UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso **2014-2015**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} -mx & + & my & + & z & = & 0\,, \\ x & - & my & + & 3z & = & 4\,, \\ 2x & - & 2y & - & z & = & 0\,, \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro m.
b) ($0'5$ puntos) Resolverlo en el caso $m = 0$.
c) ($0'5$ puntos) Resolverlo en el caso $m = 2$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.
La recta r pasa por $P(2, -1, 0)$ y tiene vector director $(1, \lambda, -2)$; la recta s pasa por $Q(1, 0, -1)$ y tiene vector director $(2, 4, 2)$.

a) (2 puntos) Calcular $\lambda > 0$ para que la distancia entre r y s sea $\dfrac{9}{\sqrt{59}}$.
b) (1 punto) Calcular λ para que r sea perpendicular a la recta que pasa por P y Q.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

a) ($0'5$ puntos) Estudiar el crecimiento de la función $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$.
b) ($1'5$ puntos) Demostrar que la ecuación $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 = 0$ tiene una única solución real y localizar un intervalo de longitud 1 que la contenga.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Calcular la integral definida $\displaystyle\int_1^4 (1 - x)e^{-x}dx$.
b) (1 punto) Calcular $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} (1 - x)e^{-x}$ y $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} (1 - x)e^{-x}$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a + x\ln(x)\,, & \text{si } x > 0\,, \\ x^2 e^x\,, & \text{si } x \leq 0\,, \end{cases}$$

(donde ln denota logaritmo neperiano y a es un número real) se pide:

a) (1 punto) Calcular el valor de a para que $f(x)$ sea continua en todo $\mathbb{R}$.
b) (1 punto) Calcular $f'(x)$ donde sea posible.
c) (1 punto) Calcular $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dados los puntos $P(-1,-1,1)$, $Q(1,0,2)$ y los planos

$$\pi_1 \equiv x - z = 0, \qquad \pi_2 \equiv my - 6z = 0, \qquad \pi_3 \equiv x + y - mz = 0,$$

se pide:

a) (1 punto) Calcular los valores de m para los que los tres planos se cortan en una recta.
b) (1 punto) Para $m = 3$, hallar la ecuación del plano que contiene al punto P y es perpendicular a la recta de intersección de los planos π_1 y π_2.
c) (1 punto) Hallar la distancia entre los puntos Q y P', siendo P' el punto simétrico de P respecto al plano π_1.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.
Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 3$ y usando las propiedades de los determinantes, calcular el valor de los siguientes determinantes:

$$\text{a)(1 punto)} \begin{vmatrix} 2a-2b & c & 5b \\ 2d-2e & f & 5e \\ -2 & 3 & 10 \end{vmatrix} \qquad\qquad \text{b)(1 punto)} \begin{vmatrix} a-1 & b-2 & 2c-6 \\ 2 & 4 & 12 \\ d & e & 2f \end{vmatrix}$$

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.
Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, hallar todas las matrices $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que conmutan con A, es decir que cumplen $AB = BA$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.
a) Por la obtención de los valores críticos [$m = 1$, $m = 2$]: $0'5$ puntos (repartidos en planteamiento: $0'25$; resolución: $0'25$). Por la discusión de cada uno de los tres casos [$m = 1$], [$m = 2$], [$m \neq 1, m \neq 2$]: $0'5$ puntos.
b) Procedimiento: $0'25$ puntos. Cálculos: $0'25$ puntos.
c) Procedimiento: $0'25$ puntos. Cálculos: $0'25$ puntos.

Ejercicio 2.
a) Procedimiento: 1 punto. Cálculos: 1 punto.
b) Resultado: $0'5$ puntos. Justificación: $0'5$ puntos.

Ejercicio 3.
a) Calcular la derivada: $0'25$ puntos. Justificar que f es creciente en todo $\mathbb{R}$: $0'25$ puntos.
b) Localizar el intervalo: $0'5$ puntos. Aplicar correctamente el teorema de Bolzano: $0'5$ puntos. Justificar la unicidad: $0'5$ puntos.

Ejercicio 4.
a) Por la primitiva: $0'75$ puntos (repartidos en procedimiento: $0'5$ y resultado: $0'25$). Por aplicar la regla de Barrow: $0'25$.
b) Por cada límite: $0'5$ puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.
a) Planteamiento: $0'25$ puntos. Por calcular los límites laterales en $x = 0$: $0'25$ puntos, por cada uno. Por la obtención del valor de a: $0'25$ puntos.
b) Por calcular $f'(x)$, para $x \neq 0$: $0'5$ puntos. Por el estudio de la derivabilidad en $x = 0$: $0'5$ puntos (repartidos en planteamiento: $0'25$; resolución: $0'25$).
c) Por saber qué integral hay que calcular: $0'25$ puntos. Por la primitiva: $0'5$ puntos. Por aplicar la regla de Barrow correctamente: $0'25$ puntos.

Ejercicio 2.
a) Planteamiento: $0'5$ puntos. Resolución: $0'5$ puntos.
b) Planteamiento: $0'5$ puntos. Resolución: $0'5$ puntos.
c) Planteamiento: $0'5$ puntos. Resolución: $0'5$ puntos.

Ejercicio 3.
a) Resultado: $0'25$. Justificación: $0'75$.
b) Resultado: $0'25$ puntos. Justificación: $0'75$ puntos.

Ejercicio 4.
Hacer los productos AB y BA: $0'5$ puntos. Plantear el sistema: $0'5$ puntos. Resolverlo $0'5$ puntos. Expresar correctamente las matrices solución: $0'5$ puntos.