Instrucciones generales

El examen dura 90 minutos. Se permite el uso de una calculadora no programable. así como herramientas básicas de dibujo (escuadra, regla, cartabón). Debe responderse en bolígrafo negro o azul, y no se permite el uso de tippex en la hoja de test. No se permite el uso de ningún otro tipo de material. El examen debe ser contestado en español.

Criterios de Evaluación

La prueba consta de cuatro partes y cada una se valora con un máximo de 2,5 puntos. Dentro de cada problema, cada apartado tiene el mismo valor. Se valora el planteamiento del problema, su desarrollo (deben indicarse los pasos que conducen a la solución), resultado correcto y el uso adecuado de unidades y vectores. No se valorarán resultados que no estén justificados con explicaciones.

PARTE 1. Dos problemas de desarrollo, de los que se debe elegir sólo uno.

Debe contestar a un solo problema de las dos opciones incluidas. Si contesta a los dos problemas del mismo bloque, solo se le corregirá el primero que aparezca en la hoja de respuestas.

PARTE 2. Dos problemas de desarrollo, de los que se debe elegir sólo uno.

Debe contestar a un solo problema de las dos opciones incluidas. Si contesta a los dos problemas del mismo bloque, solo se le corregirá el primero que aparezca en la hoja de respuestas.

PARTE 3. Problemas de desarrollo con enunciado adaptado a evaluación por competencias, sin optatividad.

Debe responder al problema propuesto (no hay optatividad).

PARTE 4. Ocho cuestiones de respuesta múltiple de las que se deben elegir cinco.

Se incluyen 8 preguntas tipo test, de las que solo se debe contestar a 5. Si contesta a más de 5, solo se valorarán las 5 primeras cuestiones respondidas. En cada pregunta solo una opción es correcta.

Cada acierto suma 0,5 puntos, cada error resta 0,15 puntos y las preguntas en blanco no computan.

Notación y decimales

VECTORES: Las magnitudes vectoriales se escribirán con una flecha en la parte superior (por ejemplo: velocidad $\vec{v}$).

DECIMALES: En el enunciado en español los decimales se indican con una coma en la parte inferior (ejemplo: 3,14); en la traducción al inglés se denotan con un punto (ejemplo: 3.14). Ambas notaciones (punto o coma para los decimales) se consideran válidas en las respuestas de los alumnos.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

PARTE 1

Resuelva solo uno de los problemas: 1a o 1b

Problema 1a

Calisto (el tercer satélite con mayor masa del sistema solar), que posee una densidad de $1,83\ g\ cm^{-3}$ y un radio de $2410\ km$, da una revolución alrededor del planeta Júpiter cada 16.89 días.

(a) **Calcule la masa del satélite y la aceleración de la gravedad en su superficie.**

(b) **Obtenga la energía cinética y la energía mecánica de Calisto en su órbita circular alrededor del planeta.**

Datos:

Constante de gravitación universal: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} N\ m^2\ kg^{-2}$.

Masa de Júpiter: $M_J = 1,90 \cdot 10^{27} kg$.

Problema 1b

Un satélite orbita la Tierra siguiendo una órbita geoestacionaria.

(a) **Calcule el radio de la órbita y la velocidad del satélite.**

(b) **Sabiendo que la energía necesaria para llevar al satélite a otra órbita circular de radio igual al doble de la órbita anterior es $1,18 \cdot 10^9 J$, calcule la masa del satélite.**

Datos:

Constante de gravitación universal: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} N\ m^2\ kg^{-2}$.

Masa de la Tierra: $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} kg$.

PARTE 2

Resuelva solo uno de los problemas: 2a o 2b

Problema 2a

En un medio de índice de refracción $n_1 = 1.6$ se propaga un rayo de luz de frecuencia $f_1 = 6 \cdot 10^{14} Hz$.

(a) **¿Cuál es la longitud de onda?**

(b) **¿Cuál debe ser como mínimo el ángulo de incidencia para que se produzca reflexión total en la frontera entre este medio y otro con índice de refracción $n_2 = 1.2$?**

(c) **Para los mismos medios del caso anterior, ¿qué características tendrá la onda transmitida (frecuencia y longitud de onda) suponiendo que el ángulo de incidencia es tal que no se produce reflexión total?**

Datos:

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \cdot 10^8\ m\ s^{-1}$.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

Problema 2b

A lo largo de una cuerda se propaga en el sentido positivo del eje x una onda transversal. El periodo de oscilación y la elongación máxima de un punto cualquiera de la cuerda son, respectivamente, $4 \cdot 10^{-3} s$ y $20\ cm$. La distancia mínima entre dos puntos cualesquiera de la cuerda que oscilan en fase es de $0,25$ metros. En el instante $2 \cdot 10^{-3} s$, la elongación del punto situado en $x = 0,5\ m$ es de $-10\ cm$ y su velocidad de oscilación en ese instante es positiva.

(a) **Halle la frecuencia angular y la velocidad de propagación de la onda.**

(b) **Obtenga la expresión matemática de la onda.**

PARTE 3

En este bloque no hay optatividad: resuelva el problema 3

Problema 3

Las centrales nucleares generan electricidad aprovechando la energía liberada en ciertas reacciones nucleares, en la que núcleos atómicos se fisionan y dan lugar a nuevos núcleos, liberando energía en el proceso.

Se pretende utilizar una central nuclear cuyo combustible nuclear es el uranio. Sin embargo, el uranio que se extrae de las minas no puede ser empleado directamente en la central nuclear. El motivo es que el uranio extraído contiene dos isótopos distintos, uranio-238 (^{238}U) en mayor medida y una pequeña parte de uranio-235 (^{235}U). El combustible nuclear requiere una mayor proporción de ^{238}U que la que se encuentra en la naturaleza, por lo que debemos considerar algún método para poder discriminar los isótopos con el fin de producir un material apto para la central nuclear.

Se supone que el mineral de uranio extraído está formado por átomos de uranio (tanto ^{235}U como ^{238}U) una vez ionizados (es decir, el número de electrones es menor que el número de protones en una unidad). Para aislar el uranio, se emplearán campos magnéticos. Se dispone de un aparato que genera campos eléctricos y otro que genera campos magnéticos, pero este último no está bien calibrado. Se realizará un experimento inicial para calibrarlo y, después, se empleará este aparato para separar el uranio.

(a) **Se genera un campo eléctrico $\vec{E} = 1000\,\vec{j}\ N/C$ y se introduce campo magnético de magnitud desconocida en el eje z. Se lanzan en este momento electrones a una velocidad de $10^4 m/s$ en el sentido positivo del eje x y se les hace pasar por la región con estos campos. Se va aumentando la magnitud del campo hasta que los electrones pasen en línea recta sin desviarse. En ese momento, ¿cuál será el campo $\vec{B}$ generado?**

(b) **Tras esta primera parte, el aparato queda calibrado. Se deja de generar campo eléctrico y se genera un campo magnético $\vec{B} = 0,2\,\vec{k}\ T$, con el fin de separar los isótopos Ahora se lanzan estos isótopos (átomos de ^{235}U y ^{238}U una vez ionizados) con una velocidad de $10^5 m/s$ en el sentido positivo del eje x. ¿Cómo se pueden distinguir los isótopos en esta fase? ¿Dónde podríamos recolectar cada isótopo?**

Datos: Carga del electrón: $e = -1,6 \cdot 10^{-19} C$. Número de Avogadro: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

PARTE 4

Responda solo a 5 de las 8 cuestiones.

1. **Una nave espacial sale de la Tierra en 2025 y viaja al 65% de la velocidad de la luz. Si regresa a la Tierra en 2045, ¿cuánto tiempo habrá pasado aproximadamente para los tripulantes de la nave?**

Datos: Velocidad de la luz: $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$.

(a) 20 años.

(b) 12 años.

(c) 15 años.

2. **Se ilumina con luz de longitud de onda $\lambda = 300\ nm$ una placa metálica cuyo trabajo de extracción es 3 eV. La energía cinética máxima con la que son emitidos los electrones es:**

Datos: Constante de Plank: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\ J\ s$. Velocidad de la luz: $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$.

(a) $1.83 \cdot 10^{-19} J$.

(b) $2.21\ eV$.

(c) No se emiten electrones en estas condiciones.

3. **Se toma una muestra de un isótopo radiactivo y se observa que, pasados 30 días, queda el 10% de los isótopos originales. ¿Cuál es la vida media de tal isótopo?**

(a) 13 días.

(b) 15 días.

(c) 18 días.

