OPCIÓN A

A.1 (2 puntos).

Calisto (el tercer satélite con mayor masa del sistema solar), que posee una densidad de 1,83 g cm^{-3} y un radio de 2410 km, da una revolución alrededor del planeta Júpiter cada 16,89 días.

a) Calcule la masa del satélite y la aceleración de la gravedad en su superficie.

b) Obtenga la energía cinética y la energía mecánica de Calisto en su órbita circular alrededor delplaneta.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; Masa de Júpiter, $M_{Jup} = 1{,}90 \cdot 10^{27}$ kg.

A.2 (2 puntos).

Un violín emite ondas sonoras con una potencia de $5 \cdot 10^{-3}$ W cuando se toca la notaFa de 698 Hz.

a) Indique razonadamente si la onda es longitudinal o transversal y obtenga su longitud de onda.

b) Calcule el nivel de intensidad sonora que percibe un oyente situado a 20 m generado por 15violines de una orquesta tocando al unísono.

Datos: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}; Velocidad del sonido en el aire, $v_s = 340$ m s^{-1}.

A.3 (2 puntos).

Dos cargas eléctricas puntuales *A* y *B* de valores $q_A = +5$ nC y $q_B = -5$ nC, están situadas en el plano *xy* en las posiciones (-4, 0) cm y (4, 0) cm, respectivamente. Determine el potencial eléctrico y el campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en:

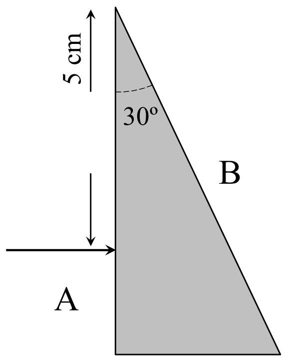
a) El origen de coordenadas.

b) El punto del plano (0, 3) cm.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

A.4 (2 puntos).

Sobre la cara A de un prisma de material transparente incideperpendicularmente desde el aire un rayo de luz a una distancia de 5 cm desdeel vértice superior, cuyo ángulo es de 30º (ver figura).



a) Calcule el tiempo que tarda el rayo en alcanzar la cara B, y el ángulo de emergencia al aire a través de dicha cara, si el material es un vidrio con uníndice de refracción de 1,5.

b) ¿Emergerá el rayo por la cara B si el prisma es de diamante, cuyo índice de refracción es de 2,5? Razone la respuesta.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}; Índice de refracción del aire, $n_{aire} = 1$.

A.5 (2 puntos).

Para obtener imágenes del corazón se utiliza el isótopo ^{201}Tl del talio, que emite rayosgamma tras su desintegración, con un período de semidesintegración de 3,04 días. Para una correctavisualización de los tejidos cardíacos se recomienda inyectar una dosis de 0,9 MBq kg^{-1}.

a) Obtenga la constante de desintegración radiactiva del isótopo. Determine la cantidad de ^{201}Tl, expresada en gramos, recomendada para diagnosticar a un paciente de 75 kg.

b) Calcule el tiempo necesario para que el nivel de actividad se reduzca a un 1% respecto a la actividad inicial.

Datos: Número de Avogrado, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}; Masa atómica del ^{201}Tl, $M_A = 201$ u.

OPCIÓN B

B.1 (2 puntos).

La sonda espacial *Mars Reconnaissance Orbiter* consiguió en septiembre de 2006 situarse en una órbita circular en torno al planeta Marte a 290 km de altura sobre la superficie para realizar un mapeo de su superficie. Tras utilizar combustible en la maniobra de aproximación, la sondaactualmente tiene una masa de 1031 kg.

a) Halle el periodo de revolución de la sonda espacial y su velocidad orbital alrededor de Marte.

b) Obtenga la energía mínima necesaria que habría que suministrar al satélite para que escape del campo gravitatorio marciano.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de Marte,* $M_{Marte} = 6{,}42 \cdot 10^{23}$ kg; *Radio de Marte,* R_{Marte} $3{,}39 \cdot 10^{6}$ m.

B.2 (2 puntos).

Un oscilador armónico de frecuencia 1000 Hz genera en una cuerda una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje x, con una longitud de onda de 1,5 m. La velocidad máxima de oscilación de un punto de la cuerda es de 100 m s^{-1}. Además, para un punto dela cuerda situado en $x = 0$ m y en el instante $t = 600$ μs, la elongación de la onda es de 1 cm y su velocidad de oscilación es positiva.

a) Determine la velocidad de propagación y la amplitud de la onda.

b) Halle la fase inicial y escriba la expresión matemática que representa dicha onda.

B.3 (2 puntos).

Una espira circular de radio 6 cm, inicialmente situada en el plano xy, está inmersa enel seno de un campo magnético homogéneo dirigido hacia el sentido positivo del eje z. Calcule, para el instante $t = 7$ ms, el flujo del campo magnético en la espira y la fuerza electromotriz inducida en lossiguientes casos:

a) El módulo del campo magnético varía de la forma $B = 3t^2$ (B expresado en teslas y t en segundos).

b) El módulo del campo magnético es constante e igual a $B = 8$ mT, y la espira gira con una velocidad angular de 60 rad s^{-1}, alrededor del eje y.

B.4 (2 puntos).

Determine las posiciones donde debe colocarse un objeto real situado a la izquierda de una lente convergente de potencia 2,5 dioptrías para que el tamaño de la imagen formada por la lente sea:

a) Derecha y el doble que el tamaño del objeto.

b) Invertida y la mitad del tamaño del objeto.

Indique, en cada caso, la naturaleza de la imagen y realice el trazado de rayos correspondiente.

B.5 (2 puntos).

Un sistema atómico que consta de tres niveles energéticos se utiliza para obtener radiación láser. Con respecto al primer nivel (nivel fundamental), el segundo y el tercer nivel se sitúana 2,07 eV y 2,76 eV, respectivamente. La absorción se produce desde el primer nivel al tercero, mientras que la emisión láser se produce por la transición entre el segundo nivel y el fundamental.

a) Halle la longitud de onda y la frecuencia del fotón necesario para que se produzca la absorción(transición $1 \rightarrow 3$).

b) Calcule la longitud de onda de la radiación emitida (transición $2 \rightarrow 1$) y la potencia del láser si se emiten 2?10^{16} fotones/s.

Datos: Constante de Planck, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; *Velocidad de la luz en el vacío,* $c = 3 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

A.1

$\rho = 1{,}83\ ^{g}/_{cm^3} = 1830\ ^{kg}/_{m^3}$; Rc= 241km = 2,4· $10^6 m$; T= 16,89 días = 1,46· $10^6 s$

a) Suponemos que es esférico

$\rho = \frac{Mcalisto}{Volumen\ esfera} = \frac{Mc}{\frac{4}{3}\pi Rc^3}$ → Mc=$\frac{4}{3}\pi Rc^3 \cdot \rho$= 1,073 · $10^{23} kg$; g_c = G$\frac{Mc}{Rc^2}$ = 1,23 m/s^2

b) Para calcular el radio de la órbita, planteamos la tercera ley de Kepler igualando fuerza gravitatoria y centrípeta y considerando órbita circular por lo que v=2πR/T

$$F_g = F_c \Rightarrow G\frac{M\cancel{m}}{R^2} = \cancel{m}\frac{v^2}{R} \Rightarrow R^3 = \frac{GM}{4\pi^2}T^2$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}90\cdot 10^{27}}{4\pi^2}(16{,}89\cdot 24\cdot 3600)^2} \approx 1{,}898\cdot 10^9 m$$

Dado que estamos en órbita circular v^2=GM/R

$$E_m = E_p + E_c = \frac{-GMm}{R} + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{-1}{2}G\frac{Mm}{R} \Rightarrow E_m = -E_c$$

$$E_m = -E_c = \frac{-1}{2}6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{1{,}90\cdot 10^{27}\cdot 1{,}07\cdot 10^{23}}{1{,}898\cdot 10^9} \approx -3{,}57\cdot 10^{30} J$$

A.2

a) Las ondas sonoras son ondas longitudinales, ya que la magnitud que oscila es la presión, mediante movimiento de las partículas del medio, en la dirección de propagación de la onda.

Sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s

v=λ·f → λ =v/f = 340/698 = 4,87·10^{-1} m

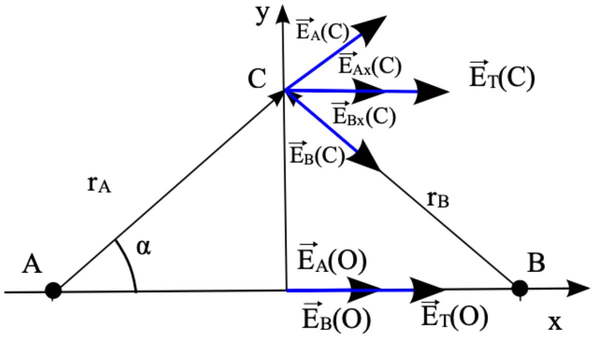
b) r= 20m ; 15 violines

$$I_1 = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{5\cdot 10^{-3}}{4\pi 20^2} = 9{,}95\cdot 10^{-7}\ W/m^2$$

$$\beta_{15} = 10\log_{10}\frac{15\cdot I_1}{I_0} = 10\log_{10}\frac{15\cdot 9{,}95\cdot 10^{-7}}{10^{-12}} \approx 71{,}7\ dB$$

A.3

valores q_A = +5 nC y q_B = -5 nC



Por simetría:

$$V_T(0{,}0)=V_A+V_B=K\frac{q_A}{0{,}04}+K\frac{q_B}{0{,}04}=9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-9}}{0{,}04}(1-1)=0\,V$$

Sabiendo que el campo eléctrico es: $\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$ y que $\vec{u}_r=\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$

Tenemos:

$$\vec{E}_T=\vec{E}_A+\vec{E}_B=K\frac{q_A}{0{,}04^2}\vec{i}+K\frac{q_B}{0{,}04^2}(-\vec{i})$$

$$\vec{E}_T=9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-9}}{0{,}04^2}(\vec{i}-(-\vec{i}))=5{,}6\cdot 10^4\vec{i}\;N/C$$

b) Tenemos por simetría que:

$$V_{total}(0{,}3\,cm)=V_A+V_B=K\frac{q_A}{0{,}05}+K\frac{q_B}{0{,}05}=9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-9}}{0{,}05}(1-1)=0\,V$$

El campo total ejercido en el punto (0,3)

$$\vec{E}_T=\vec{E}_A+\vec{E}_B=9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-9}}{0{,}05^2}\frac{(0{,}04\vec{i}+0{,}03\vec{j})}{0{,}05}+9\cdot 10^9\frac{-5\cdot 10^{-9}}{0{,}05^2}\frac{(-0{,}04\vec{i}+0{,}03\vec{j})}{0{,}05}$$

$$\vec{E}_T=9\cdot 10^9\frac{5\cdot 10^{-9}}{0{,}05^2}\frac{(0{,}04\vec{i}+0{,}04\vec{i})}{0{,}05}=2{,}88\cdot 10^4\vec{i}\;N/C$$

A.4

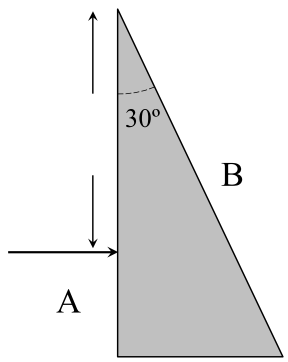
a) En el prisma v=c/n=$3\cdot 10^8/1{,}5=2\cdot 10^8$ m/s

La distancia es el cateto opuesto a un ángulo de 30º

siendo el otro cateto de 5 cm, por lo que:

d=0,05·tan(30º)=$2{,}89\cdot 10^{-2}$ m

t=e/v=$2{,}89\cdot 10^{-2}/2\cdot 108=1{,}45\cdot 10^{-10}$ s



Para el ángulo emergente al aire en la cara B, planteamos usamos la ley de Snell con el ángulo de incidencia respecto a la normal, que se puede razonar que son 30º

$$sen(\theta_1)\cdot n_1=sen(\theta_2)n_2\Rightarrow\theta_2=arcsen\left(sen(30^o)\cdot\frac{1{,}5}{1}\right)=48{,}6^o$$

b)

$$sen(\theta_{límite})\cdot n_1=sen(90^o)n_2 \Rightarrow \theta_{límite}=arcsen\left(sen(90^o)\cdot\frac{1}{2,5}\right)=23,6^o$$

Como el
ángulo de incidencia respecto a la normal sería de 30º, mayor que el ángulo límite, se produciría reflexión total y el rayo no emergería por la cara B.

A.5

$$\lambda=\frac{\ln(2)}{T_{½}}=\frac{\ln(2)}{3,04\cdot 24\cdot 3600}\approx 2,64\cdot 10^{-6}s^{-1}$$

$$75\cancel{kg}\cdot\frac{0,9\cdot 10^6 Bq}{1\cancel{kg}}=6,75\cdot 10^7 Bq$$

Calculamos la masa de isótopo ^{201}Tl que tiene inicialmente esa actividad

$$A_0=\lambda N_0=\lambda\cdot\frac{m}{M}\cdot N_A \Rightarrow m=\frac{A_0\cdot M}{\lambda\cdot N_A}=\frac{6,75\cdot 10^7\cdot 201}{2,64\cdot 10^{-6}\cdot 6,02\cdot 10^{23}}=8,54\cdot 10^{-9}g$$

b) Se indica que la actividad se reduce a un 1%

$$A=0,01A_0$$

$$A=A_0e^{-\lambda t}\Rightarrow 0,01=e^{-2,64\cdot 10^{-6}\cdot t}\Rightarrow \ln(0,01)=-2,64\cdot 10^{-6}\cdot t\Rightarrow t=\frac{\ln(0,01)}{-2,64\cdot 10^{-6}}=1,74\cdot 10^6 s$$

B.1

a)
$$F_g=F_c\Rightarrow G\frac{M\,m}{R^2}=m\frac{v^2}{R}\Rightarrow T^2=\frac{4\pi^2}{GM}R^3$$
$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot6{,}42\cdot10^{23}}(3{,}39\cdot10^6+290\cdot10^3)^3}\approx6{,}68\cdot10^3\,s$$

$$v=\frac{2\pi R}{T}=\frac{2\pi(3{,}39\cdot10^6+290\cdot10^3)}{(6{,}68\cdot10^3)}\approx3{,}46\cdot10^3\,m/s$$

b) La energía a suministrar es la diferencia de energía entre los dos puntos

$$E_m=E_p+E_c=\frac{-GMm}{R}+\frac{1}{2}m\,v^2=\frac{-1}{2}G\frac{Mm}{R}$$

A (órbita, antes de suministrar la energía) y B (∞): Ep=0 ;Ec=0

$$E(B)-E(A)=0-\frac{1}{2}\frac{GMm}{R}=\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}$$

$$E(B)-E(A)=\frac{1}{2}6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{6{,}42\cdot10^{23}\cdot1031}{2\cdot(3{,}39\cdot10^6+290\cdot10^3)}\approx6{,}0\cdot10^9\,J$$

B.2

f= 1000 Hz;

a) Velocidad de propagación y amplitud:
$$v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f=1{,}5\cdot1000=1{,}5\cdot10^3\,m/s$$

Velocidad de oscilación:
$$v_{máx}=A\,\omega=A\,2\pi f\Rightarrow A=\frac{v_{máx}}{2\pi f}=\frac{100}{2\pi1000}\approx1{,}59\cdot10^{-2}\,m$$

b) Usamos la expresión general con coseno,
poniendo signo menos delante de kx al propagarse en sentido positivo de eje x y (x ,t)=A cos(ωt−k x+ϕ0)

$$\omega=2\pi f=2000\,\pi\,rad/s\qquad k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{1{,}5}=\frac{4}{3}\pi\,rad/m$$
$$y(0,t=600\cdot10^{-6}s)=1{,}59\cdot10^{-2}\cdot\cos(2000\pi600\cdot10^{-6}+\varphi_0)\Rightarrow0{,}01=1{,}59\cdot10^{-2}\cdot\cos(1{,}2\pi+\varphi_0)$$
$$0{,}63=\cos(1{,}2\pi+\varphi_0)\Rightarrow\begin{matrix}1{,}2\pi+\varphi_0=0{,}89\,rad\Rightarrow\varphi_0=-2{,}88\,rad\\1{,}2\pi+\varphi_0=-0{,}89\,rad\Rightarrow\varphi_0=-4{,}66\,rad\end{matrix}$$

Elegimos utilizando la condición para la velocidad. Derivamos para obtener la expresión

v (x ,t)=−Aω sen(ωt−k x+ϕ0)

Para las condiciones dadas

$$v(0,t=600\cdot10^{-6}s)=-1{,}59\cdot10^{-2}\cdot2000\pi\,sen(1{,}2\pi+\varphi_0)$$
$$Si\ \varphi_0=-2{,}88\,rad\,,v\approx-77{,}6\,m/s<0$$
$$Si\ \varphi_0=-4{,}66\,rad\,,v\approx77{,}6\,m/s>0$$

La expresión matemática que representa dicha onda es

y (x, t) =1,59· 10^{-2} cos (2000πt− 4/3 π x−4,66). [y , x en m; t en s]

B.3

a) Al ser la espira plana y campo uniforme $B = 3t^2$ → $\Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot S\cdot\cos\alpha$

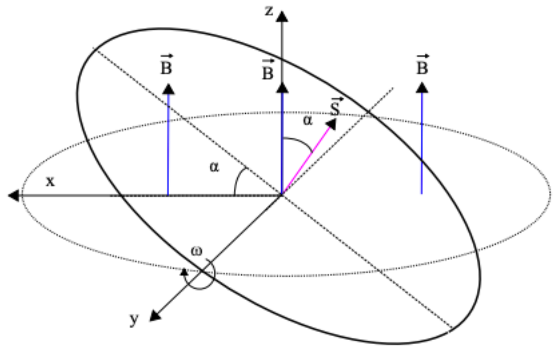
En t = 7s $\Phi=3\cdot(7\cdot10^{-3})^2\pi0{,}06^2=1{,}66\cdot10^{-6}\,Wb$ $\varepsilon=-6\cdot7\cdot10^{-3}\pi0{,}06^2=-4{,}75\cdot10^{-4}\,V$

b) Representamos la espira en el plano XY, el campo magnético en el eje Z, y giro es sobre eje Y según enunciado, según el sentido representado. Según el diagrama $\alpha=\omega t+\phi_0$. Tomamos $\phi_0=0$ ya que en t=0 s la espira está en plano XY, por lo que $\alpha=\omega t$

$$\Phi=B\cdot S\cdot\cos(\omega t)\qquad \varepsilon=\frac{-d\Phi}{dt}=-B\cdot S\cdot\omega\cdot(-sen\,\omega t)$$

Para t=7 ms

$$\Phi=8\cdot10^{-3}\cdot\pi\cdot0{,}06^2\cdot\cos(60\cdot7\cdot10^{-3})=8{,}26\cdot10^{-5}\,Wb$$
$$\varepsilon=8\cdot10^{-3}\cdot\pi\cdot0{,}06^2\cdot60\cdot sen(60\cdot7\cdot10^{-3})=2{,}21\cdot10^{-3}\,V$$



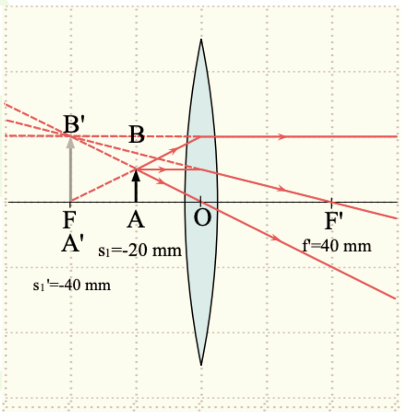
B.4

a) Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para una lente convergente la distancia focal imagen es positiva y f'=1/P=0,4 m = 40 cm

$$A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=2\Rightarrow s_1'=2s_1$$

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial

$$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f'}$$
$$\frac{1}{2s_1}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{40}\Rightarrow s_1=\frac{40\cdot(1-2)}{2}=-20\,cm$$

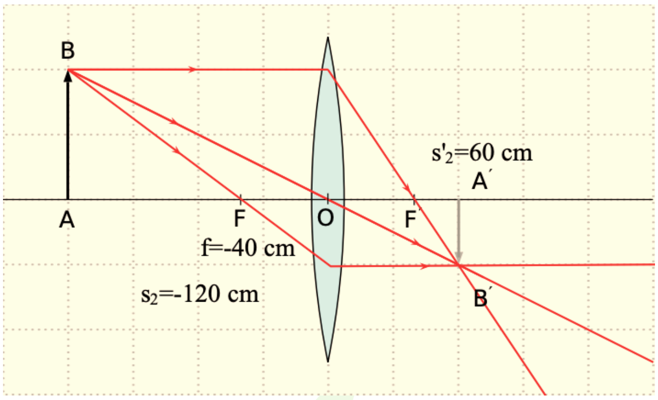


Realizamos trazado: la imagen es virtual.

b) Si el aumento es la mitad y es invertida, es negativo.

$$A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}=\frac{-1}{2}\Rightarrow s_2'=\frac{-1}{2}s_2\quad ;\quad \frac{1}{s_2'}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{\frac{-1}{2}s_2}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{40}$$
$$s_2=40\cdot(-2-1)=-120\,cm$$



Realizamos trazado: la imagen es real.

B.5

a) La energía del fotón en la absorción es igual a la energía de la diferencia de niveles

$$E_{fotón}=E_3-E_1=2{,}76\cdot1{,}6\cdot10^{-19}=4{,}42\cdot10^{-19}\,J$$
$$E=h\cdot f\Rightarrow f=\frac{E}{h}=\frac{4{,}42\cdot10^{-19}}{6{,}63\cdot10^{-34}}\approx6{,}67\cdot10^{14}\,Hz$$
$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\cdot10^{8}}{6{,}67\cdot10^{14}}\approx4{,}50\cdot10^{-7}\,m=450\,nm$$

b) De manera similar, planteando ahora directamente

$$\lambda=\frac{c}{E/h}=\frac{3\cdot10^{8}\cdot6{,}63\cdot10^{-34}}{2{,}07\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}\approx6{,}01\cdot10^{-7}\,m=601\,nm$$
$$P=\frac{E_{total\,fotones}}{t}=\frac{n_{fotones}\cdot E_{fotón}}{t}=\frac{n_{fotones}}{t}\cdot E_{fotón}=2\cdot10^{16}\cdot2{,}07\cdot1{,}6\cdot10^{-19}=6{,}62\cdot10^{-3}\,W$$