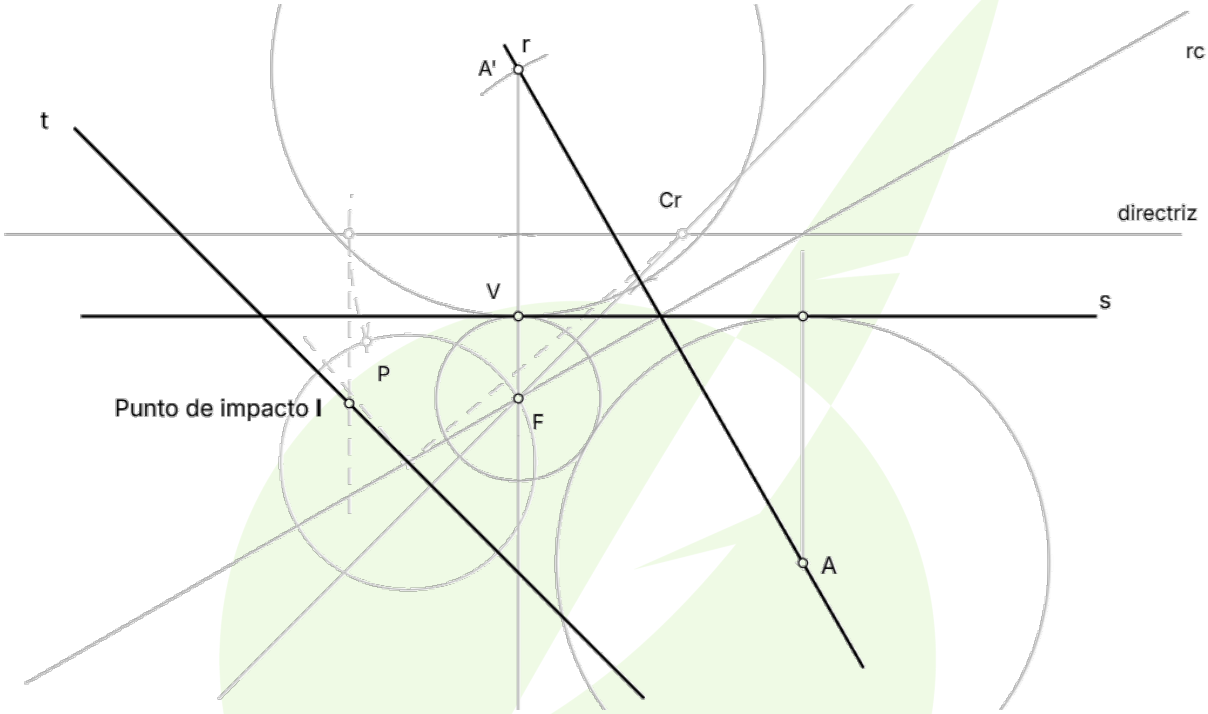


El siguiente paso consiste en trazar una perpendicular a la recta **s** que pase por el punto **A'** hallado en el paso anterior, que llegue a cortar con la recta de centros. La intersección entre esta perpendicular y la recta de centros es justamente el **foco** de la parábola deseada. Por tanto, el **vértice** de la parábola se encontrará en el punto de intersección entre la perpendicular y la recta **s**. Finalmente, la **directriz** de la parábola será la recta paralela a **s** que se encuentra a una distancia igual a la del segmento **FV** de **s**.



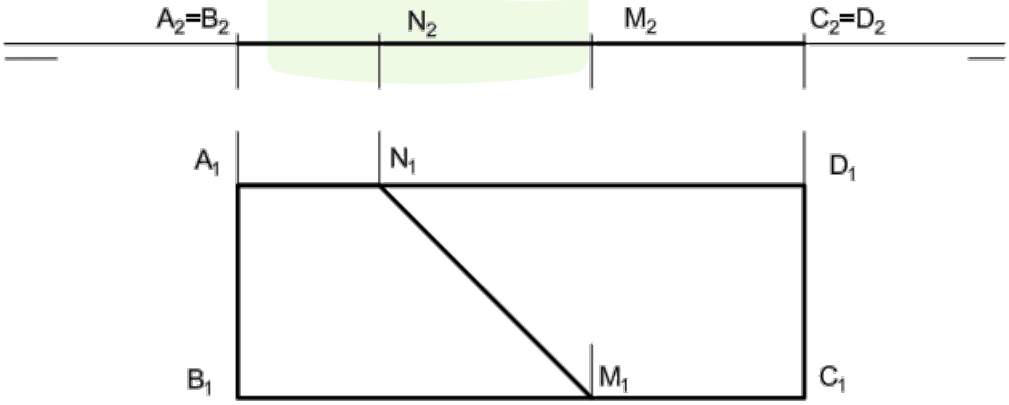
© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

Conocidos el foco **F**, la directriz y el punto de tangencia **A**, tenemos que sacar el punto de impacto **I** de la parábola con la recta **t**. Para ello, trazamos una perpendicular a la recta **t** que pase por el foco **F**, que llegue a cortar con la directriz de la parábola. Ese punto de intersección es el **centro radical** (Cr) con el que podremos encontrar el punto de impacto **I**. Trazamos una circunferencia con centro en el punto de intersección entre la recta de centros y la recta **t**, y que pase por el foco **F** de la parábola. Hallamos el punto **P** de tangencia de esta circunferencia respecto a la recta que pasa por **Cr**. Pinchamos el compás en **Cr** y lo abrimos hasta **P**, y trazamos un arco de circunferencia hasta la directriz. Desde este punto de intersección con la directriz, trazamos una perpendicular que corte con la recta **t**, y ya tenemos el punto de impacto **I**. Como vemos, no ha sido necesario trazar la curva parabólica para resolver el ejercicio. Conociendo el foco y la directriz, la parábola queda totalmente determinada.



Pregunta 2.- (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas (2.1 o 2.2).

2.1.- Una pletina rectangular ABCD se dobla 90º alrededor de una arista MN, permaneciendo inmutable la porción ABMN. Represéntese la misma después del doblado. Justificar razonadamente la construcción empleada.

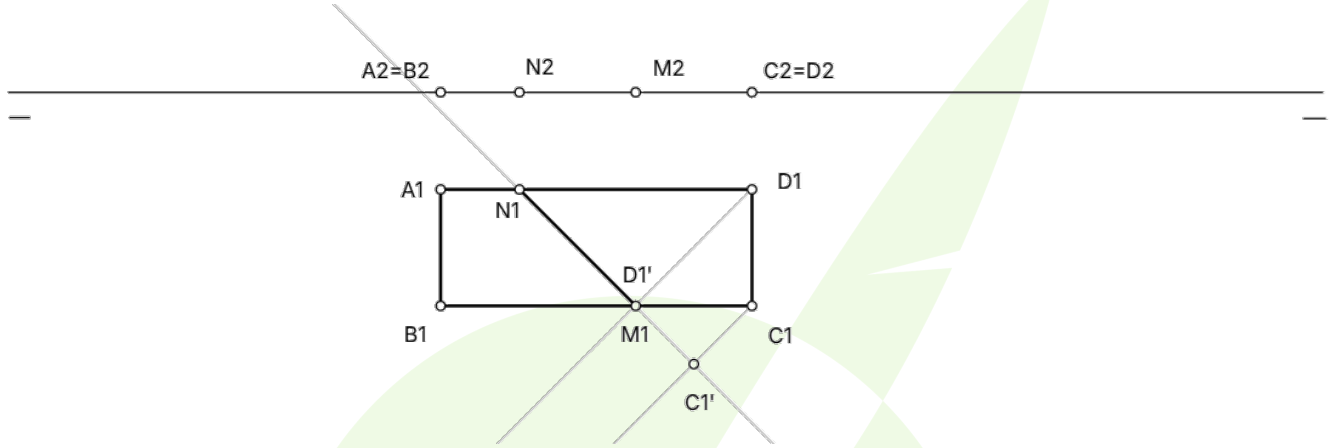


© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

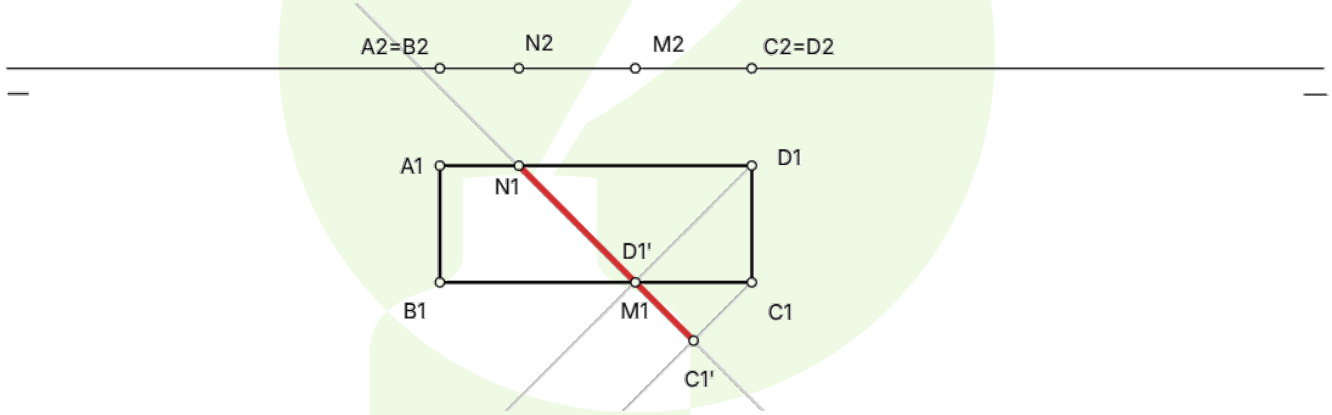
SOLUCIÓN:

Vamos a doblar el polígono **N1-D1-C1-M1** un ángulo de 90º respecto al eje **N1-M1**. La figura se encuentra representada en **planta** (zona inferior a la Línea de Tierra), y en **alzado** (zona superior a la Línea de Tierra). Por lo tanto, la Línea de Tierra representa el plano sobre el que está apoyada la pletina rectangular. En la planta, el polígono **N1-D1-C1-M1** rotado quedaría perpendicular al plano del papel (una recta), mientras que en el alzado el polígono **N2-D2-C2-M2** rotado quedaría paralelo al plano del papel.

Para efectuar la rotación de los puntos **C1** y **D1**, se trazan perpendiculares al eje de rotación **N1-M1** que pasen por estos puntos. Así obtenemos la posición de los puntos **C1'** y **D1'**, resultado de la rotación de los puntos **C1** y **D1**.

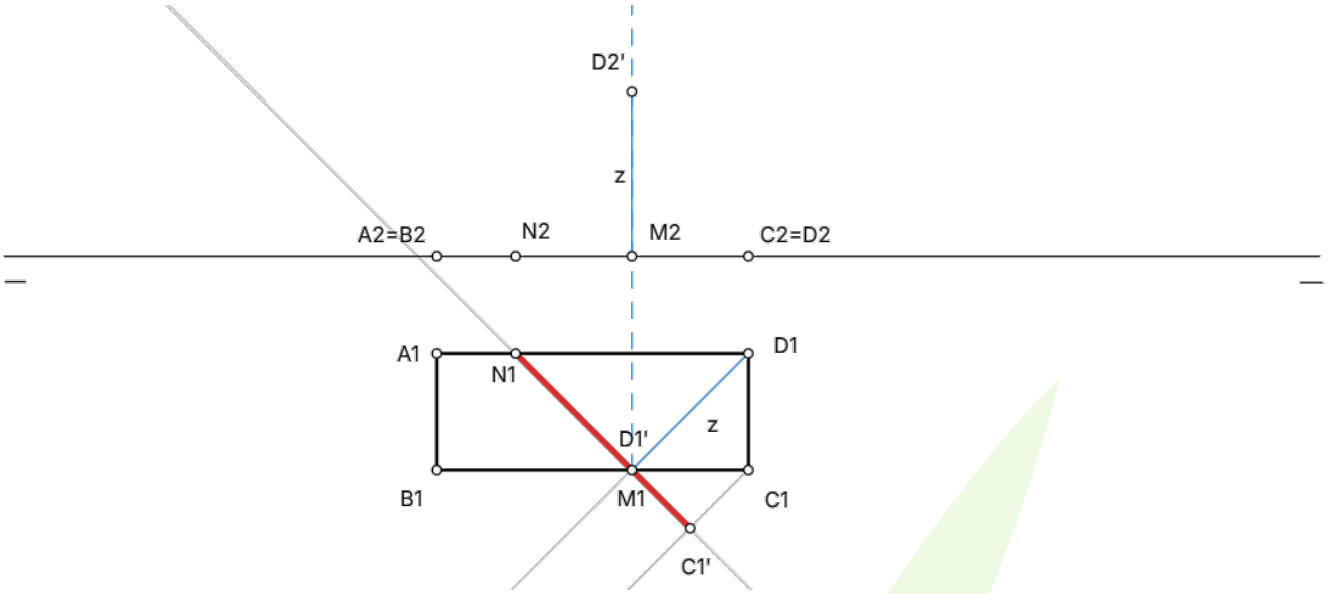


Los puntos **N1** y **M1** quedan inmutables, así que **N1'=N1** y **M1'=M1**. El polígono rotado, en consecuencia, viene representado en la planta por la recta que pasa por los puntos **N1'**, **M1'=D1'** y **C1'**. Sólo faltaría representar el polígono en el alzado.



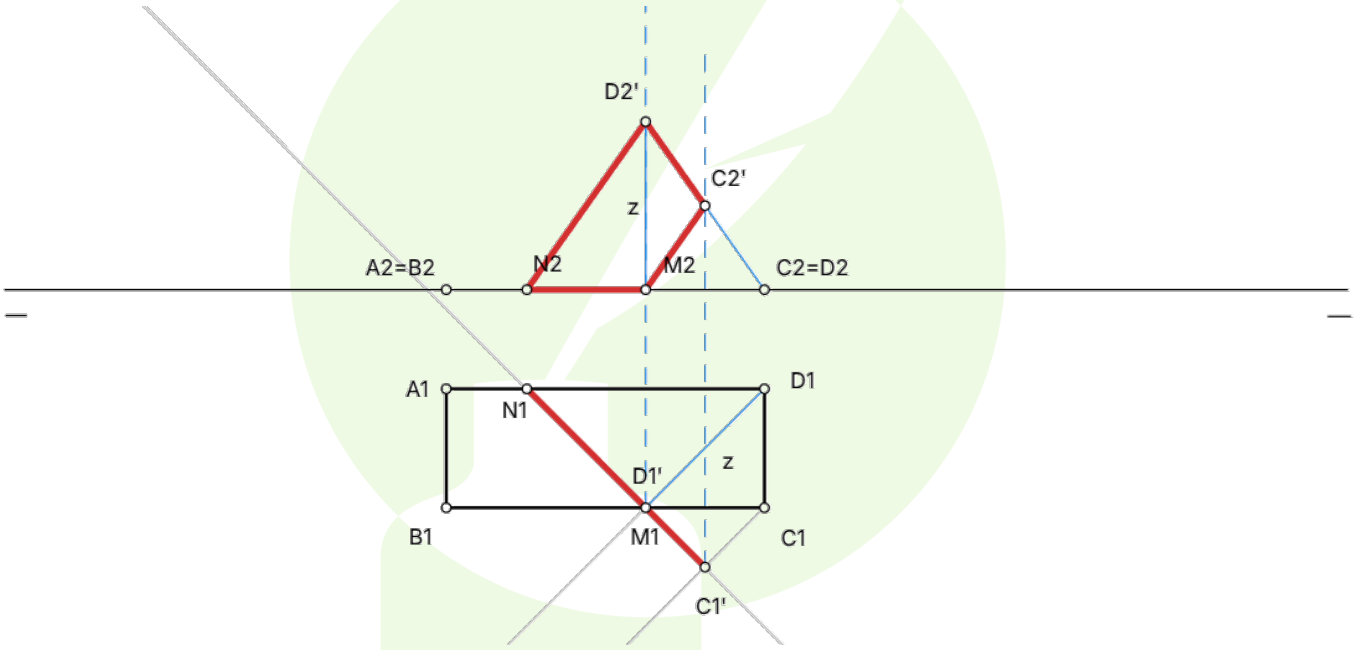
La distancia entre los puntos **D1** y **D1'**, que llamamos **z**, es justamente la altura a la que llega el punto **D2'**. Para hallar la posición del punto **D2'** en el alzado, trazamos una perpendicular a la Línea de Tierra pasando por el punto **D1'**. Sobre esta recta perpendicular, colocamos la distancia **z** desde la Línea de Tierra. Así ya conocemos la posición del punto **D2'** en el alzado.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES



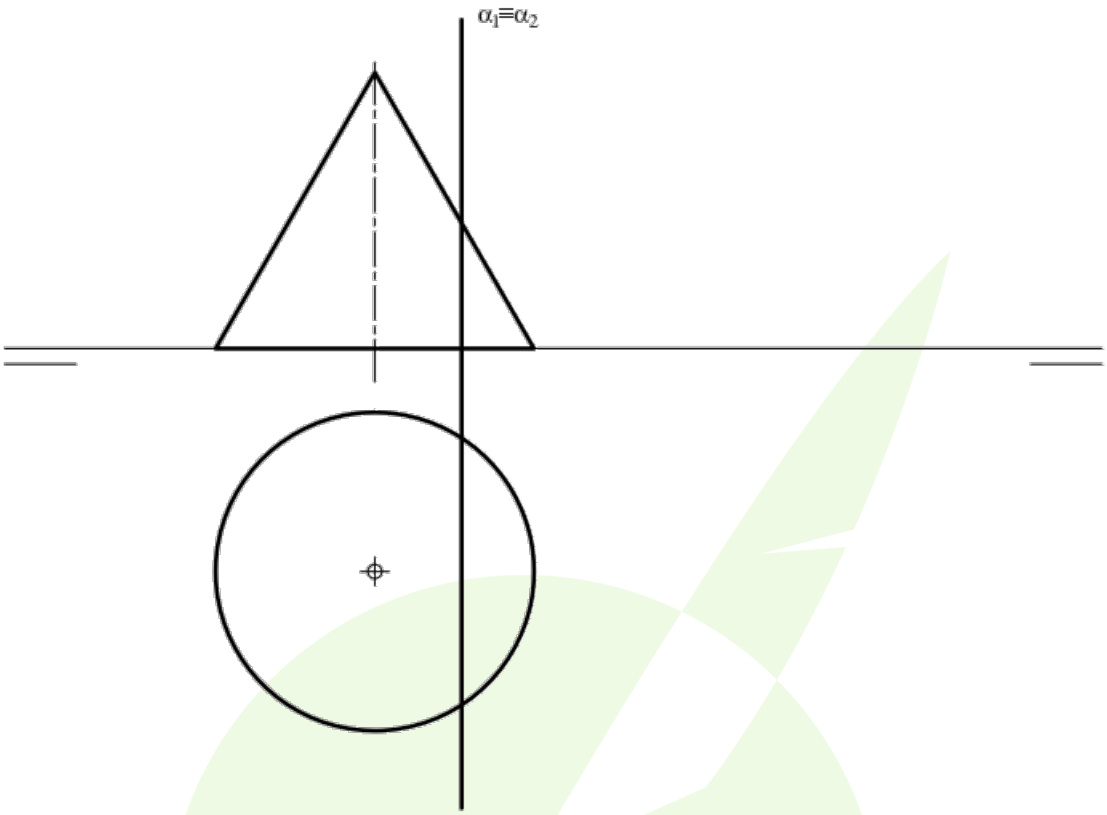
A continuación, unimos los puntos **D2'** y **N2'=N2**, resultado de la rotación del segmento **D2-N2**.

Para encontrar la posición del punto rotado **C2'**, unimos los puntos **D2'** y **C2**, y trazamos la perpendicular a la Línea de Tierra que pasa por **C1'**. La intersección entre estas dos rectas es justamente **C2'**. El resultado final es el polígono **N2-M2-C2'-D2'** deseado.



© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

2.2.- Hallar 5 puntos de la intersección del plano a con el cono recto y dibujar la curva cónica aproximada. Indicar el tipo de curva cónica resultante.



SOLUCIÓN:

Un **cono recto** es la superficie que se obtiene como resultado de hacer girar un triángulo rectángulo 360º alrededor de uno de sus catetos. La base del cono es la circunferencia que se observa en la planta de la figura.

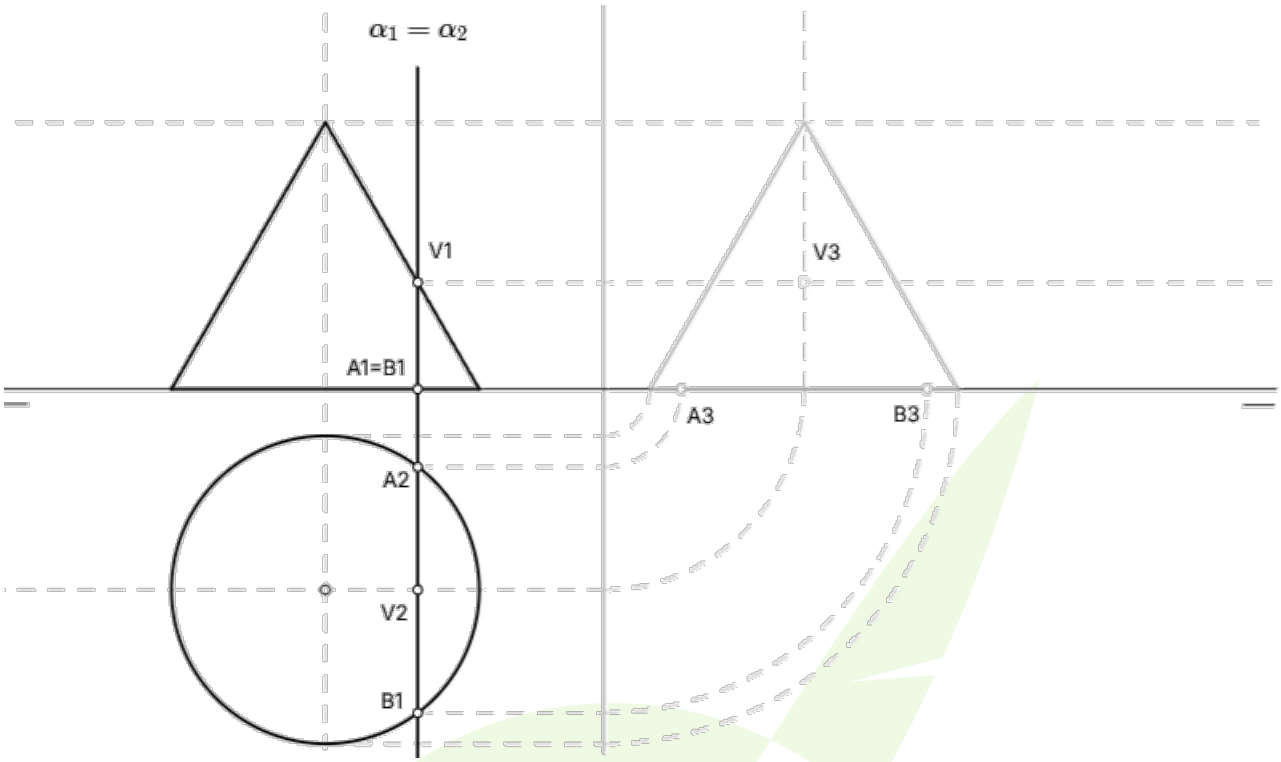
Al intersecar un plano **α** con un cono, el resultado es una **curva cónica**. Como la inclinación del plano es mayor que la hipotenusa del triángulo rectángulo con el que se obtuvo el cono, la cónica resultante es una **hipérbola**. Si la inclinación del plano hubiese sido igual a la de la hipotenusa, tendríamos una **parábola**. Si la inclinación hubiese sido menor que la de la hipotenusa, tendríamos una **elipse**. Y si la inclinación del plano hubiese sido nula (plano paralelo a la base), tendríamos una **circunferencia**.

El objetivo es obtener 5 puntos de la **hipérbola** resultado de la intersección entre el plano **α** y el cono recto de la figura.

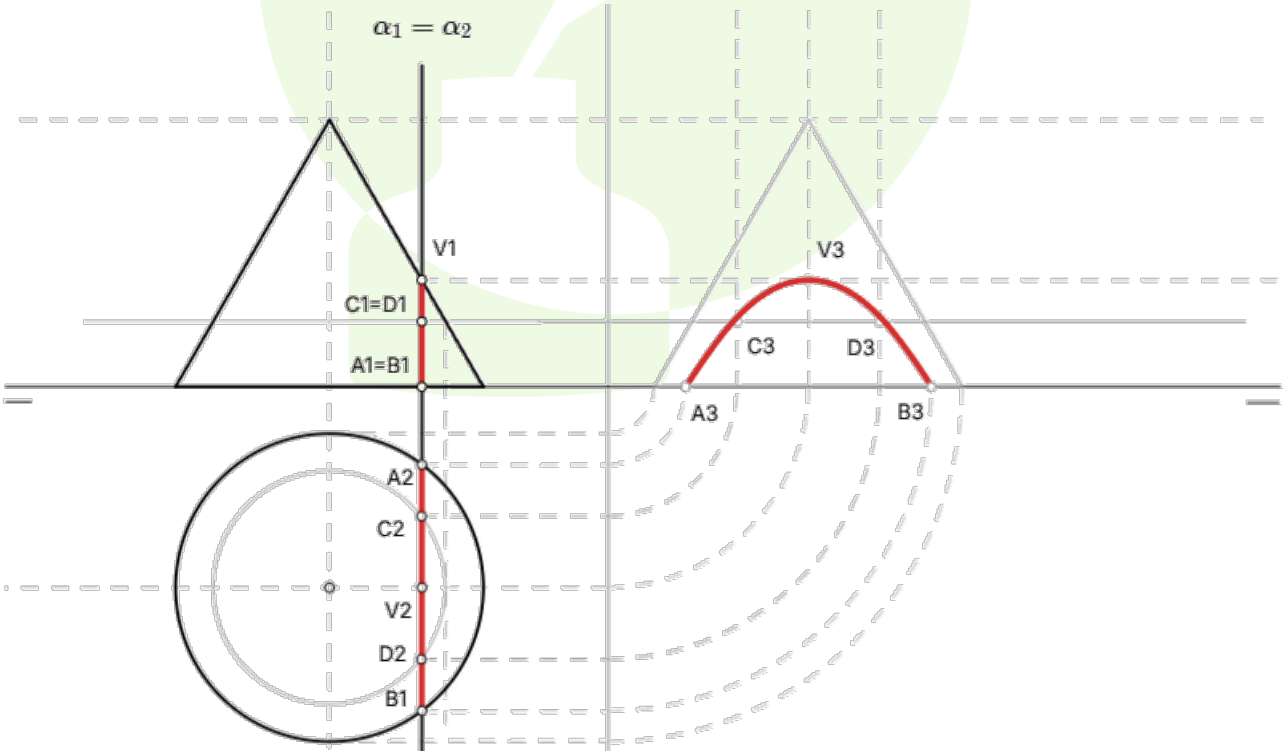
Resulta crucial obtener la vista de **perfil** del cono. En la figura del enunciado contamos con el **alzado** y la **planta**.

De la figura del enunciado ya podemos deducir 3 puntos de la hipérbola. El **vértice** de la hipérbola es el punto de intersección entre el plano y el lado inclinado del cono. Lo llamamos punto **V** y obtenemos sus proyecciones en alzado, en planta y en perfil. Otros dos puntos son los dados por la intersección entre el plano y la base del cono. Los llamamos puntos **A** y **B** y obtenemos sus proyecciones en alzado, en planta y en perfil.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES



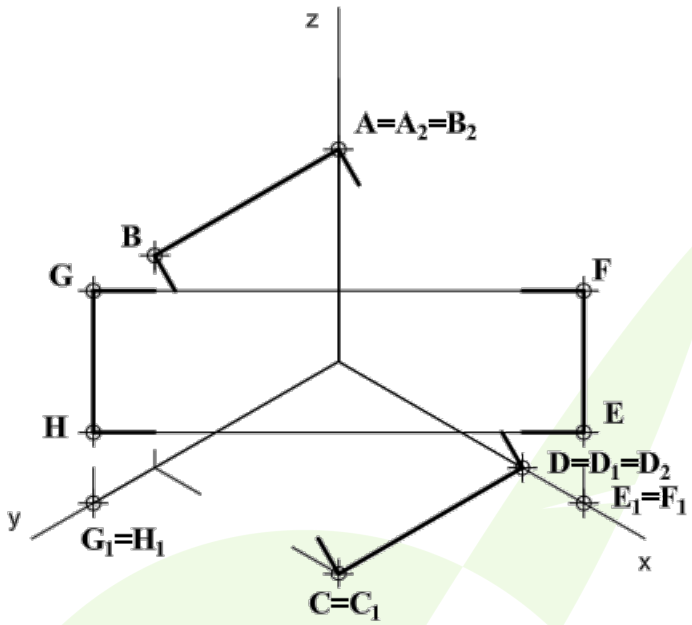
Para obtener otros 2 puntos de la hipérbola, trazamos una paralela a la Línea de Tierra que corte con el plano **α**. La intersección nos dará los puntos **C** y **D**. Para obtener la posición de estos puntos en la planta, trazamos una paralela a la Línea de Tierra que pase por **C1**=**D1** y corte con el lado inclinado del cono. Desde la intersección de esta paralela con el cono trazamos una perpendicular a la Línea de Tierra que corte con la recta paralela a la Línea de Tierra que pasa por **V2**. Trazamos una circunferencia y donde corte con la perpendicular serán los puntos **C2** y **D2**. Por último, hallamos la posición **C3** y **D3** en la vista de perfil. Finalmente, unimos con cuidado a mano alzada los 5 puntos en la vista de perfil con un lápiz más blando, y unimos con la regla los 5 puntos en las vistas de alzado y de planta.



© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

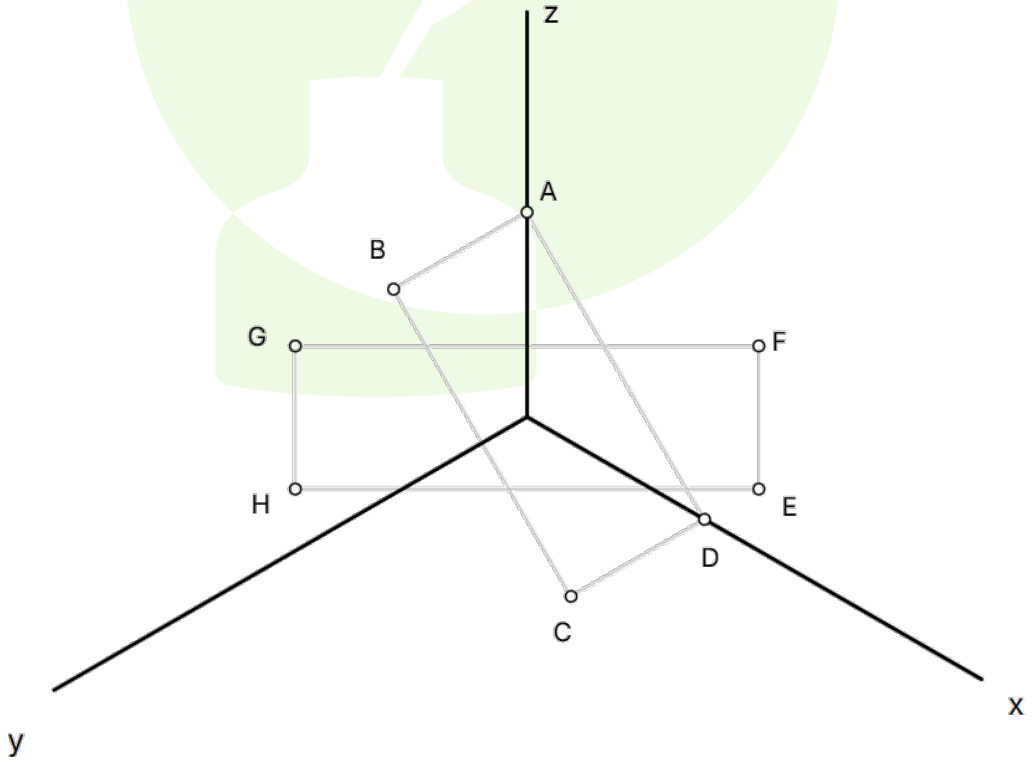
Pregunta 3.- (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas (3.1 o 3.2).

3.1.- Representar las formas planas ABCD y EFGH, calculando su intersección y diferenciando partes vistas y ocultas.



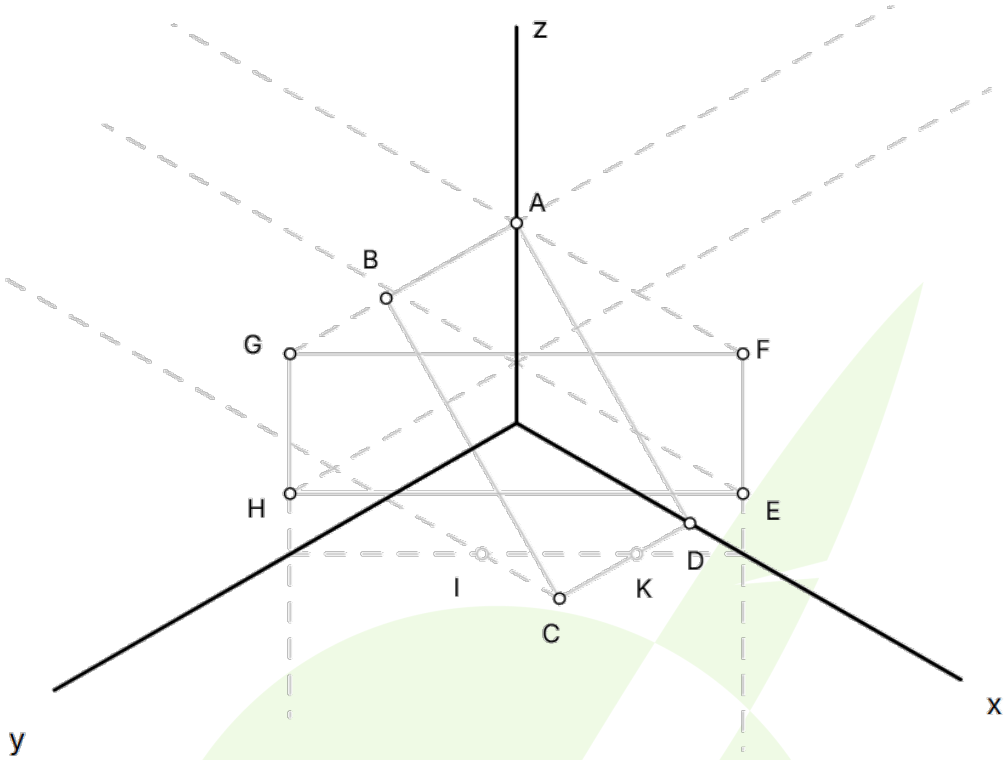
SOLUCIÓN:

Por un lado, la forma plana **ABCD** es una porción de un plano cuyo vector normal (perpendicular) forma 45° con el eje ***x***, 90° con el eje ***y***, y 45° con el eje ***z***. Por otro lado, la forma plana **EFGH** es una porción de un plano cuyo vector normal (perpendicular) forma 45° con el eje ***x***, 45° con el eje ***y***, y 90° con el eje ***z***. La representación gráfica de esta situación es la siguiente:

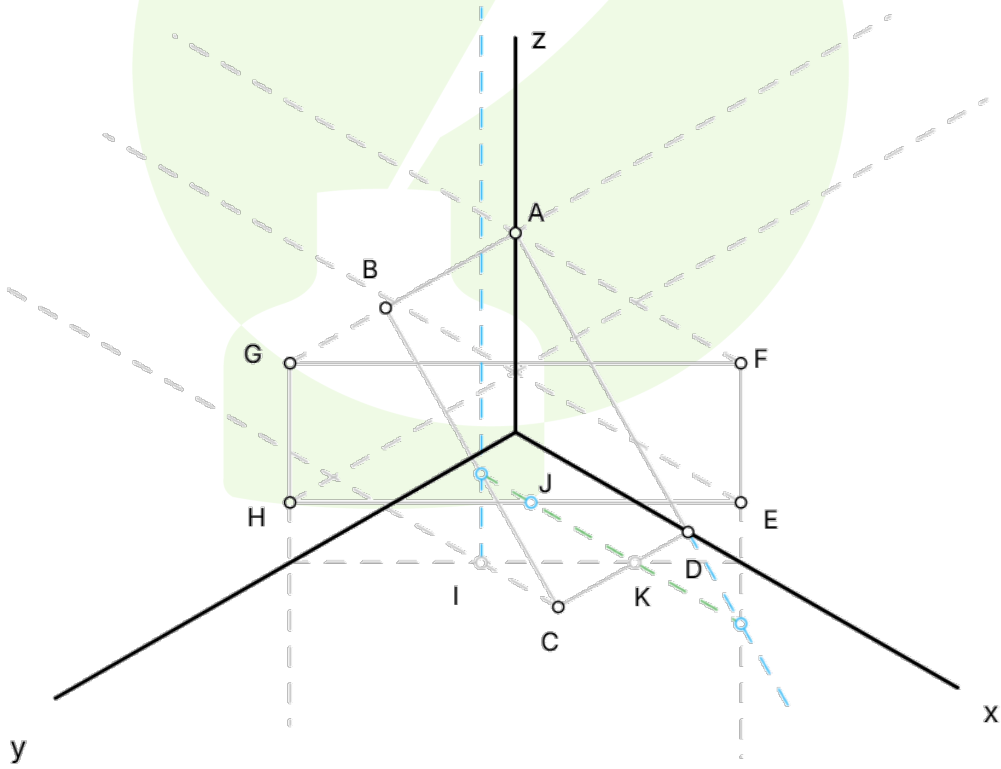


© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

A continuación, trazamos las proyecciones de las rectas grises sobre los tres planos. Obtenemos los puntos de intersección **I** y **K**.

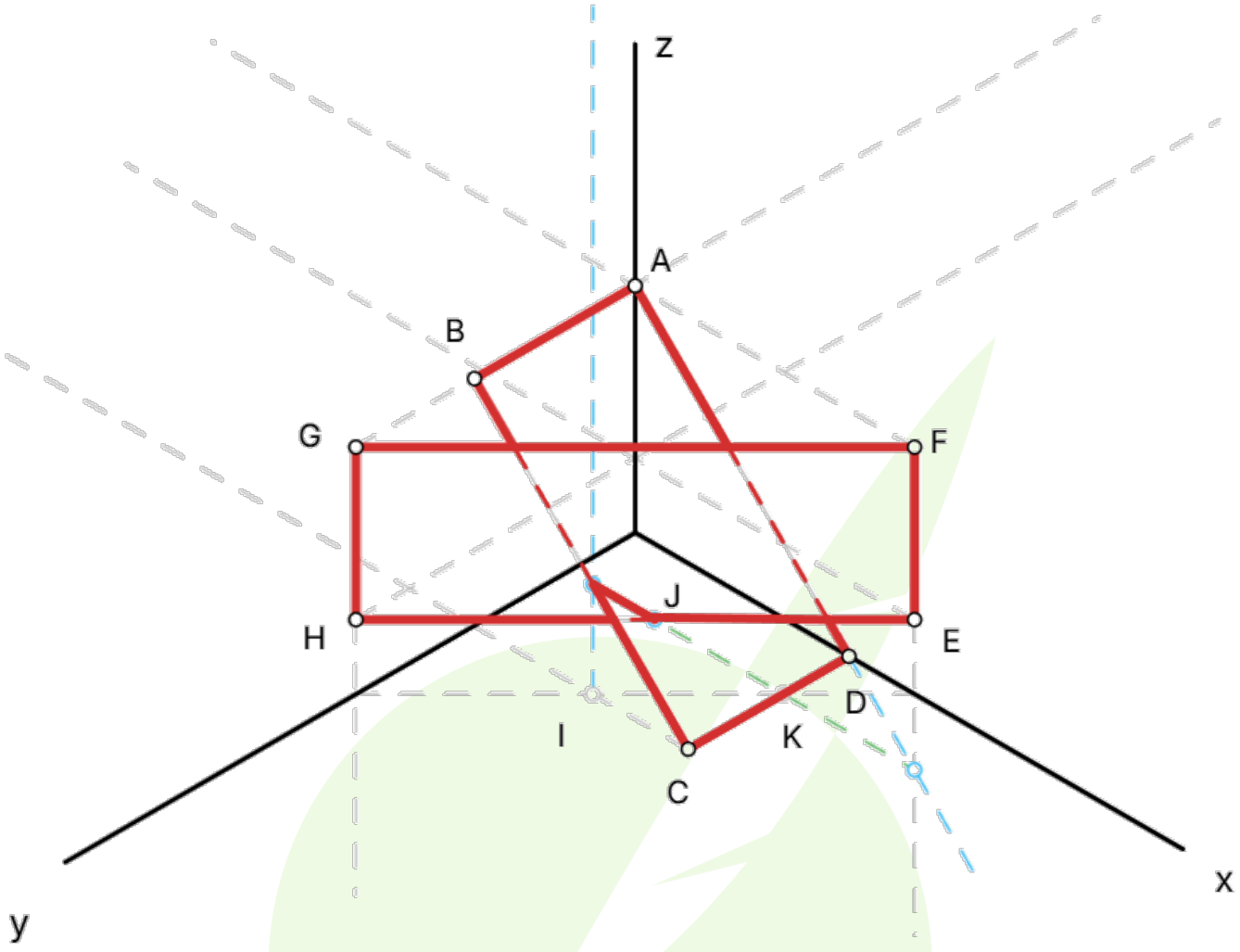


A continuación, prolongamos el punto **I** para encontrar dónde se ubica sobre el plano **ABCD**. Unimos ese punto con **K** con una recta, y donde corta con el plano **EFGH** lo llamamos punto **J**.

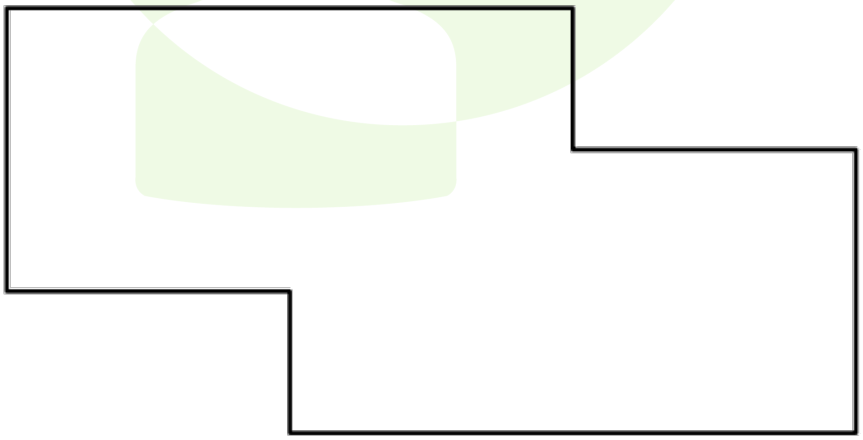


Finalmente, la recta de intersección entre ambos planos pasa por el punto **I** sobre el plano **ABCD** y sobre el punto **K** sobre el plano **EFGH**. Finalmente, lo que queda a la vista es lo siguiente:

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES



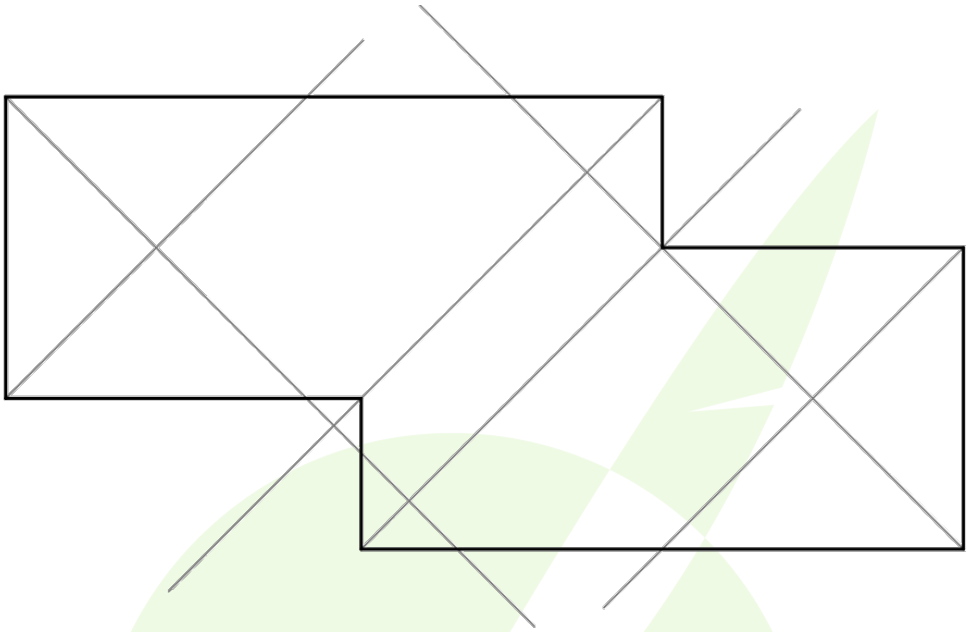
3.2.- La figura representa la planta de una nave. Determinar la cubierta sabiendo que todos los faldones tienen la misma pendiente y los aleros la misma altura.



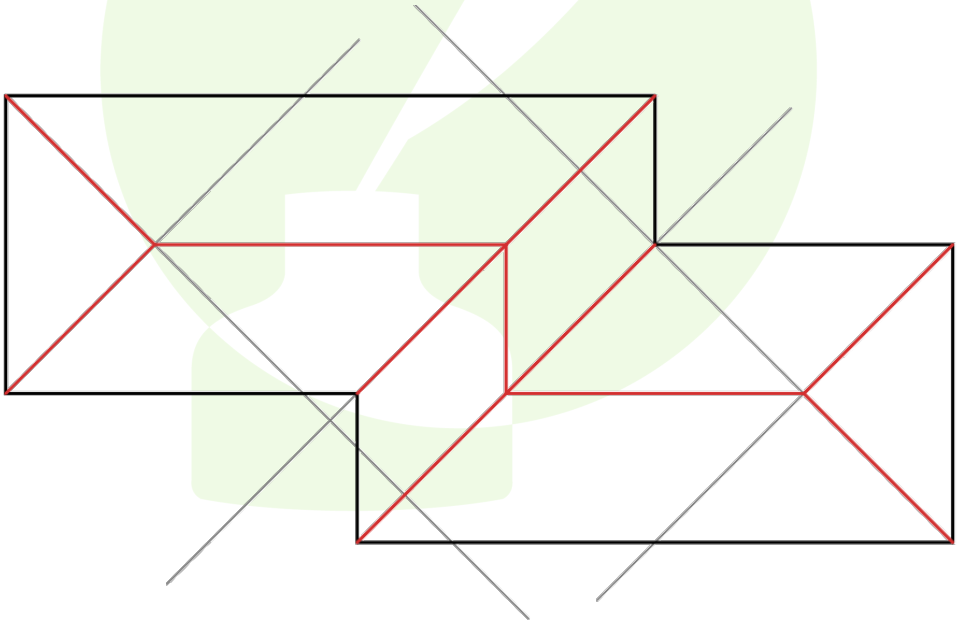
© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

SOLUCIÓN:

Los **faldones** son las superficies inclinadas que forman una cubierta (techo inclinado). Los **aleros** son los bordes de la cubierta (líneas negras de la figura). Como todos los faldones tienen la misma inclinación, y todos los aleros están a la misma altura, la intersección entre faldones se obtiene como la bisectriz del ángulo que forman los aleros. Como todos los ángulos son rectos, todas las bisectrices son rectas de inclinación 45° con la horizontal:

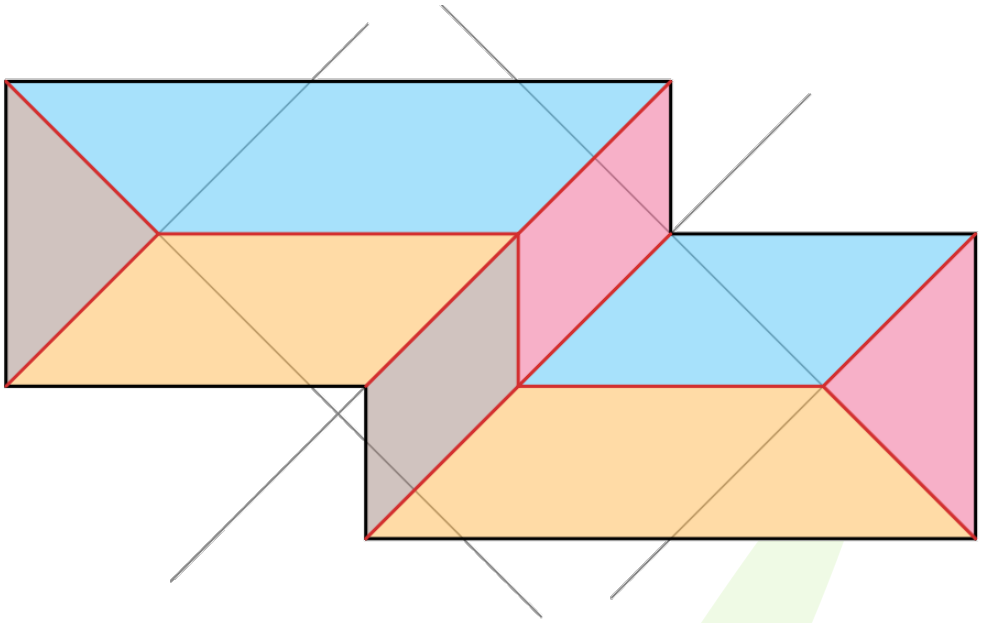


Ahora vamos uniendo las bisectrices y formando la cubierta.



Para entender mejor esta figura, se han coloreado con el mismo color aquellos faldones con la misma inclinación:

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

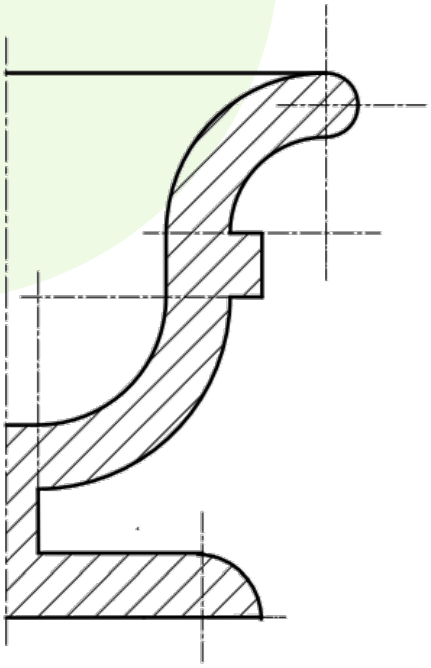


Pregunta 4.- (2,5 puntos)

En unas excavaciones arqueológicas se ha encontrado una vasija que se corresponde con un cuerpo de revolución.

a) Completar la figura dada, que corresponde a la representación de dicha vasija con un corte a un cuarto añadiendo, sin seccionar, la parte que falta a la izquierda.

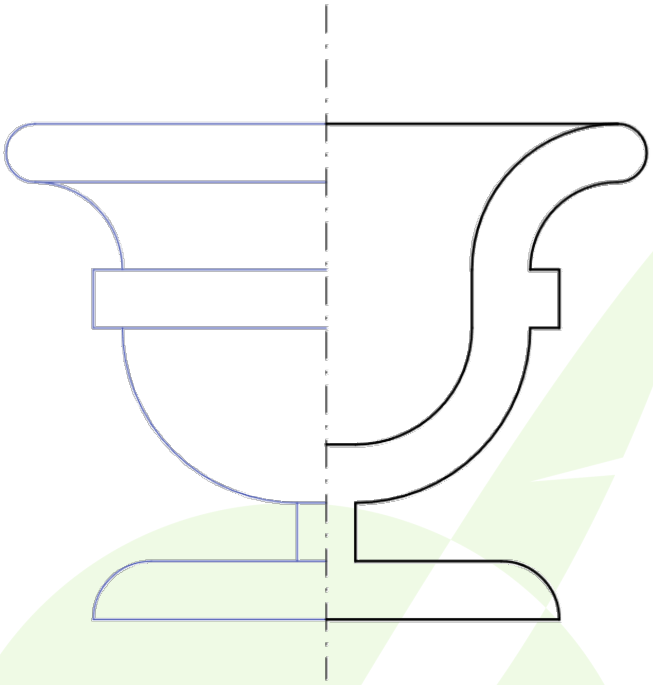
b) Acótese según normativa para su correcta definición dimensional.



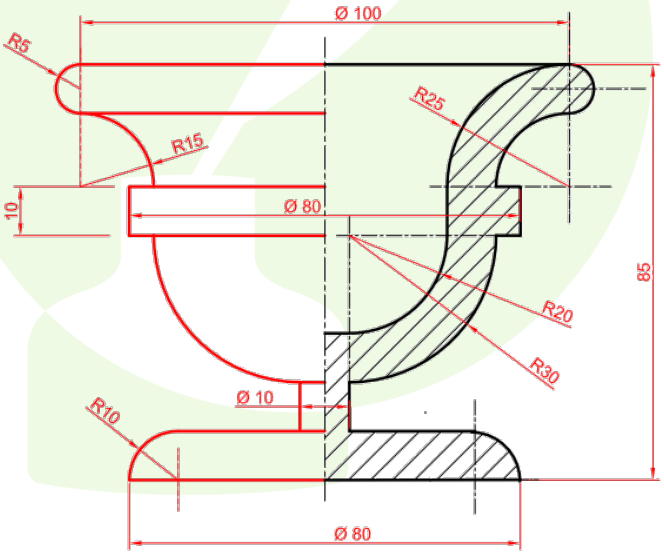
© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

SOLUCIÓN:

a) La figura del enunciado es una representación de un corte de la figura. Lo que se nos pide es que obtengamos la otra mitad de la figura pero sin cortar, es decir, cómo se vería de frente (vista de alzado). Esto se consigue aplicando una simetría axial respecto al eje de la figura de cada uno de sus elementos:



b) Ahora toca acotar la figura, es decir, tomar las medidas e indicarlas sin que haya redundancias.



Las circunferencias que se encuentran paralelas al plano del papel (en el alzado) se acotan según su **radio**. Las circunferencias que se encuentran perpendiculares al plano del papel (en la planta) se acotan según su **diámetro**. El resto de medidas se acotan según sus **longitudes** asegurándonos de que no sobran acotaciones ni faltan acotaciones. Como la figura es simétrica respecto a su eje vertical, las acotaciones que se hagan a la derecha/izquierda no hace falta repetirlas a la izquierda/derecha.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES