Pregunta 1

Eris es un planeta enano del sistema solar descubierto en enero de 2005 por un equipo del observatorio del Monte Palomar dirigido por Michael E. Brown. Es el objeto transneptuniano más masivo, el segundo más grande después de Plutón, y el cuerpo más grande del sistema solar que no ha sido visitado por una sonda espacial. Tiene un diámetro de 2330 km, ligeramente inferior al de Plutón, y su densidad es de $2,5\ g \cdot cm^{-3}$. La órbita de Eris es muy excéntrica; actualmente el planeta se encuentra a su máxima distancia del Sol (afelio), a $1,45 \cdot 10^{13}$m, llegando a situarse a $5,24 \cdot 10^{12}$m del Sol durante su perihelio.

a) (1 punto) Calcule la masa del planeta y el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.

b) (1,5 puntos) Sabiendo que la energía mecánica de un objeto de masa m1 que orbita alrededor de un objeto de masa m2 con una órbita elíptica de semieje mayor a es:

$$E_{mec} = -\frac{Gm_1m_2}{2 \cdot a}$$

donde G es la constante de la gravitación universal, halle la energía mecánica de Eris y calcule la velocidad orbital que tendrá en el perihelio.

Datos:

Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2}$

Masa del Sol, $M_{Sol} = 1,99 \cdot 10^{30} kg$

Pregunta 2.A

Un electrón de carga -q y un positrón de carga +q se encuentran inicialmente fijos en el plano xy en las posiciones (0, 6) nm y (0, -6) nm, respectivamente.

a) (1,25 puntos) Obtenga el campo eléctrico en el punto (8, 0) nm debido a ambas partículas.

b) (1,25 puntos) Si al positrón se le imprime una velocidad de

$v = 1,5 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$ permaneciendo fijo el electrón, determine la máxima distancia de alejamiento que alcanzará el positrón.

Datos:

Constante de la ley de Coulomb, $k = 9 \cdot 10^9\ N \cdot \frac{m^2}{C^2}$

Valor absoluto de la carga del electrón y del positrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$

Masa del electrón y del positrón, $me = 9,1 \cdot 10^{-31}\ kg$

Pregunta 2.B

Una espira conductora circular de radio 20 cm se encuentra en el seno de un campo magnético homogéneo perpendicular al plano de la espira (ver figura). Si la espira tiene una resistencia de 40 Ω, calcule la máxima intensidad de corriente que circulará por la espira en los siguientes casos:

a) (1,25 puntos) El módulo del campo magnético es constante, de valor B = 150 mT, y la espira gira en torno a uno de sus diámetros con una velocidad angular de 50 rad/s.

b) (1,25 puntos) La espira se encuentra fija, y el módulo del campo magnético varía con el tiempo conforme a: $B(t) = B_0 \cdot sen(\omega t)$, con B_0 = 200 mT y ω = 75 rad/s.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

Pregunta 3.A

Una ballena sumergida en el mar a una cierta profundidad emite un potente sonido grave de 60 Hz y 25 m de longitud de onda. Un barco A, situado sobre su vertical, detecta dicho sonido con su sónar 80 ms después de ser emitido, y poco tiempo después es detectado por otro barco B situado a 300 m del barco A.

a) (1 punto) Halle la profundidad a la que se encuentra la ballena.

b) (1,5 puntos) Si el barco A recibe el sonido con una intensidad de 3 μW·m⁻², calcule la potencia del sonido emitido por la ballena y el nivel de intensidad sonora que detectará el barco B. Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W·m⁻².

Pregunta 3.B Óptica Geométrica

Considere la imagen formada por una lente delgada de distancia focal f′ de un objeto situado a una distancia s a la izquierda de la lente.

a) (1 punto) Demuestre que el aumento lateral M tiene la siguiente expresión en función de la distancia focal f′ y la posición del objeto s:

$$M = \frac{f'}{f' + s}$$

b) (0,5 puntos) Considerando la expresión obtenida en el apartado anterior, razone si una lente divergente puede formar una imagen invertida.

c) (1 punto) Dibuje el trazado de rayos a través del sistema óptico de la imagen formada por una lente divergente si el objeto se sitúa a una distancia dos veces su distancia focal.

Pregunta 4.A

Las moléculas de ozono absorben luz ultravioleta (UV) de alta energía, lo que evita que llegue a la superficie de la Tierra demasiada radiación dañina para los seres vivos.

a) (1 punto) Halle la diferencia de energía, expresada en electrón-voltios, entre los niveles electrónicos de la molécula de ozono que inducen la absorción de radiación de 260 nm.

b) (1,5 puntos) Si el flujo de fotones de 260 nm que le llega a una persona con su cuerpo expuesto al sol es de $2,6 \cdot 10^{14} fotones\ s^{-1}$, calcule la potencia que le incide debida a esos fotones UV y la energía recibida en 30 minutos.

Pregunta 4.B

El mineral de cuarzo (SiO2) sobre la superficie de la Tierra contiene impurezas de aluminio, con una cantidad de 0,1 % de átomos de 26Al en relación a los átomos de silicio. Cuando el mineral se entierra debido a diversos procesos geológicos (sedimentación, glaciares, etc.) los átomos de 26Al se desintegran con un tiempo de semidesintegración de 0,72 millones de años.

a) (1,25 puntos) Calcule la actividad de una muestra de mineral de cuarzo, debida a la presencia de isótopos de 26Al, situada en superficie si contiene 8,3·10^22 átomos de silicio.
b) b) (1,25 puntos) Se recoge una muestra de cuarzo de unos sedimentos, obteniéndose una relación de 0,08 % de átomos de 26Al respecto a los átomos de silicio. Obtenga la edad correspondiente a la formación de dichos sedimentos.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

SOLUCIONES

Pregunta 1

Eris es un planeta enano del sistema solar descubierto en enero de 2005 por un equipo del observatorio del Monte Palomar dirigido por Michael E. Brown. Es el objeto transneptuniano más masivo, el segundo más grande después de Plutón, y el cuerpo más grande del sistema solar que no ha sido visitado por una sonda espacial. Tiene un diámetro de 2330 km, ligeramente inferior al de Plutón, y su densidad es de $2,5\ g \cdot cm^{-3}$. La órbita de Eris es muy excéntrica; actualmente el planeta se encuentra a su máxima distancia del Sol (afelio), a $1,45 \cdot 10^{13}$m, llegando a situarse a $5,24 \cdot 10^{12}$m del Sol durante su perihelio.

a) (1 punto) Calcule la masa del planeta y el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.

b) (1,5 puntos) Sabiendo que la energía mecánica de un objeto de masa m1 que orbita alrededor de un objeto de masa m2 con una órbita elíptica de semieje mayor a es:

$$E_{mec} = -\frac{Gm_1m_2}{2 \cdot a}$$

donde G es la constante de la gravitación universal, halle la energía mecánica de Eris y calcule la velocidad orbital que tendrá en el perihelio.

Datos:

Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2}$

Masa del Sol, $M_{Sol} = 1,99 \cdot 10^{30} kg$

a)Combinamos la definición de densidad ρ, con la de intensidad de campo gravitatorio para obtener una ecuación que permita relacionar ambas magnitudes

$$\begin{cases} \rho_{eris} = \dfrac{M_{eris}}{V_{eris}} \Rightarrow \text{Como el planeta es esferico: } \rho = \dfrac{M_{eris}}{\frac{4}{3}\pi R_{eris}^3} \\ g_{eris} = \dfrac{GM_{eris}}{R_{eris}^2} \end{cases} \quad \text{Así: } g_{eris} = \frac{4}{3}\pi G \rho_{eris} R_{eris}$$

Sustituyendo y considerando $\rho_{eris} = 2500 \frac{kg}{m^3}$ y $R_{eris} = 1165\ km = 1,165 \cdot 10^6\ m$

$$g_{eris} = \frac{4}{3}\pi G \rho_{eris} R_{eris} = \frac{4}{3}\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2500 \cdot 1,165 \cdot 10^6 \approx 0,81\ m/s^2$$

b) Tomando el semieje mayor como

$$a = \frac{r_p + r_a}{2} = \text{a} = \frac{1,45 \cdot 10^{13} + 5,24 \cdot 10^{12}}{2} \approx 9,87 \cdot 10^{12}\text{m}$$

La masa de Eris:

$$m_{eris} = \rho_{eris} \cdot V_{eris} = \rho_{eris} \cdot \frac{4}{3}\pi R_{eris}^3 = 2500 \cdot \frac{4}{3}\pi (1,165 \cdot 10^6)^3 = 1,66 \cdot 10^{22}\ Kg$$

Entonces, la energía mecánica se puede calcular como:

$$E_{mec} = -\frac{Gm_{sol}m_{eris}}{2 \cdot a} = \frac{-(6,67 \cdot 10^{-11}) \cdot (1,66 \cdot 10^{22}) \cdot (1,99 \cdot 10^{30})}{(2 \cdot 9,87 \cdot 10^{12})} \approx -1,12 \cdot 10^{29} J$$

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

Para determinar la velocidad en el perihelio, podemos conservación de la energía:

$$E_{mec} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v^2 - \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r_p}$$

Despejando v en el perihelio que tiene por radio $r_p = 5{,}24 \cdot 10^{12} m$:

$$v = sqrt\left[2\left(G \cdot \frac{m2}{r} + \frac{E_{mec}}{m1}\right)\right] = \sqrt{\left[2 \cdot \left(\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}}{5{,}24 \cdot 10^{12}} + \left(\frac{-1{,}12 \cdot 10^{29}}{1{,}66 \cdot 10^{22}}\right)\right)\right]} \approx 3{,}74 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Nota: Se ha utilizado la ecuación proporcionada por el enunciado para la determinación de la energía cinética. Esta ecuación es una aproximación de órbita elíptica a circular y por lo tanto solo es válida si la órbita no es muy excéntrica. En este caso dado que la órbita sí es muy excéntrica no sería recomendable emplear esta ecuación, ha sido utilizada porque el enunciado implicaba que se debía usar.

Bloque Campo electromagnético (Elija una entre las preguntas 2.A. y 2.B.)

Pregunta 2.A

Un electrón de carga -q y un positrón de carga +q se encuentran inicialmente fijos en el plano xy en las posiciones (0, 6) nm y (0, -6) nm, respectivamente.

a) (1,25 puntos) Obtenga el campo eléctrico en el punto (8, 0) nm debido a ambas partículas.

b) (1,25 puntos) Si al positrón se le imprime una velocidad de

$\boldsymbol{v = 1{,}5 \cdot 10^5 \frac{m}{s}}$ **permaneciendo fijo el electrón, determine la máxima distancia de alejamiento que alcanzará el positrón.**

Datos:

Constante de la ley de Coulomb, $\boldsymbol{k = 9 \cdot 10^9\ N \cdot \frac{m^2}{C^2}}$

Valor absoluto de la carga del electrón y del positrón, $\boldsymbol{e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C}$

Masa del electrón y del positrón, $\boldsymbol{me = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg}$

Tanto el campo eléctrico debido al positrón $\overrightarrow{E_1}$ como el debido al electron $\overrightarrow{E_2}$ se deben descomponer en más de una componente al no ser paralelos a alguno de los ejes. De este modo, si llamamos α_1 y α_2 a los ángulos que forman los campos generados por el positrón y por el electrón (respectivamente) respecto a la horizontal, tenemos:

$$\overrightarrow{E_1} = E_{1x}\vec{\imath} + E_{1y}\vec{\jmath} = E_1(Cos(\alpha_1)\,\vec{\imath} + Sen(\alpha_1)\vec{\jmath})$$

$$\overrightarrow{E_2} = -E_{2x}\vec{\imath} + E_{2y}\vec{\jmath} = E_2(-Cos(\alpha_2)\,\vec{\imath} + Sen(\alpha_2)\vec{\jmath})$$

Notemos que, por la distribución de las cargas y al generar el electrón un campo que apunta hacia él y el positrón un campo que se aleja de él, los signos de todas las componentes serán positivos excepto por la componente x del campo $\overrightarrow{E_2}$. Por Pitágoras podemos determinar la distancia entre cada carga y el punto a determinar el campo (en ambos casos es la misma).

$$d_1 = d_2 = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\ nm = 10^{-8}\ m$$

Por trigonometría podemos deducir a partir de las distancias del triángulo que forman $\overrightarrow{E_1}$ y $\overrightarrow{E_2}$con sus respectivas componentes los valores de los senos y cosenos de los ángulos:

$$Cos(\alpha_1) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = Cos(\alpha_2) \qquad Sen(\alpha_1) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = Sen(\alpha_2)$$

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

De este modo se tiene los datos suficientes para poder calcular los campos:

$$\vec{E}_1 = E_1(Cos(\alpha_1)\,\vec{\imath} + Sen(\alpha_1)\vec{\jmath}) = \frac{ke^+}{d_1^2}\left(\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right) = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}}{(10^{-8})^2}\left(\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right) = \cdots$$

$$\ldots = 14{,}418\cdot 10^6\left(\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right) = (11{,}534\vec{\imath} + 8{,}65\vec{\jmath})\cdot 10^6\frac{N}{C},$$

$$\vec{E}_2 = E_2(-Cos(\alpha_2)\,\vec{\imath} + Sen(\alpha_2)\vec{\jmath}) = \frac{k|e^-|}{d_2^2}\left(-\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right) = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}}{(10^{-8})^2}\left(-\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right) = \cdots$$

$$\ldots = 14{,}418\cdot 10^6\left(-\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right) = (-11{,}534\vec{\imath} + 8{,}65\vec{\jmath})\cdot 10^6\frac{N}{C}.$$

Notemos que al calcular las componentes de $\vec{E}_2$ aparece su modulo, E_2, como factor común. Este modulo será positivo (como el modulo de cualquier vector no nulo) y por ello incluimos un valor absoluto en la carga: $|e^-|$. Como sabemos que las cargas negativas generan campo que apunta hacia ellas, podemos hacer el cálculo con el valor absolute de la carga y ajustar los signos de cada componente para que el campo apunte a donde debe. Así, aplicando el principio de superposición tenemos que el campo total es:

$$\overrightarrow{E_{Total}} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = [(11{,}534 - 11{,}534)\cdot 10^6\vec{\imath} + (8{,}65 + 8{,}65)\cdot 10^6\vec{\jmath}]\frac{N}{C} =$$

$$= 1{,}73\cdot 10^7\vec{\jmath}\frac{N}{C}$$

b) La máxima distancia de alejamiento se puede calcular por balance energético, pues al solo actuar el campo eléctrico basta considerar la conservación de la energía mecánica en el Sistema:

$$E_m(0,-6) = E_{m_{final}}$$

Al desglosar tendremos:

$$E_{p(0,-6)} + E_{c\,(0,-6)} = E_{pfinal} + E_{cfinal}$$

Dado que la partícula se detiene sabemos que la energía cinética final es nula. Así, la ecuación final queda:

$$\frac{ke^-e^+}{d_{e^-e^+}} + \frac{1}{2}m_{e^+}v_{inicial}^2 = \frac{ke^-e^+}{d_{final}}$$

Despejando la distancia final queda:

$$d_{final} = \frac{ke^-e^+}{\frac{ke^-e^+}{d_{e^-e^+}} + \frac{1}{2}m_{e^+}v_{inicial}^2} = -\frac{9\cdot 10^9(1{,}602\cdot 10^{-19})^2}{\frac{-9\cdot 10^9(1{,}602\cdot 10^{-19})^2}{12\cdot 10^{-9}} + \frac{1}{2}\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot(1{,}5\cdot 10^5)^2}$$

Así la distancia final recorrida hasta que el positrón se detiene es:

$$d_{final} = 2{,}56\cdot 10^{-8}m$$

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

Pregunta 2.B

Una espira conductora circular de radio 20 cm se encuentra en el seno de un campo magnético homogéneo perpendicular al plano de la espira (ver figura). Si la espira tiene una resistencia de 40 Ω, calcule la máxima intensidad de corriente que circulará por la espira en los siguientes casos:

a) (1,25 puntos)

El módulo del campo magnético es constante, de valor B = 150 mT, y la espira gira en torno a uno de sus diámetros con una velocidad angular de 50 rad/s.

b) (1,25 puntos)

La espira se encuentra fija, y el módulo del campo magnético varía con el tiempo conforme a: $B(t) = B_0 \cdot sen(\omega t)$, con B_0 = 200 mT y ω = 75 rad/s.

Inicialmente el campo es perpendicular al plano de la espira por lo que el ángulo inicial entre campo magnético y vector superficie de la espira será de $\phi_0 = 0$ grados. Tomamos el flujo y la ley de faraday lenz para obtener la fuerza electromotriz:

$$\Phi_B = B \cdot \pi r^2 \cdot sen(\omega t + \phi_0)$$

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B\pi r^2 \omega Sen(\omega t + \phi_0)$$

Por la ley de Ohm sabemos:

$$\xi = IR$$

$$I = \frac{\xi}{R} = -\frac{B\pi r^2 \omega Sen(\omega t + \phi_0)}{R} = \frac{150 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot 0{,}2^2 Sen(50t)}{40}$$

$$I = 1{,}5 \cdot 10^{-4} \pi Sen(50t)\ A$$

La corriente máxima será cuando el seno alcance su valor máximo, esto es 1:

$$I = 1{,}5 \cdot 10^{-4} \pi\ \ A$$

Si la espira es fija el ángulo entre campo y el vector de superficie será constante. Según el ejercicio encontramos que la espira y el campo magnético son perpendiculares. Concretamente el campo magnético es entrante por lo que el ángulo entre el campo y el vector de superficie es de 180° o $\pi\ rad$, repetiremos el mismo procedimiento que en el apartado a empezando por calcular el flujo de campo magnético:

$$\Phi_B = B \cdot S \cdot Cos(\theta) = B_0 Sen(\omega t) \cdot \pi r^2 \cdot Cos(\theta)$$

Partiendo de la Ley de Faraday-lenz desarrollamos la expression para la fuerza electromotriz:

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B_0\omega\pi r^2 Cos(\omega t)Cos(\theta)$$

Tomando la ley de Ohm, podemos encontrar el valor de la intensidad:

$$I = \frac{\xi}{R} = \frac{-B_0\omega\pi r^2 Cos(\omega t)Cos(\theta)}{R} = -\frac{200 \cdot 10^{-3} \cdot 75 \cdot 0{,}2^2\pi Cos(75t)Cos(\pi)}{40}$$

Operando encontramos:

$$I = -0{,}015\pi Cos(75t)\ \ A$$

La intensidad máxima será cuando el coseno tome su valor mínimo:

$$I = 0{,}015\pi\ \ A$$

Pregunta 3.A

Una ballena sumergida en el mar a una cierta profundidad emite un potente sonido grave de 60 Hz y 25 m de longitud de onda. Un barco A, situado sobre su vertical, detecta dicho sonido con su sónar 80 ms después de ser emitido, y poco tiempo después es detectado por otro barco B situado a 300 m del barco A.

a) (1 punto) Halle la profundidad a la que se encuentra la ballena.

b) (1,5 puntos) Si el barco A recibe el sonido con una intensidad de 3 μW·m^{-2}, calcule la potencia del sonido emitido por la ballena y el nivel de intensidad sonora que detectará el barco B. Dato: Intensidad umbral, I_0 = 1·10^{-12} W·m^{-2}.

Datos iniciales:

Frecuencia del sonido: f = 60 Hz
Longitud de onda: λ = 25 m
Tiempo hasta que el barco A detecta el sonido: t = 80 ms = 0.080 s
Distancia entre barco A y B: 300 m
Intensidad umbral: $I_0 = 1 \times 10^{-12}$ W/m^2

a) Cálculo de la profundidad:

Primero, calculamos la velocidad del sonido en el agua usando la relación

$$v = f \cdot \lambda \Rightarrow v = 60 \cdot 25 = 1500\, m/s$$

Luego, calculamos la profundidad (distancia vertical) a la que se encuentra la ballena:

$$h = v \cdot t = 1500\, m/s \times 0.080\, s = 120\, m$$

b) Cálculo de la potencia emitida y nivel sonoro en B:

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

La potencia total del sonido emitido se puede obtener a partir de la intensidad en A: $I = \frac{P}{(4\pi r^2)} \rightarrow P = I \cdot 4\pi r^2$, con r = 120 m

$$P = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi \cdot (120)^2 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi \cdot 14400 \approx 0{,}543\ W$$

Luego, calculamos la distancia desde la ballena hasta el barco B:

$$r_B = \sqrt{120^2 + 300^2} = \sqrt{14400 + 90000} = \sqrt{104400} \approx 323{,}2\ m$$

Intensidad en B: $I_B = \frac{P}{(4\pi \cdot r_B^2)} = \frac{0{,}543}{(4\pi \cdot 104456)} = 4{,}14 \cdot 10^{-7}\ \frac{W}{m^2}$

Nivel de intensidad sonora (decibelios):

$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \cdot log(4{,}14 \cdot 10^5) \approx 10 \cdot (5 + 0{,}617) = 56{,}2\ dB$$

Pregunta 3.B

Óptica Geométrica

Considere la imagen formada por una lente delgada de distancia focal f' de un objeto situado a una distancia s a la izquierda de la lente.

a) (1 punto) Demuestre que el aumento lateral M tiene la siguiente expresión en función de la distancia focal f' y la posición del objeto s:

$$M = \frac{f'}{f' + s}$$

b) (0,5 puntos) Considerando la expresión obtenida en el apartado anterior, razone si una lente divergente puede formar una imagen invertida.

c) (1 punto) Dibuje el trazado de rayos a través del sistema óptico de la imagen formada por una lente divergente si el objeto se sitúa a una distancia dos veces su distancia focal.

a) El aumento lateral se define como el cociente entre el tamaño de la imagen y el del objeto:

$$\boldsymbol{M = \frac{y'}{y}}$$

También puede expresarse como el cociente entre la posición de la imagen y la del objeto:

$$\boldsymbol{M = \frac{s'}{s}}$$

Partimos de la ecuación de lentes delgadas:

$$\boldsymbol{\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}}$$

Despejamos s':

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \rightarrow \quad s' = \frac{(s + f')}{(s\, f')}$$

Entonces: $s' = \frac{(s\, f')}{(s + f')}$

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

Sustituimos en la expresión del aumento lateral:

$$M = \frac{s'}{s} = \frac{\left[\frac{(s\,f')}{(s + f')}\right]}{s} = \frac{f'}{s + f'}$$

Por lo tanto es correcto afirmar que una expresión válida para el aumento lateral es:

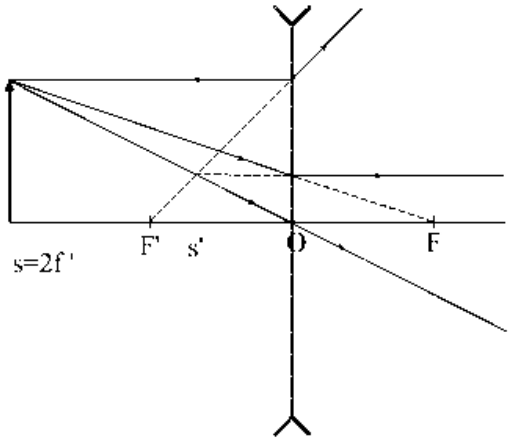
$$M = \frac{f'}{(s + f')}$$

b) ¿Una lente divergente puede formar una imagen invertida?:

No. Una lente divergente siempre forma imágenes virtuales, derechas y más pequeñas que el objeto. Esto se puede comprobar a partir de la relación explicada en el apartado anterior ya que la distancia focal imagen y la distancia del objeto a la lente se toma ambas como negativas desde el centro de la lente. Esto hace que el cociente sea positivo de forma que el aumento lateral será siempre positivo y por lo tanto las imágenes formadas serán siempre derechas. Del mismo modo, dado que el denominador será siempre mayor al numerador el aumento lateral será menor a la unidad y por lo tanto la imagen formada será más pequeña.

c) Trazado de rayos :

Si el objeto está a una distancia 2f de una lente divergente:



© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

Pregunta 4.A

Las moléculas de ozono absorben luz ultravioleta (UV) de alta energía, lo que evita que llegue a la superficie de la Tierra demasiada radiación dañina para los seres vivos.

a) (1 punto) Halle la diferencia de energía, expresada en electrón-voltios, entre los niveles electrónicos de la molécula de ozono que inducen la absorción de radiación de 260 nm.

b) (1,5 puntos) Si el flujo de fotones de 260 nm que le llega a una persona con su cuerpo expuesto al sol es de $2,6 \cdot 10^{14} fotones\ s^{-1}$, calcule la potencia que le incide debida a esos fotones UV y la energía recibida en 30 minutos.

a)

La energía de un fotón absorbido corresponde a la diferencia de energía (ΔE) entre los niveles electrónicos de la molécula. Esta energía se calcula mediante la relación de Planck:

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Donde:

h = Constante de Planck = $6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$

c = Velocidad de la luz = $(3 \cdot 10^{8})\ \frac{m}{s}$

λ = Longitud de onda = $260\ nm\ =\ 260 \cdot 10^{-9}\ m$

$$E = \frac{(6{,}63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^{8})}{(260 \cdot 10^{-9})} = 7{,}65 \cdot 10^{-19} J$$

Convertimos la energía en eV sabiendo que $1\ eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J:

$$E(eV) = \frac{7{,}65 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 4{,}78\ eV$$

La diferencia de energía entre los niveles electrónicos es de 4,78 eV.

b)

La potencia es la energía por unidad de tiempo. Se obtiene multiplicando la energía de un único fotón (calculada en julios) por el flujo de fotones (fotones por segundo).

$$P = E_{foton} \cdot Flujo$$

$$P = (7{,}65 \cdot 10^{-19}) \cdot (2{,}6 \cdot 10^{14}) = 1{,}99 \cdot 10^{-4}\ W$$

La potencia que incide sobre la persona es de $1{,}99 \cdot 10^{-4}$ W.

Por otro lado, la energía total es el producto de la potencia por el intervalo de tiempo. Tomando el tiempo en segundos (t=1800s)

$$E_{total} = P \cdot t$$

$$E_{total} = (1{,}99 \cdot 10^{-4}) \cdot (1800) = 0{,}358\ J$$

La energía recibida en 30 minutos es de 0,358 J

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

Pregunta 4.B

El mineral de cuarzo (SiO2) sobre la superficie de la Tierra contiene impurezas de aluminio, con una cantidad de 0,1 % de átomos de 26Al en relación a los átomos de silicio. Cuando el mineral se entierra debido a diversos procesos geológicos (sedimentación, glaciares, etc.) los átomos de 26Al se desintegran con un tiempo de semidesintegración de 0,72 millones de años.

a) **(1,25 puntos) Calcule la actividad de una muestra de mineral de cuarzo, debida a la presencia de isótopos de 26Al, situada en superficie si contiene 8,3·10^22 átomos de silicio.**
b) **b) (1,25 puntos) Se recoge una muestra de cuarzo de unos sedimentos, obteniéndose una relación de 0,08 % de átomos de 26Al respecto a los átomos de silicio. Obtenga la edad correspondiente a la formación de dichos sedimentos.**

a) Cálculo de la actividad de la muestra en la superficie

Datos:

- $N_{Si} = 8{,}3 \cdot 10^{22}$ átomos de silicio

- Proporción de 26Al respecto a Si: 0,1% = 0,001

- $T_{\frac{1}{2}} = 0{,}72 \cdot 10^{6}$ años

$$\lambda = \frac{ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{0{,}693}{0{,}72 \cdot 10^{6}} \approx 9{,}625 \cdot 10^{-7}\ años^{-1}$$

Calculamos el número de átomos de 26Al:

$N_{Al} = 0{,}001 \cdot 8{,}3 \cdot 10^{22} = 8{,}3 \cdot 10^{19}$ átomos

Usamos la fórmula para la actividad $A = \lambda \cdot N_{Al}$ a partir de una población de nucleones.

$A = 9{,}625 \cdot 10^{-7} \cdot 8{,}3 \cdot 10^{19} = 7{,}98775 \cdot 10^{13}$ desintegraciones por año

Para obtener la actividad en becquerelios (Bq), convertimos años a segundos:

1 año = $3{,}1536 \cdot 10^{7}$ segundos

$$A\ (en\ Bq) = \frac{7{,}98775 \cdot 10^{13}}{3{,}1536 \cdot 10^{7}} \approx 2{,}53 \cdot 10^{6}\ Bq$$

b) Cálculo de la edad de los sedimentos

Nueva proporción de 26Al: $0{,}08\% = 0.0008$

Proporción inicial: 0,001

Relación actual/inicial: $R = \frac{0{,}0008}{0{,}001} = 0{,}8$

$$Usamos\ la\ fórmula\ de\ decaimiento\ exponencial:$$

$$R = e^{-\lambda t}$$

$$Despejamos\ t:$$

$$t = -\frac{ln(R)}{\lambda} = -\frac{ln(0{,}8)}{9{,}625 \cdot 10^{-7}} \approx 2{,}309 \cdot 10^{5}\ años$$

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES