Instrucciones generales

El examen dura 90 minutos. Se permite el uso de una calculadora no programable. así como herramientas básicas de dibujo (escuadra, regla, cartabón). Debe responderse en bolígrafo negro o azul, y no se permite el uso de tippex en la hoja de test. No se permite el uso de ningún otro tipo de material. El examen debe ser contestado en español.

Criterios de Evaluación

La prueba consta de cuatro partes y cada una se valora con un máximo de 2,5 puntos. Dentro de cada problema, cada apartado tiene el mismo valor. Se valora el planteamiento del problema, su desarrollo (deben indicarse los pasos que conducen a la solución), resultado correcto y el uso adecuado de unidades y vectores. No se valorarán resultados que no estén justificados con explicaciones.

PARTE 1. Dos problemas de desarrollo, de los que se debe elegir sólo uno.

Debe contestar a un solo problema de las dos opciones incluidas. Si contesta a los dos problemas del mismo bloque, solo se le corregirá el primero que aparezca en la hoja de respuestas.

PARTE 2. Dos problemas de desarrollo, de los que se debe elegir sólo uno.

Debe contestar a un solo problema de las dos opciones incluidas. Si contesta a los dos problemas del mismo bloque, solo se le corregirá el primero que aparezca en la hoja de respuestas.

PARTE 3. Problemas de desarrollo con enunciado adaptado a evaluación por competencias, sin optatividad.

Debe responder al problema propuesto (no hay optatividad).

PARTE 4. Ocho cuestiones de respuesta múltiple de las que se deben elegir cinco.

Se incluyen 8 preguntas tipo test, de las que solo se debe contestar a 5. Si contesta a más de 5, solo se valorarán las 5 primeras cuestiones respondidas. En cada pregunta solo una opción es correcta.

Cada acierto suma 0,5 puntos, cada error resta 0,15 puntos y las preguntas en blanco no computan.

Notación y decimales

VECTORES: Las magnitudes vectoriales se escribirán con una flecha en la parte superior (por ejemplo: velocidad $\vec{v}$).

DECIMALES: En el enunciado en español los decimales se indican con una coma en la parte inferior (ejemplo: 3,14); en la traducción al inglés se denotan con un punto (ejemplo: 3.14). Ambas notaciones (punto o coma para los decimales) se consideran válidas en las respuestas de los alumnos.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

PARTE 1

Resuelva solo uno de los problemas: 1a o 1b

Problema 1a

Considérese una carga q_1 colocada en el origen de coordenadas. Determine:

a) **El trabajo necesario para llevar una carga q_2 desde el infinito hasta una distancia x de la primera carga.**

b) **El punto entre ambas cargas en el que una carga q estaría en equilibrio.**

Datos: $K = 9 \cdot 10^9 Nm^2/C^2$, $q_1 = 6\mu C$, $q_2 = 10\mu C$, $x = 10m$.

Problema 1b

Dos cables paralelos están situados a una distancia d uno del otro. Por el primero circula una corriente I hacia arriba, mientras que por el segundo circula una corriente $2I$ en dirección opuesta. Calcula:

a) **El campo magnético en el punto medio entre ambos cables**

b) **La fuerza que ejerce el primer cable sobre el segundo**

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ TmA^{-1}$, $I = 2A, d = 50cm$.

PARTE 2

Resuelva solo uno de los problemas: 2a o 2b

Problema 2a

La expresión matemática de una onda transversal que se propaga a lo largo del eje x viene dada por la expresión $y(x,t) = 0,05\sin(8\pi t + 4\pi x + \varphi_0)$, donde todo está en unidades del SI. Determine:

a) **El valor de la fase inicial si sabemos que en el instante inicial la elongación de un punto situado en $x = 3m$ es nula y su velocidad es positiva.**

b) **Calcule la longitud de onda, la frecuencia, la velocidad de propagación y la dirección de la onda.**

Problema 2b

Una lámina de vidrio plana de espesor h, con índice de refracción n_{vidrio}, está sumergida en el agua, con un índice de refracción n_{agua}. Un rayo de luz incide desde el agua sobre la lámina, formando un ángulo de incidencia de 60º.

a) **Calcule el ángulo del rayo de luz dentro del vidrio y al salir de nuevo al agua**

b) **Calcule el desplazamiento del rayo por culpa de la lámina.**

Datos: $n_{agua} = 1,33, n_{vidrio} = 1,5$, **h=1cm**

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

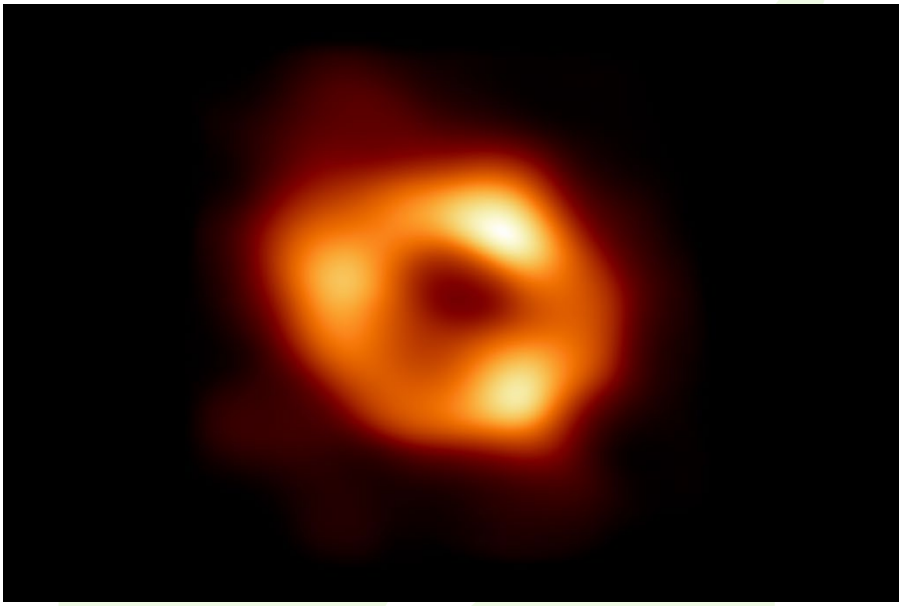
PARTE 3

En este bloque no hay optatividad: resuelva el problema 3

Problema 3

La mayor parte de las galaxias orbitan alrededor de agujeros negros, unos objetos con una gravedad tan intensa que, si algo se acerca demasiado, nunca jamás puede escapar, ni aunque salga a la velocidad de la luz. Estos objetos suelen estar rodeados por materia orbitando a su alrededor que, al chocar extremadamente rápido, se calienta hasta que brilla, formando lo que se denomina un disco de acreción.

El 12 de mayo de 2022 el Event Horizon Telescope publicó la siguiente fotografía de Sagitario A*, el agujero negro en el centro de nuestra galaxia:



A su alrededor orbita una estrella, S13, con un radio orbital de 3300 unidades astronómicas (una unidad astronómica son $5 \cdot 10^{11} m$) y un periodo de 92 años. Calcula:

a) **La masa del agujero negro Sagitario A***

b) **Si el sol sigue una órbita circular a 26000 años luz de distancia de Sagitario A* (un año luz es la distancia que recorre la luz en un año moviéndose a velocidad c), calcula cada cuanto tiempo da una vuelta a la galaxia.**

c) **El llamado radio de Schwarzschild de un agujero negro indica la distancia mínima a la que un cuerpo podría acercarse sin ser tragado. Viene dado por la fórmula $r = \sqrt{GM/c^2}$, donde c es la velocidad de la luz.**

Datos: velocidad de la luz: $c = 3 \cdot 10^8 m/s$

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

PARTE 4

Responda solo a 5 de las 8 cuestiones.

1. Un rayo de luz pasa de un material con índice de refracción n_1 a otro con índice n_2. Se producirá reflexión total sólo si:

(a) $n_1 > n_2$

(b) $n_1 < n_2$

(c) $n_1 = n_2$

2. Al iluminar un material con un haz de luz monocromático se produce efecto fotoeléctrico. Al aumentar la intensidad de la luz…

(a) Aumentará la energía cinética de los electrones

(b) Aumentará el número de electrones emitidos

(c) Aumentará tanto la energía cinética como el número de los electrones emitidos.

3. El tiempo de vida media de un material radiactivo representa

(a) El tiempo que tarda el material en desaparecer

(b) El tiempo que tarda el número de átomos radiactivos del material en reducirse a la mitad

(c) El tiempo, de media, que tarda un átomo en desintegrarse

4. Dos observadores, A y B, se mueven con una velocidad relativa de 0,9c el uno con respecto al otro. Cuando A mire a B…

(a) Verá que B se mueve a cámara lenta

(b) Verá que B se mueve a cámara rápida

(c) Ninguna de las anteriores

5. Un neutrón entra en un campo magnético perpendicular a su velocidad. Por acción de la fuerza magnética,

(a) Describirá una trayectoria circular

(b) Describirá una trayectoria rectilínea

(c) Describirá una órbita con forma de espiral

6. Una espira se coloca perpendicular a un campo magnético. Una vez situada, empieza a girar con una velocidad angular constante alrededor de un eje perpendicular al campo.

(a) Por la espira empieza a circular una intensidad continua

(b) Por la espira no circula ninguna corriente

(c) Por la espira circula una corriente alterna

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

7. Un objeto se coloca a una distancia d de una lente convergente. La imagen producida…

(a) Será real

(b) Será virtual

(c) Dependerá de la distancia d

8. Un material tiene una constante radiactiva de $7 \cdot 10^{-3} s^{-1}$. Su periodo de semidesintegración es

(a) 99s

(b) 142s

(c) 59s

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

SOLUCIONES

PARTE 1

Resuelva solo uno de los problemas: 1a o 1b

Problema 1a

Considérese una carga q_1 colocada en el origen de coordenadas. Determine:

a) **El trabajo necesario para llevar una carga q_2 desde el infinito hasta una distancia x de la primera carga.**

b) **El punto entre ambas cargas en el que una carga q estaría en equilibrio.**

Datos: $K = 9 \cdot 10^9 Nm^2/C^2$, $q_1 = 6\mu C$, $q_2 = 10\mu C$, $x = 10m$.

a) El trabajo necesario para mover una carga q desde un punto A hasta un punto B viene dada por la fórmula $W = q\Delta V = q(V_B - V_A)$. En el punto A el potencial es nulo, porque está infinitamente lejos, mientras que en el B es $V_B = K\frac{q_1}{x} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}}{10} = 54 \cdot 10^4 V$. Juntando todo tenemos

$$W = 10 \cdot 10^{-6}\, 54 \cdot 10^4 = 5{,}4\, J$$

b) Para que la tercera carga q esté en equilibrio necesitaremos que el campo eléctrico en ese punto sea nulo. Como las dos cargas son positivas, eso sólo ocurre en el segmento que une ambas cargas. Pongamos que el punto en cuestión está a una distancia x de la primera carga, y, por tanto, 10-x de la segunda. Los dos campos se cancelarán solo si sus módulos son iguales, es decir, si $|E_1| = |E_2|$. Esto implica

$$\frac{Kq_1}{x^2} = K\frac{q_2}{(10-x)^2} \rightarrow q_1(10-x)^2 = q_2x^2 \rightarrow \sqrt{q_1}\,(10-x) = \sqrt{q_2}x$$

$$x = \frac{\sqrt{q_1}10}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}} = 4{,}3\, m$$

Problema 1b

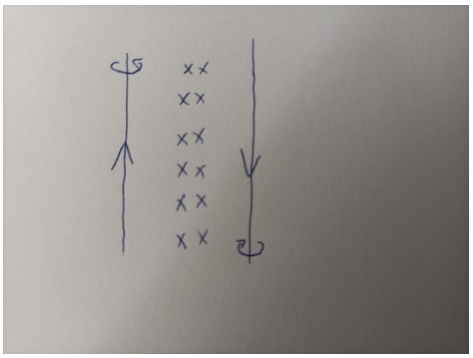
Dos cables paralelos están situados a una distancia d uno del otro. Por el primero circula una corriente I hacia arriba, mientras que por el segundo circula una corriente $2I$ en dirección opuesta. Calcula:

a) **El campo magnético en el punto medio entre ambos cables**

b) **La fuerza por unidad de longitud que ejerce el primer cable sobre el segundo**

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\, TmA^{-1}$, $I = 2A$, $d = 50cm$.

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES



En el dibujo podemos ver que, en el punto medio, los campos irán en la misma dirección, ambos entrando en el papel. Por tanto, basta con calcular los módulos de cada uno de los campos y sumarlos.

Los módulos vienen dados por la fórmula $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$. Tenemos, entonces,$B_1 = \frac{\mu_0 I}{\pi d}$, $B_2 = \frac{\mu_0 2I}{\pi d}$, donde hemos usado r=d/2. Sumándolos, tenemos

$$B_T = B_1 + B_2 = \frac{3\mu_0 I}{\pi d} = 48 \cdot 10^{-8} T$$

Para el segundo apartado usaremos la fórmula $|F| = ILB$, donde I es la intensidad del segundo cable, L es la longitud del segundo cable, y B es el módulo del campo producido por el primer cable. Tenemos, entonces, que la fuerza por unidad de longitud es

$$\frac{F}{L} = I_2 B_1 = \frac{I_2 \mu_0 I_1}{2\pi d} = 16 \cdot 10^{-7} N/m$$

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

PARTE 2

Resuelva solo uno de los problemas: 2a o 2b

Problema 2a

La expresión matemática de una onda transversal que se propaga a lo largo del eje x viene dada por la expresión $y(x,t) = 0,05\sin(8\pi t + 4\pi x + \varphi_0)$, donde todo está en unidades del SI. Determine:

a) **El valor de la fase inicial si sabemos que en el instante inicial la elongación de un punto situado en $x = 3m$ es nula y su velocidad es positiva.**

b) **Calcule la longitud de onda, la frecuencia, la velocidad de propagación y la dirección de la onda.**

a) En el instante inicial y en x=3 la elongación es

$$y(3,0) = 0,05\sin(12\pi + \phi_0) = 0 \rightarrow \sin(\phi_0) = 0$$

$$\rightarrow \phi_0 = 0 \; o \; \pi$$

Para averiguar cuál de las dos es necesitamos la velocidad. Derivamos la elongación

$$v(x,t) = \frac{dy}{dt} = 0,4\pi\cos(8\pi t + 4\pi x + \phi_0)$$

Y vemos que, en el instante inicial y en x=3, tenemos

$$v(3,0) = 0,4\pi\cos(\phi_0)$$

Esto será positivo sólo si $\phi = 0$.

b) El número de onda es $k = 4\pi rad/s$, por lo que $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 0,5m$. La frecuencia es $f = \frac{\omega}{2\pi} = 4Hz$, y la velocidad de propagación es $v = \lambda f = 0,5 \cdot 4 = 2m/s$. Por último, como en la ecuación de onda tanto el término x como el t tienen el mismo signo, la onda se propaga hacia la izquierda.

Problema 2b

Una lámina de vidrio plana de espesor h, con índice de refracción n_{vidrio}, está sumergida en el agua, con un índice de refracción n_{agua}. Un rayo de luz incide desde el agua sobre la lámina, formando un ángulo de incidencia de 60º.

a) **Calcule el ángulo del rayo de luz dentro del vidrio y al salir de nuevo al agua**

b) **Calcule el desplazamiento del rayo por culpa de la lámina.**

Datos: $n_{agua} = 1,33, n_{vidrio} = 1,5$, h=1cm

a) Podemos calcular el ángulo al entrar al vidrio con la ley de Snell. $n_{agua}\sin(\theta_i) = n_{vidrio}\sin(\theta_{vidrio})$, de donde $1,33\sin(60) = 1,5\sin(\theta_{vidrio}) \rightarrow \theta_{vidrio} = 50º$.

Por otro lado, como vuelve a salir al agua, el ángulo de salida será el mismo que el de entrada: 60º.

b) Podemos calcular el desplazamiento usando la fórmula

$$d = \frac{h\sin(\theta_i - \theta_{vidrio})}{\cos(\theta_{vidrio})} = 0,27cm$$

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

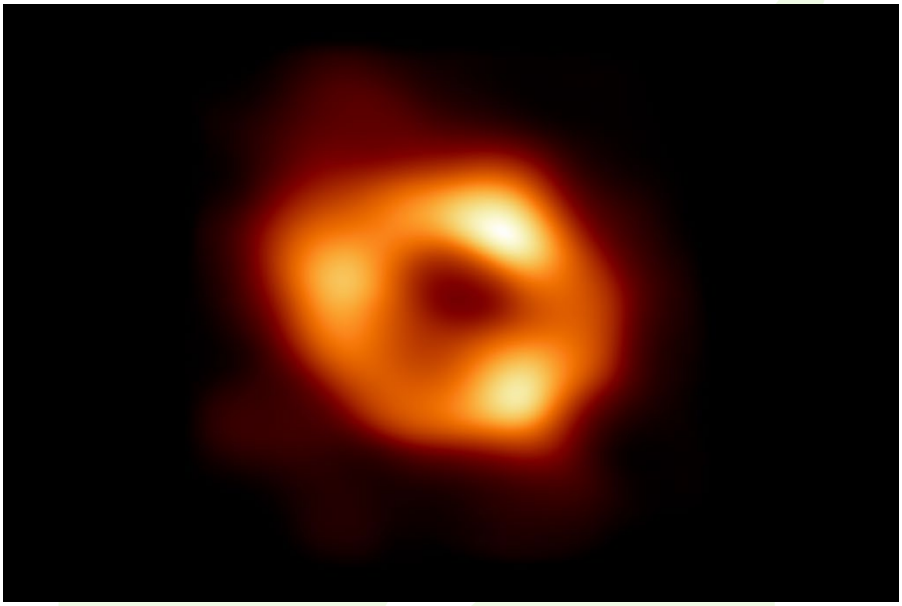
PARTE 3

En este bloque no hay optatividad: resuelva el problema 3

Problema 3

La mayor parte de las galaxias orbitan alrededor de agujeros negros, unos objetos con una gravedad tan intensa que, si algo se acerca demasiado, nunca jamás puede escapar, ni aunque salga a la velocidad de la luz. Estos objetos suelen estar rodeados por materia orbitando a su alrededor que, al chocar extremadamente rápido, se calienta hasta que brilla, formando lo que se denomina un disco de acreción.

El 12 de mayo de 2022 el Event Horizon Telescope publicó la siguiente fotografía de Sagitario A*, el agujero negro en el centro de nuestra galaxia:



A su alrededor orbita una estrella, S13, con un radio orbital de 3300 unidades astronómicas (una unidad astronómica son $5 \cdot 10^{11} m$) y un periodo de 92 años. Calcula:

a) **La masa del agujero negro Sagitario A***

b) **Si el sol sigue una órbita circular a 26000 años luz de distancia de Sagitario A* (un año luz es la distancia que recorre la luz en un año moviéndose a velocidad c), calcula cada cuanto tiempo da una vuelta a la galaxia.**

c) **El llamado radio de Schwarzschild de un agujero negro indica la distancia mínima a la que un cuerpo podría acercarse sin ser tragado. Viene dado por la fórmula $r = \sqrt{GM/c^2}$, donde c es la velocidad de la luz.**

Datos: velocidad de la luz: $c = 3 \cdot 10^8 m/s$

a) Tenemos una órbita circular que podemos estudiar con la fórmula $F = ma$. Sustituyendo la fuerza gravitatoria y la aceleración centrípeta de un movimiento circular, tenemos

$$\frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \rightarrow \frac{GM}{r} = v^2$$

Donde M es la masa del agujero negro. Recordando que $v = \frac{2\pi r}{T}$, llegamos a

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

$$\frac{GM}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = 3 \cdot 10^{38} kg$$

b) Podemos calcular el periodo del sol, que es el tiempo que tarda en dar una vuelta, con la tercera ley de Kepler:

$$\frac{T_{sol}^2}{R_{sol}^3} = \frac{T_{estrella}^2}{R_{estrella}^3} \rightarrow T_{sol} = T_{estrella}\left(\frac{R_{sol}}{R_{estrella}}\right)^{2/3} = 5{,}3 \cdot 10^9 años$$

3.Para calcular el radio de Schwarzschild del agujero negro sólo tenemos que sustituir en la fórmula:

$$r = \sqrt{\frac{GM}{c^2}} = 4'7 \cdot 10^5 m.$$

PARTE 4

Responda solo a 5 de las 8 cuestiones.

1. Un rayo de luz pasa de un material con índice de refracción n_1 a otro con índice n_2. Se producirá reflexión total sólo si:

(a) $n_1 > n_2$

(b) $n_1 < n_2$

(c) $n_1 = n_2$

2. Al iluminar un material con un haz de luz monocromático se produce efecto fotoeléctrico. Al aumentar la intensidad de la luz…

(a) Aumentará la energía cinética de los electrones

(b) Aumentará el número de electrones emitidos

(c) Aumentará tanto la energía cinética como el número de los electrones emitidos.

3. El tiempo de vida media de un material radiactivo representa

(a) El tiempo que tarda el material en desaparecer

(b) El tiempo que tarda el número de átomos radiactivos del material en reducirse a la mitad

(c) El tiempo, de media, que tarda un átomo en desintegrarse

4. Dos observadores, A y B, se mueven con una velocidad relativa de 0,9c el uno con respecto al otro. Cuando A mire a B…

(a) Verá que B se mueve a cámara lenta

(b) Verá que B se mueve a cámara rápida

(c) Ninguna de las anteriores

5. Un neutrón entra en un campo magnético perpendicular a su velocidad. Por acción de la fuerza magnética,

(a) Describirá una trayectoria circular

(b) Describirá una trayectoria rectilínea

(c) Describirá una órbita con forma de espiral

6. Una espira se coloca perpendicular a un campo magnético. Una vez situada, empieza a girar con una velocidad angular constante alrededor de un eje perpendicular al campo.

(a) Por la espira empieza a circular una intensidad continua

(b) Por la espira no circula ninguna corriente

(c) Por la espira circula una corriente alterna

© CENTRO DE ESTUDIOS LUIS VIVES

7. Un objeto se coloca a una distancia d de una lente convergente. La imagen producida…

(a) Será real

(b) Será virtual

(c) Dependerá de la distancia d

8. Un material tiene una constante radiactiva de $7 \cdot 10^{-3} s^{-1}$. Su periodo de semidesintegración es

(a) 99s

(b) 142s

(c) 59s