4. **¿A qué velocidad debe viajar un electrón para que su longitud de onda de de Broglie sea $\lambda = 450\ nm$?**

Datos: Constante de Plank: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\ J\ s$. Masa del electrón: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$.

(a) 564 m/s.

(b) 1619 m/s.

(c) 3228 m/s.

5. **Cerca de la superficie de la Tierra se dejan caer dos bolas de acero desde la misma altura. La primera bola tiene 2 kg de masa y una carga de 40 mC. La segunda bola tiene el doble de masa pero no está cargada eléctricamente. ¿Cuál tardará menos tiempo en llegar al suelo?**

(a) La primera.

(b) La segunda.

(c) Llegan a la vez.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

6. **Se dispone de una lente delgada convergente tal que su foco se encuentra a $10\ cm$ de la lente. Se coloca un objeto a $7\ cm$ de la lente. La imagen será:**

   (a) Real e invertida.

   (b) Virtual y derecha.

   (c) No se forma imagen.

7. **Se colocan dos cargas en el espacio, $q_1 = 4\ \mu C$ y $q_2 = -4\ \mu C$ en los puntos del plano $(0, 2)\ cm$ y $(0, -2)\ cm$, respectivamente. El campo eléctrico en el punto $(3, 0)\ cm$ es:**

Datos: Constante de Coulomb: $K = 9 \cdot 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$.

   (a) $\vec{E} = 1{,}54 \cdot 10^{10}\ \vec{j}\ N/C$.

   (b) $\vec{E} = -3{,}07 \cdot 10^{10}\ \vec{j}\ N/C$.

   (c) $\vec{E} = -1{,}54 \cdot 10^{10}\ \vec{j}\ N/C$.

8. **Se conoce la amplitud y el periodo de una onda transversal que se propaga en el sentido negativo del eje x. Si se averigua también la longitud de onda y la elongación para un instante y una posición determinados (por ejemplo $y(0, 0)$), entonces:**

   (a) No se puede determinar la ecuación de la onda.

   (b) Se puede determinar la ecuación de la onda.

   (c) Algunas veces se podrá determinar la ecuación de la onda pero otras no.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

SOLUCIONES

PARTE 1

Resuelva solo uno de los problemas: 1a o 1b

Problema 1a

Calisto (el tercer satélite con mayor masa del sistema solar), que posee una densidad de $1,83\ g\ cm^{-3}$ y un radio de $2410\ km$, da una revolución alrededor del planeta Júpiter cada 16.89 días.

(a) Calcule la masa del satélite y la aceleración de la gravedad en su superficie.

(b) Obtenga la energía cinética y la energía mecánica de Calisto en su órbita circular alrededor del planeta.

Datos:

Constante de gravitación universal: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} N\ m^2\ kg^{-2}$.

Masa de Júpiter: $M_J = 1,90 \cdot 10^{27} kg$.

Empezaremos por pasar los datos a unidades del sistema internacional:

$\rho = 1{,}83\ g/cm^3 = 1830\ kg/m^3$,

$R_c = 2410\ km = 2{,}41 \cdot 10^6\ m$,

$T = 16{,}89\ días = 1{,}46 \cdot 10^6\ s$.

(a)Conociendo la densidad y el radio del satélite, podemos determinar su masa (suponiendo que el satélite sea esférico). Como la densidad es, por definición, masa total dividida por volumen, se tiene:

$\rho = \frac{m_c}{V}$; $m_c = \rho \cdot V = \rho \cdot 4\pi {R_c}^3/3$,

donde hemos usado el volumen de una esfera: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Metiendo los datos:

$m_c = 1830 \cdot 4\pi \cdot (2.41 \cdot 10^6)^3/3 = 1{,}07 \cdot 10^{23}\ kg$.

Una vez tenemos la masa, podemos calcular la aceleración en la superficie:

$g_c = G\frac{m_c}{{R_c}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}07 \cdot 10^{23}/(2{,}41 \cdot 10^6)^2 = 1{,}23\ m/s^2$.

(b) Debemos calcular en primer lugar el radio de la órbita (que llamaremos R y no debe confundirse con R_c, el radio del satélite). Como la órbita es circular, la fuerza gravitatoria es una fuerza centrípeta y

$G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R}$; $v^2 = \frac{GM}{R}$; $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$.

Además, la velocidad es igual al espacio recorrido dividido entre el tiempo tardado en recorrerlo. Como Calisto completa una vuelta entera de longitud $2\pi R$ en un tiempo T (el periodo):

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

$v = \frac{2\pi R}{T}$.

Igualando las dos expresiones de la velocidad y elevando ambos miembros al cuadrado, encontramos una relación entre el radio de la órbita y su periodo:

$\frac{GM}{R} = v^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$; $R^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$; $R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$.

M es la masa del cuerpo al que se orbita, en este caso Júpiter. El cálculo resulta:

$R = \sqrt[3]{\frac{(6{,}67\cdot 10^{-11})(1{,}9\cdot 10^{27})(1{,}46\cdot 10^{6})^2}{4\pi^2}} = 1{,}90 \cdot 10^9\ m.$

Como hemos visto, en una órbita circular se cumple $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$. Entonces, la energía cinética y la energía mecánica vendrán dadas por:

$E_c = \frac{1}{2} m_c v^2 = \frac{GM_j m_c}{2R}$,

$E_m = E_c + E_p = \frac{GM_j m_c}{2R} - G\frac{M_j m_c}{R} = -\frac{GM_j m_c}{2R}$.

Por tanto:

$E_c = \frac{GM_j m_c}{2R} = \frac{(6{,}67\cdot 10^{-11})(1{,}9\cdot 10^{27})(1{,}07\cdot 10^{23})}{2\cdot 1{,}90\cdot 10^9} = 3{,}57 \cdot 10^{30} J$,

$E_m = -E_c = -3{,}57 \cdot 10^{30} J$.

<u>Problema 1b</u>

Un satélite orbita la Tierra siguiendo una órbita geoestacionaria.

(a) Calcule el radio de la órbita y la velocidad del satélite.

(b) Sabiendo que la energía necesaria para llevar al satélite a otra órbita circular de radio igual al doble de la órbita anterior es $1,18 \cdot 10^9 J$, calcule la masa del satélite.

Datos:

Constante de gravitación universal: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} N\ m^2\ kg^{-2}$.

Masa de la Tierra: $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} kg$.

Como la órbita es geoestacionaria, sabemos que el periodo de la órbita es igual al periodo de rotación de la Tierra:

$T = 1\ día = 86400\ s$.

(a) Aprovechando el cálculo del problema 1a:

$R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{(6{,}67\cdot 10^{-11})(5{,}97\cdot 10^{24})(86400)^2}{4\pi^2}} = 4{,}22 \cdot 10^7\ m.$

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

Podemos calcular la velocidad de la siguiente manera:

$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 4{,}22 \cdot 10^7}{86400} = 3071\ m/s.$

(b) La energía necesaria para llevar el satélite de una órbita a otra es la diferencia de la energía mecánica en cada órbita. Ya vimos en el problema 1a que la energía mecánica en una órbita circular viene dada por

$E_m = -\frac{GMm}{2R}.$

Así, la energía necesaria para hacer el cambio de órbita es

$\Delta E = E_{m,f} - E_{m,i} = -\frac{GMm}{2R_f} + \frac{GMm}{2R_i} = \frac{GMm}{2}\left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{Rf}\right) = \frac{GMm}{2} \cdot \frac{R_f - R_i}{R_i R_j}.$

El enunciado indica la energía necesaria para llevar al satélite de la órbita de radio $R_i = R$ a la órbita de radio $R_f = 2R$. Entonces:

$\Delta E = \frac{GMm}{2} \cdot \frac{2R - R}{2R \cdot R} = \frac{GMm}{2} \cdot \frac{R}{2R \cdot R} = \frac{GMm}{2} \cdot \frac{1}{2R} = \frac{GMm}{4R}.$

Despejando de esta relación podemos calcular la masa del satélite:

$m = \frac{\Delta E \cdot 4R}{GM} = \frac{(1{,}18 \cdot 10^9) \cdot 4 \cdot (4{,}22 \cdot 10^7)}{(6{,}67 \cdot 10^{-11})(5{,}97 \cdot 10^{24})} = 500\ kg.$

PARTE 2

Resuelva solo uno de los problemas: 2a o 2b

<u>Problema 2a</u>

En un medio de índice de refracción $n_1 = 1.6$ se propaga un rayo de luz de frecuencia $f_1 = 6 \cdot 10^{14} Hz$.

(a) ¿Cuál es la longitud de onda?

(b) ¿Cuál debe ser como mínimo el ángulo de incidencia para que se produzca reflexión total en la frontera entre este medio y otro con índice de refracción $n_2 = 1.2$?

(c) Para los mismos medios del caso anterior, ¿qué características tendrá la onda transmitida (frecuencia y longitud de onda) suponiendo que el ángulo de incidencia es tal que no se produce reflexión total?

Datos:

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \cdot 10^8\ m\ s^{-1}$.

(a) Como la velocidad de la luz viene dada por

$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f,$

y recordando que el índice de refracción se define como la razón entre la velocidad de la luz en el vacío y en el medio,

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

$$n = \frac{c}{v},$$

podemos despejar de aquí la longitud de onda:

$\lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} = \frac{c}{n_1 \cdot f_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}2 \cdot 6 \cdot 10^{14}} = 4{,}17 \cdot 10^{-7} m = 417\ nm.$

(b) Aplicando la ley de Snell,

$$n_1\ sin\ (\theta_1) = n_2\ sin\ (\theta_2),$$

el ángulo pedido es el ángulo crítico, es decir, el ángulo que cumple $\theta_2 = 90º$. Entonces,

$n_1\ sin\ (\theta_c) = n_2\ sin\ (90) = n_2;\ sin\ (\theta_c) = \frac{n_2}{n_1}.$

Finalmente:

$\theta_c = arcsin\ (\frac{n_2}{n_1}) = arcsin\ (\frac{1{,}2}{1{,}6}) = arcsin\ (0{,}75) = 48{,}59º.$

(c) Si la onda se transmite, la frecuencia será la misma pero la longitud de onda cambiará. En primer lugar:

$f_2 = f_1 = 6 \cdot 10^{14} s^{-1} = 6 \cdot 10^{14} Hz.$

Por otra parte:

$\frac{v_1}{\lambda_1} = f_1 = f_2 = \frac{v_2}{\lambda_2};\ \lambda_2 = \frac{v_2}{v_1}\lambda_1 = \frac{c/n_2}{c/n_1}\lambda_1 = \frac{n_1}{n_2}\lambda_1.$

Por tanto

$\lambda_2 = \frac{1{,}2}{1{,}6} 4{,}17 \cdot 10^{-7} = 3{,}125 \cdot 10^{-7} m = 312{,}5\ nm.$

<u>Problema 2b</u>

A lo largo de una cuerda se propaga en el sentido positivo del eje x una onda transversal. El periodo de oscilación y la elongación máxima de un punto cualquiera de la cuerda son, respectivamente, $4 \cdot 10^{-3} s$ y $20\ cm$. La distancia mínima entre dos puntos cualesquiera de la cuerda que oscilan en fase es de $0{,}25$ metros. En el instante $2 \cdot 10^{-3} s$, la elongación del punto situado en $x = 0{,}5\ m$ es de $-10\ cm$ y su velocidad de oscilación en ese instante es positiva.

(a) Halle la frecuencia angular y la velocidad de propagación de la onda.

(b) Obtenga la expresión matemática de la onda.

La ecuación general de la onda es

$y(x,t) = A \cdot sin\ (\omega t \pm kx + \varphi_0).$

Los datos que nos dan son:

$T = 4 \cdot 10^{-3} s,$

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

$A = 20\ cm = 0{,}2\ m$,

$\lambda = 0{,}25\ m$,

$y(0{,}5; 2 \cdot 10^{-3}) = -10\ cm = -0{,}1\ m$,

$y'(0{,}5; 2 \cdot 10^{-3}) > 0$.

Denotamos por y' la derivada de la función de onda respecto del tiempo.

Como los puntos que están en fase están separados por múltiplos enteros de la longitud de onda, al decir que la distancia mínima entre dos puntos en fase es $0{,}25\ m$, lo que nos están dando es la longitud de onda.

(a) La frecuencia angular viene dada por

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4 \cdot 10^{-3}} = 500\pi\ s^{-1}.$$

La velocidad de propagación es

$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0{,}25}{4 \cdot 10^{-3}} = 62{,}5\ m/s$.

Además, el enunciado dice que la onda se propaga en el sentido positivo del eje x, por lo que podríamos dar la velocidad de propagación de manera vectorial:

$\vec{v} = 62{,}5\ \vec{\imath}\ m/s$.

(b) De la expresión general sólo nos falta conocer el número de onda, k, y la fase inicial, φ_0. El número de onda es

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}25} = 8\pi$.

Para calcular la fase inicial, necesitaremos los otros dos datos que no hemos usado todavía. Con los datos que tenemos, la expresión de la onda será

$y(x,t) = 20\ sin\ (500\pi \cdot t + 8\pi \cdot x + \varphi_0)$.

El primer dato es:

$-10 = y(0{,}5; 2 \cdot 10^{-3}) = 20\ sin\ (500\pi \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 8\pi \cdot 0{,}5 + \varphi_0) = 20\ sin\ (5\pi + \varphi_0)$;

$sin\ (5\pi + \varphi_0) = sin\ (\pi + \varphi_0) = -\frac{1}{2}$.

Esto se cumple para dos valores de la fase inicial, $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}$ o $\varphi_0 = \frac{5\pi}{6}$. Para distinguir cuál es la fase inicial correcta, usamos el otro dato. Como se tiene

$y'(x,t) = A\omega\ cos\ (\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$,

en nuestro caso tendremos

$y'(x,t) = 10^4\pi \cdot cos\ (500\pi \cdot t + 8\pi \cdot x + \varphi_0)$.

Como $y'(0{,}5; 2 \cdot 10^{-3}) > 0$, se tiene

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

$y'(0{,}5; 2 \cdot 10^{-3}) = 10^4\pi \cdot cos\,(5\pi + \varphi_0) = 10^4\pi \cdot cos\,(\pi + \varphi_0) > 0.$

Por tanto, de las dos posibilidades que teníamos debemos elegir la que satisfaga esta condición. Esto ocurre si $\varphi_0 = \frac{5\pi}{6}$. Por tanto, llegamos finalmente a la expresión de la onda:

$y(x,t) = 20\,sin\,(500\pi \cdot t + 8\pi \cdot x + \frac{5\pi}{6}).$

PARTE 3

En este bloque no hay optatividad: resuelva el problema 3

Problema 3

Las centrales nucleares generan electricidad aprovechando la energía liberada en ciertas reacciones nucleares, en la que núcleos atómicos se fisionan y dan lugar a nuevos núcleos, liberando energía en el proceso.

Se pretende utilizar una central nuclear cuyo combustible nuclear es el uranio. Sin embargo, el uranio que se extrae de las minas no puede ser empleado directamente en la central nuclear. El motivo es que el uranio extraído contiene dos isótopos distintos, uranio-238 (^{238}U) en mayor medida y una pequeña parte de uranio-235 (^{235}U). El combustible nuclear requiere una mayor proporción de ^{238}U que la que se encuentra en la naturaleza, por lo que debemos considerar algún método para poder discriminar los isótopos con el fin de producir un material apto para la central nuclear.

Se supone que el mineral de uranio extraído está formado por átomos de uranio (tanto ^{235}U como ^{238}U) una vez ionizados (es decir, el número de electrones es menor que el número de protones en una unidad). Para aislar el uranio, se emplearán campos magnéticos. Se dispone de un aparato que genera campos eléctricos y otro que genera campos magnéticos, pero este último no está bien calibrado. Se realizará un experimento inicial para calibrarlo y, después, se empleará este aparato para separar el uranio.

(a) Se genera un campo eléctrico $\vec{E} = 1000\,\vec{j}\,N/C$ y se introduce campo magnético de magnitud desconocida en el eje z. Se lanzan en este momento electrones a una velocidad de $10^4 m/s$ en el sentido positivo del eje x y se les hace pasar por la región con estos campos. Se va aumentando la magnitud del campo hasta que los electrones pasen en línea recta sin desviarse. En ese momento, ¿cuál será el campo $\vec{B}$ generado?

(b) Tras esta primera parte, el aparato queda calibrado. Se deja de generar campo eléctrico y se genera un campo magnético $\vec{B} = 0,2\,\vec{k}\,T$, con el fin de separar los isótopos Ahora se lanzan estos isótopos (átomos de ^{235}U y ^{238}U una vez ionizados) con una velocidad de $10^5 m/s$ en el sentido positivo del eje x. ¿Cómo se pueden distinguir los isótopos en esta fase? ¿Dónde podríamos recolectar cada isótopo?

Datos: Carga del electrón: $e = -1,6 \cdot 10^{-19} C$. Número de Avogadro: $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$.

(a) Para que los electrones sigan moviéndose en el eje x, será necesario que la fuerza eléctrica que sientan a causa del campo eléctrico se compense con la fuerza magnética. De esta manera, será $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m =$

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

$\vec{0}$, y no se perturbará su movimiento. Por tanto, tenemos que encontrar el campo magnético $\vec{B}$ que cumple esa igualdad, es decir, el campo que cumple

$\vec{F}_m = -\vec{F}_e$.

Esta expresión es:

$q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot \vec{E}$.

Tomando módulos, y dado que la velocidad es perpendicular al campo magnético (la velocidad va en el eje x y el campo en el eje z), se tiene

$|q| \cdot ||\vec{B}|| \cdot ||\vec{v}|| = |q| \cdot ||\vec{E}||; ||\vec{B}|| = \frac{||\vec{E}||}{||\vec{v}||}$.

Así podemos obtener que el módulo del campo magnético debe ser

$||\vec{B}|| = \frac{||\vec{E}||}{||\vec{v}||} = \frac{1000}{10^4} = 0{,}1\ T$.

Nos queda ahora determinar si el campo irá en el sentido positivo del eje z o en el negativo. para ello debemos volver a la expresión vectorial:

$\vec{v} \times \vec{B} = \vec{E}$.

Para que se cumpla esto, podemos usar la "regla de la mano derecha" o calcular directamente el producto escalar para deducir que la igualdad se cumplirá si el campo magnético va en el sentido negativo del eje z. Por tanto, vemos que en el momento en el que los electrones pasan en línea recta, sin ver alterada su trayectoria, el campo magnético que está generando el aparato es

$\vec{B} = -0{,}1\ \vec{k}\ T$.

De esta manera queda calibrado y podemos emplearlo para la siguiente fase del experimento.

(b) Ahora podemos distinguir los isótopos porque el sistema que se plantea es un espectrómetro de masas. Cuando los isótopos de uranio entren en la región con campo magnético, sentirán una fuerza dada por

$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$.

La fuerza es la misma para los dos isótopos porque sólo depende de la carga, y ambos tienen la misma carga (por estar ambos ionizados una vez). Sin embargo, la diferencia entre los dos isótopos es su masa: el ^{235}U tiene una masa atómica de aproximadamente $235\,u$ y el ^{238}U tiene una masa de $238\,u$. Como la fuerza es $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, los dos tipos de isótopos experimentarán aceleraciones distintas y, por tanto, describirán trayectorias distintas. Por tanto, para distinguir los isótopos sólo debemos fijarnos en qué trayectoria recorre cada átomo, y así podremos determinar si se trata de ^{235}U o ^{238}U. Para obtener los isótopos separados, debemos "recolectar" los isótopos cuando estén separados. Al entrar a la región con campo magnético, empezarán a trazar una trayectoria circular, pero de radios distintos. Como la fuerza magnética actuará como fuerza centrípeta, se tiene que la norma de la fuerza cumple (sabiendo que $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares):

$|q| \cdot ||\vec{B}|| \cdot ||\vec{v}|| = ||\vec{F}_m|| = ||\vec{F}_c|| = \frac{m}{R} \cdot ||\vec{v}||^2$.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

De aquí podemos despejar el valor del radio de giro, en términos del módulo del campo, del módulo de la velocidad, de la carga y de la masa:

$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$.

donde escribimos $v = ||\vec{v}||$, $B = ||\vec{B}||$.

m es la masa de cada partícula cargada que se ve afectada por el campo magnético, es decir, la masa de los átomos de cada isótopo. El ^{235}U tiene aproximadamente una masa de $235\ g/mol$, de manera que la masa de cada átomo será aproximadamente $\frac{235}{N_A}\ g = \frac{0{,}235}{N_A}\ kg$, siendo N_A el número de Avogadro. Entonces el radio de giro del ^{235}U es

$R_1 = 235 \frac{10^{-3} \cdot v}{N_A \cdot |q| \cdot B}$.

Análogamente, el radio de giro para el ^{238}U es

$R_2 = 238 \frac{10^{-3} \cdot v}{N_A \cdot |q| \cdot B}$.

Introduciendo los datos:

$R_1 = 235 \frac{10^{-3} \cdot 10^5}{(6{,}022 \cdot 10^{23}) \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}) \cdot (0{,}2)} = 1{,}22\ m$,

$R_2 = 238 \frac{10^{-3} \cdot 10^5}{(6{,}022 \cdot 10^{23}) \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}) \cdot (0{,}2)} = 1{,}24\ m$.

Si tomamos un sistema de referencia en el que los isótopos se mueven con velocidad positiva en el eje x y la región con campo magnético es la formada por $x \geq 0$ (es decir, elegimos el sistema de referencia de manera que el uranio empiece a seguir una trayectoria circular en el punto $(0{,}0)$), de manera que el campo magnético apunta en la dirección positiva del eje z, entonces deberemos recolectar los isótopos a una distancia $2R_1$ o $2R_2$ por debajo del origen (sentido negativo del eje y). Esto es porque al entrar en la región con campo magnético, como $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, la fuerza hará que los isótopos empiecen a girar hacia el sentido negativo del eje y. Por tanto, deberemos recolectar los átomos de ^{235}U en el punto $(0; -2{,}44)$ y los de ^{238}U en el punto $(0; -2{,}47)$.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

PARTE 4

Responda solo a 5 de las 8 cuestiones

1. **Una nave espacial sale de la Tierra en 2025 y viaja al 65% de la velocidad de la luz. Si regresa a la Tierra en 2045, ¿cuánto tiempo habrá pasado aproximadamente para los tripulantes de la nave?**

Datos: Velocidad de la luz: $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$.

(a) 20 años.

(b) 12 años.

(c) 15 años.

2. **Se ilumina con luz de longitud de onda $\lambda = 300\ nm$ una placa metálica cuyo trabajo de extracción es $3\ eV$. La energía cinética máxima con la que son emitidos los electrones es:**

Datos: Constante de Plank: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\ J\ s$. Velocidad de la luz: $c = 3 \cdot 10^8\ m/s$.

(a) $1.83 \cdot 10^{-19} J$.

(b) $2.21\ eV$.

(c) No se emiten electrones en estas condiciones.

3. **Se toma una muestra de un isótopo radiactivo y se observa que, pasados 30 días, queda el 10% de los isótopos originales. ¿Cuál es la vida media de tal isótopo?**

(a) 13 días.

(b) 15 días.

(c) 18 días.

4. **¿A qué velocidad debe viajar un electrón para que su longitud de onda de de Broglie sea $\lambda = 450\ nm$?**

Datos: Constante de Plank: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\ J\ s$. Masa del electrón: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$.

(a) 564 m/s.

(b) 1619 m/s.

(c) 3228 m/s.

5. **Cerca de la superficie de la Tierra se dejan caer dos bolas de acero desde la misma altura. La primera bola tiene $2\ kg$ de masa y una carga de $40\ mC$. La segunda bola tiene el doble de masa pero no está cargada eléctricamente. ¿Cuál tardará menos tiempo en llegar al suelo?**

(a) La primera.

(b) La segunda.

(c) Llegan a la vez.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

6. **Se dispone de una lente delgada convergente tal que su foco se encuentra a $10\ cm$ de la lente. Se coloca un objeto a $7\ cm$ de la lente. La imagen será:**

   (a) Real e invertida.

   (b) Virtual y derecha.

   (c) No se forma imagen.

7. **Se colocan dos cargas en el espacio, $q_1 = 4\ \mu C$ y $q_2 = -4\ \mu C$ en los puntos del plano $(0, 2)\ cm$ y $(0, -2)\ cm$, respectivamente. El campo eléctrico en el punto $(3, 0)\ cm$ es:**

Datos: Constante de Coulomb: $K = 9 \cdot 10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$.

   (a) $\vec{E} = 1{,}54 \cdot 10^{10}\ \vec{j}\ N/C$.

   (b) $\vec{E} = -3{,}07 \cdot 10^{10}\ \vec{j}\ N/C$.

   (c) $\vec{E} = -1{,}54 \cdot 10^{10}\ \vec{j}\ N/C$.

8. **Se conoce la amplitud y el periodo de una onda transversal que se propaga en el sentido negativo del eje x. Si se averigua también la longitud de onda y la elongación para un instante y una posición determinados (por ejemplo $y(0, 0)$), entonces:**

   (a) No se puede determinar la ecuación de la onda.

   (b) Se puede determinar la ecuación de la onda.

   (c) Algunas veces se podrá determinar la ecuación de la onda pero otras no.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES