NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Sabiendo que la Luna tiene una masa M_{L}, que está situada a una distancia d de la Tierra, y que el campo gravitatorio de la Tierra en la superficie terrestre g_0 es 3600 mayor que el campo gravitatorio terrestre en el centro de la Luna, deducir la expresión de la energía cinética de la Luna en función, exclusivamente, de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

Solución

La energía cinética de la Luna es

$$E_c = \frac{1}{2} M_L v^2 .$$

Ahora debemos calcular la velocidad *v* con la que orbita, a partir de la relación entre la fuerza gravitatoria y la fuerza centrípeta:

$$G \frac{M_T M_L}{d^2} = M_L \frac{v^2}{d} \quad \rightarrow \quad v = \left(G \frac{M_T}{d} \right)^{1/2} .$$

A partir del enunciado sabemos que

$$G \frac{M_T}{d^2} = \frac{g_0}{3600}$$

De modo que finalmente obtenemos

$$E_c = \frac{1}{2} M_L v^2 = \frac{1}{2} \frac{M_L g_0 d}{3600}$$

2. Se disponen 4 cargas puntuales en los vértices de un cuadrado de lado 2*L* centrado en el origen: una carga +*q* en el punto (-*L*, *L*), una carga -*q* en (*L*, *L*), una carga -*q* en (*L*, -*L*), y otra de +*q* en (-*L*, -*L*).

- Calcular el potencial eléctrico creado por la distribución de carga en el origen. **(1,5 puntos)**
- Calcular el trabajo total necesario para llevar una carga *Q*, inicialmente en reposo en el infinito, hasta situarla en el origen de coordenadas también en reposo. **(1 punto)**

<u>Solución</u>

Primero calculamos el potencial en el origen debido a la distribución de carga

$$V_0 = k\left(\frac{q}{L\sqrt{2}} - \frac{q}{L\sqrt{2}} + \frac{q}{L\sqrt{2}} - \frac{q}{L\sqrt{2}}\right) = 0 \text{ V}.$$

El trabajo necesario para mover una carga dentro de un campo conservativo sin modificar su velocidad es igual a la variación de su energía potencial. En este caso tenemos que la energía potencial inicial es nula por encontrarse la carga a una distancia infinita del cuadrupolo: $U_i = 0 \text{ J}$. Ahora tenemos que calcular la energía potencial de la carga en el origen de coordenadas

$$U_f = QV_0 = 0 \text{ J}.$$

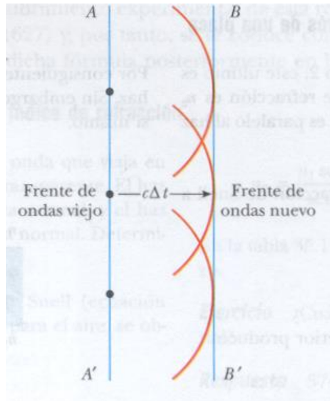
Por consiguiente, el trabajo total será nulo

$$W = \Delta U = U_f - U_i = 0 \text{ J}.$$

3. - Explicar el principio de Huygens para la propagación de ondas. **(1,5 puntos)**
- Ilustrar con una figura como se aplica este principio para explicar el proceso de propagación de una onda plana. **(1 punto)**

<u>Solución</u>

El principio de Huygens es método geométrico para describir la propagación de una onda cualquiera a través del espacio. Cada punto de un frente de onda primario sirve como foco (o fuente) de ondas esféricas secundarias que avanzan con una velocidad y frecuencia igual a las de la onda primaria. El frente de onda primario al cabo de un cierto tiempo es la envolvente de estas ondas elementales



4. Calcular el número total de emisiones α y β que permitirían completar la transmutación de ${}^{235}_{92}\mathrm{X}$ a ${}^{207}_{82}\mathrm{Y}$. **(2,5 puntos)**

Solución

La variación del número másico nos permite obtener el número de emisiones α, ya que éste no varía durante las emisiones beta. Así pues tenemos que

$$235-4x=207 \quad \rightarrow \quad 7 \text{ emisiones } \alpha .$$

Después de esas 7 emisiones α el número atómico debería haber disminuido en 14 unidades, y sin embargo ha disminuido en 10 unidades, lo que significa que ha debido experimentar como mínimo 4 emisiones β.

OPCIÓN B

1. Un satélite geoestacionario es aquél cuya posición permanece siempre en la vertical de un determinado punto de la superficie terrestre (más concretamente en la vertical del ecuador). Calcular el radio de la órbita de este tipo de satélites. **(2.5 puntos**)

Datos: $M_\mathrm{T}=5{,}98\times10^{24}$ kg. $G=6{,}67\times10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Solución

Al permanecer siempre en la vertical de un determinado punto, los satélites geoestacionarios giran con la misma velocidad angular con la que lo hace la Tierra, es decir, con un periodo *T* de revolución de 24 h (86400 s). Tenemos entonces que

$$G\frac{M_T m}{R^2}=m\frac{v_T^2}{R}=m\omega^2 R=m\frac{4\pi^2}{T^2}R .$$

Despejando *R* obtenemos

$$R = \left(G \frac{T^2 M_T}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} \approx 42000 \text{ km}$$

2. Supongamos una espira cuadrada de lado L situada en el plano xy por la que circula una corriente de intensidad I en el sentido horario. La espira se encuentra en un campo magnético uniforme **B**=*B* **j** con *B* positivo.

- Calcular y representar en una figura la fuerza que el campo magnético ejerce sobre cada lado de la espira. **(2 puntos)**
- Explicar razonadamente cuál será el efecto de la fuerza total del campo magnético sobre la espira: desplazarla, girarla, oprimirla o agrandarla. **(1 punto)**

Solución

La fuerza que siente cada lado de la espira es

$$\mathbf{F} = L\mathbf{I} \times \mathbf{B}$$

Los dos lados de la espira alineados con **B** no sentirán fuerza alguna, mientras que los otros dos lados, en la dirección x sentirán fuerzas iguales en módulo y dirección, perpendicular al plano de la espira, pero de sentidos opuestos.

$$\mathbf{F}_1 = L\mathbf{I} \times \mathbf{B} = LIB\,\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_2 = L\mathbf{I} \times \mathbf{B} = -LIB\,\mathbf{k}$$

Esto provocará un par de fuerzas sobre la espira que la hará girar, sin desplazarla, alrededor del eje x.

3. Los valores extremos de la aceleración de un movimiento armónico simple en el eje X son $\pm 16\pi^2 \text{ cm/s}^2$. Obtener la ecuación completa de la posición en función del tiempo sabiendo que la frecuencia de la oscilación es de 4 Hz y que cuando t = 1/8 s la posición es x = 0,125 cm con velocidad negativa. **(2,5 puntos)**

Solución

La solución general de la ecuación del movimiento armónico simple es

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \delta)$$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$$

De los datos del enunciado tenemos $\omega = 2\pi f = 8\pi$ rad/s

Además:

$$A\omega^2 = 16\pi^2 \quad \rightarrow \quad A = 16\pi^2 / \omega^2 = 0,25 \text{ cm}$$

Ahora sólo queda calcular la fase inicial a partir de la condición inicial

$$x(t = 1/8) = 0,125 \text{ cm} = 0,250\cos(\pi + \delta)\,.$$

Despejando

$$\cos(\pi+\delta)=\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad (\pi+\delta)=\arccos\frac{1}{2}=\pm\frac{\pi}{3} \quad \rightarrow \quad \delta=\begin{cases} -\dfrac{2\pi}{3} \\ -\dfrac{4\pi}{3} \end{cases}$$

Para distinguir entre las dos posibles fases debemos utilizar el dato de la velocidad

$$v=-A\omega\sin(\omega t+\delta)=\begin{cases} -5.44 \quad \text{si } \delta=-\dfrac{2\pi}{3} \\ 5.44 \quad \text{si } \delta=-\dfrac{4\pi}{3} \end{cases}$$

por lo que la ecuación del movimiento será

$$x(t)=0,250\cos\left(8\pi t-\frac{2\pi}{3}\right)$$

4. Un rayo de luz monocromática incide oblicuamente desde un medio de índice de refracción n_1 hacia otro medio de índice de refracción n_2. Obtener el ángulo que forma el rayo reflejado con la línea de separación de los dos medios sabiendo que el ángulo de refracción es ϕ. **(2 puntos)**

Solución

La ley de la reflexión establece que el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia. Podemos aplicar la ley de la refracción para obtener el ángulo de incidencia

$$n_1\sin\theta_i=n_r\sin\theta_2$$

y despejar

$$\theta_i=\arcsin\left(\sin\phi\frac{n_2}{n_1}\right)$$

El ángulo que formará el rayo reflejado con la horizontal será

$$90-\theta_i=90-\arcsin\left(\sin\phi\frac{n_2}{n_1}\right)$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Supongamos que sólo conocemos el valor de la constante de gravitación universal *G*, el radio de la órbita de la Luna alrededor de la tierra *R* y el periodo de su órbita *T*.

- ¿Cuánto vale la masa de la Tierra en función de estos datos? **(1,5 puntos)**

-¿Qué dato nos faltará para poder calcular la energía mecánica total de la Luna dentro del campo gravitatorio creado por nuestro satélite? **(1,5 puntos)**

Solución

La fuerza de atracción gravitatoria que la Tierra ejerce sobre la Luna es la responsable del movimiento de rotación de la última sobre la primera. Podemos escribir por tanto que

$$G\frac{M_T m_L}{R^2} = m_L \omega^2 R = m_L \frac{4\pi^2}{T^2} R\ .$$

Despejando M_T obtenemos que $M_T = \frac{4\pi^2}{GT^2} R^3$.

La energía total de nuestro satélite será (hemos tomado el origen de energía potencial en el infinito)

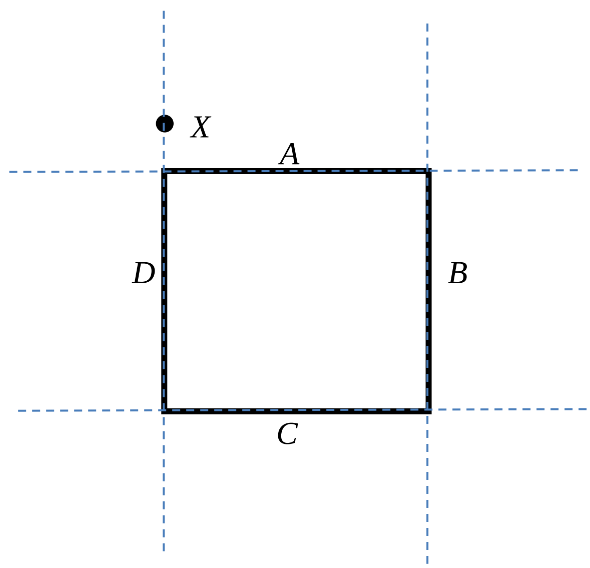
$$E = E_c + U = -G\frac{M_T m_L}{2R}\ .$$

Es evidente que nos faltará la masa de la luna.

2. Según la ley de Biot y Savart, el campo magnético $d\mathbf{B}$ producido por un elemento de corriente $Id\mathbf{l}$ de longitud dl por el que circula una intensidad de corriente I, viene dado por la ecuación

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Supongamos que tenemos la espira cuadrada mostrada en la figura por la que circula una corriente. ¿Qué lados de la espira contribuirán al campo magnético producido en el punto *X* indicado en la figura? Justificar la respuesta. Las líneas discontinuas sólo indican las direcciones de los lados de la espira. **(2,5 puntos)**



Solución

Según la ley de Biot y Savart, el campo magnético $d\mathbf{B}$ producido por un elemento de corriente Idl viene dado por la ecuación

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Este campo será nulo cuando $d\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}} = 0$, es decir, cuando el elemento de corriente tenga la misma dirección que el vector posición del punto con respecto al elemento de corriente. En nuestro problema esto ocurrirá para todos los elementos de corriente del lado *D*, por lo que sólo contribuirán los lados *A*, *B* y *C*.

3. Una partícula oscila en el eje X con un movimiento armónico simple cuya ecuación es $x(t) = 2\cos\left(4\pi t\right)$ cm. Calcular el espacio total que ha recorrido la partícula cuando $t = 1{,}2$ s. **(2,5 puntos)**

Solución

La posición inicial de la partícula es la posición de máximo desplazamiento

$$x_i = x(t=0) = 2 \text{ cm}.$$

La posición final es

$$x_f = x(t=1,2) = -1.618 \text{ cm},$$

moviéndose hacia la izquierda (velocidad negativa). Como el periodo de oscilación de la partícula es

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{2} \text{ s},$$

en esos primeros 1,2 s ha realizado dos oscilaciones completas, lo que equivale a una distancia total de 8 veces la amplitud de la oscilación, 16 cm (en cada oscilación recorre 4 veces la máxima elongación). A esto hay que añadir el valor absoluto de la diferencia entre la posición inicial y la final:

$$d = 16 + \left| x_f - x_i \right| = 19,618 \text{ cm}$$

4. ¿Cómo es la longitud de onda de De Broglie de los objetos macroscópicos que forman parte de nuestra vida diaria?
a) mucho menor que el tamaño de los núcleos atómicos.
b) mucho mayor que el tamaño de los núcleos atómicos.
c) aproximadamente igual.
Escoger la opción correcta considerando, por ejemplo, una pelota de tenis de 100 g que se mueve a 100 km/h, y sabiendo que el radio de un núcleo atómico es del orden de 10^{-15} m. **(2 puntos)**
Datos: $h = 6,63\times10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 4,14\times10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$.

Solución

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63\times10^{-34} \text{ J s}}{(0,1 \text{ kg})(27,8 \text{ m/s})} = 2,39\times10^{-34} \text{ m}$$

La respuesta correcta es la (a). Las longitudes de onda de De Broglie asociadas a objetos macroscópicos como en el ejemplo son mucho menores que cualquier posible abertura u obstáculo (el diámetro del núcleo atómico es de 10^{-15} m). Por esta razón es imposible observar las propiedades de onda de estos objetos, como por ejemplo, la difracción o la interferencia. De hecho, la propagación de ondas de longitudes de onda tan pequeñas no puede distinguirse de la propagación de partículas.

OPCIÓN B

1. La velocidad de escape del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $v_e = 11,2 \text{ m/s}$. Calcular la velocidad de escape del campo gravitatorio lunar en la superficie de la Luna, sabiendo que el radio terrestre es 3,7 veces

mayor que el lunar, y que la masa de la Tierra es 81,4 veces la masa de la Luna. **(2 puntos)**

Solución

La velocidad de escape en la superficie lunar será

$$v_{e,L} = \sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{3,7}{81,4}}\sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = \sqrt{\frac{3,7}{81,4}} v_{e,T} = 2,4 \text{ m/s}^2$$

2. Se sitúa un electrón con velocidad inicial nula dentro de un campo eléctrico constante $\mathbf{E} = 5000\ \mathbf{i} - 2000\ \mathbf{j} + 1000\ \mathbf{k} \quad \text{N/C}$.

- Calcular la velocidad del electrón en función del tiempo *t*. **(1,5 puntos)**
- Supongamos que el electrón recorre una cierta trayectoria debido a la acción del campo eléctrico, si la diferencia de potencial entre el punto final y el inicial es de 300 V, ¿cuánto valdrá la velocidad final del electrón? **(1,5 puntos)**

Datos: m_e = 9,1×10^{-31} kg; e = 1,6×10^{-19} C.

Solución

La fuerza que experimenta el electrón debido a la presencia del campo eléctrico es

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = -e\left(5000\ \mathbf{i} - 2000\ \mathbf{j} + 1000\ \mathbf{k}\right) \text{ N},$$

y la aceleración

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \frac{-e}{m}\left(5000\ \mathbf{i} - 2000\ \mathbf{j} + 1000\ \mathbf{k}\right) \text{ m/s}^2$$

por lo que la velocidad en función del tiempo será

$$\mathbf{v} = \mathbf{v_0} + \mathbf{a}t = -1,76 \times 10^{11}\left(5000\ \mathbf{i} - 2000\ \mathbf{j} + 1000\ \mathbf{k}\right)t \quad \text{m/s}$$

Para la segunda parte aplicamos la conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_c = -\Delta U$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = -q\Delta V = e\Delta V \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m}} = 1,027 \times 10^7 \text{ m/s}$$

3. Un rayo de luz monocromática incide oblicuamente desde un medio de índice de refracción n_1 hacia otro medio de índice de refracción n_2. Obtener el ángulo que forma el rayo reflejado con la línea de separación de los dos medios sabiendo que el ángulo de refracción es ϕ. **(2 puntos)**

Solución

La ley de la reflexión establece que el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia. Podemos aplicar la ley de la refracción para obtener el ángulo de incidencia

$$n_1 \sin\theta_i = n_r \sin\theta_2$$

y despejar

$$\theta_i = \arcsin\left(\sin\phi \frac{n_2}{n_1}\right)$$

El ángulo que formará el rayo reflejado con la horizontal será

$$90 - \theta_i = 90 - \arcsin\left(\sin\phi \frac{n_2}{n_1}\right)$$

4. La radiación gamma emitida durante la desintegración beta del ^{60}Co se utiliza frecuentemente en el tratamiento del cáncer. El cobalto $^{60}\mathrm{Co}$ decae a $^{60}\mathrm{Ni}$ mediante la siguiente desintegración beta, emitiendo dos fotones γ (radiación gamma):

$$^{60}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{60}\mathrm{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e + 2\gamma$$

- Despreciando la masa del electrón e^- y la del antineutrino $\bar{\nu}_e$, calcular la energía liberada en la desintegración. **(1,5 puntos)**
- De esa energía liberada, una parte aparece en forma de energía cinética de las partículas beta y el resto en forma de dos fotones gamma. Sabiendo que la energía cinética de las partículas beta es de 325 keV, calcular la frecuencia de los dos fotones emitidos suponiendo que son iguales. **(1,5 puntos)**

Datos: $m_{^{60}\mathrm{Co}} = 59,93382\ \mathrm{u}$; $m_{^{60}\mathrm{Ni}} = 59,9307864\ \mathrm{u}$; $c^2 = 931,5\ \mathrm{MeV/u}$; $h = 4,14\times10^{-15}\ \mathrm{eV\cdot s}$.

<u>Solución</u>

- Despreciando la masa del electrón y la del antineutrino, tenemos que la energía liberada en la desintegración es

$$Q_{\beta^-} = \left(m_{^{60}\mathrm{Co}} - m_{^{60}\mathrm{Ni}}\right)c^2 = \left(59,93382 - 59,9307864\right)\times 931,5 = 2,826\ \mathrm{MeV}.$$

Como

$$Q_{\beta^-} = E_c(e^-) + 2E_\gamma \quad \rightarrow \quad E_\gamma = \frac{1}{2}\left(Q_{\beta^-} - E_c(e^-)\right) = 1,25\ \mathrm{MeV},$$

por lo que en cada desintegración se producen dos fotones con energías 1,25 MeV. La frecuencia de cada fotón será

$$\nu = \frac{E_\gamma}{h} = 3.02\times10^{20}\ \mathrm{Hz}$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Sabiendo que la gravedad en la superficie de la Luna es 1/5 de la terrestre (siendo ésta $g_0 = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$), calcular la velocidad de escape de la Luna sabiendo que la velocidad de escape en la Tierra es de 11,2 km/s y que la relación entre los radios terrestre y lunar es de $R_T = 3{,}67 \times R_L$. **(2,5 puntos)**

Solución

La velocidad de escape en la Luna es

$$v_L{}^2 = G\frac{2M_L}{R_L} = 2g_{0L}R_L$$

y en la Tierra

$$v_T{}^2 = G\frac{2M_T}{R_T} = 2g_{0T}R_T$$

Dividiendo ambas ecuaciones obtenemos que

$$v_L{}^2 = v_T{}^2\frac{g_{0L}}{g_{0T}}\frac{R_L}{R_T} = \frac{v_T{}^2}{5\times 3{,}67} \quad \Rightarrow \quad v_L = 2{,}61\ \mathrm{km/s}$$

2. Una carga puntual positiva q_1 está situada en el origen de coordenadas. Otra carga puntual q_2 se sitúa en el punto (0,1) m. Calcular el campo eléctrico creado por estas cargas en el punto (1/2,1/2) m en función de q_1, q_2 y la constante de Coulomb k. **(2,5 puntos)**

Solución

Calcularemos primero el campo creado por la carga situada en el origen.

$$\mathbf{E}_1 = k\frac{q_1}{\left(\sqrt{\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}}\right)^2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\mathbf{i}+\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\mathbf{j}\right) = k\sqrt{2}q_1\left(\mathbf{i}+\mathbf{j}\right)$$

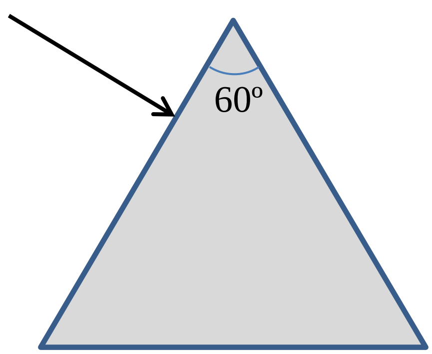
El campo creado por la carga situada en el punto (0,1) será:

$$\mathbf{E}_2 = k\frac{q_2}{\left(\sqrt{\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}}\right)^2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\mathbf{i}-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\mathbf{j}\right) = k\sqrt{2}q_2\left(\mathbf{i}-\mathbf{j}\right)$$

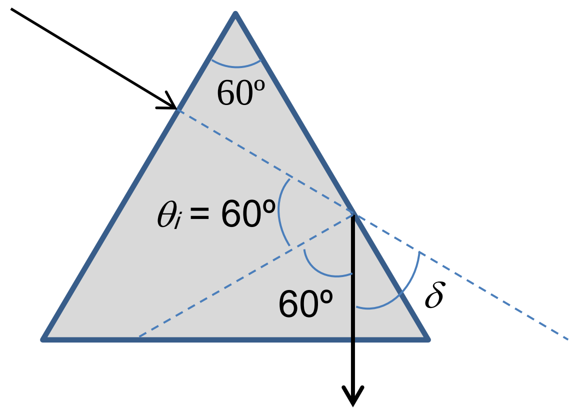
El campo total será la suma de las dos contribuciones:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = k\sqrt{2}\left(\left(q_1+q_2\right)\mathbf{i}+\left(q_1-q_2\right)\mathbf{j}\right)$$

3. Un rayo de luz monocromática incide desde el aire ($n = 1$) perpendicularmente sobre la superficie lateral de un prisma triangular con índice de refracción 1,5 (ver figura). Describir qué ocurrirá dentro del prisma y calcular la desviación del rayo que sale del prisma con respecto a la dirección inicial. **(3 puntos)**



Solución



Primero calculamos el ángulo límite para la reflexión total, para saber si puede haber refracción en la segunda cara del prisma

$$\theta_i^* = \arcsin\left(\frac{n_r}{n_i}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,8º$$

Como se observa en la figura, el ángulo de incidencia sobre la segunda cara del prisma será de 60º. Como es mayor que 41,8º se producirá la reflexión total. De modo que el rayo reflejado saldrá perpendicularmente a la base del prisma.
La desviación será de

$$\delta = 180º - 120º = 30º$$

4. La actividad inicial de una muestra radiactiva es de 15 desintegraciones por minuto. Calcular el tiempo que ha transcurrido para que la actividad disminuya a 2 desintegraciones por minuto sabiendo que el periodo de semidesintegración es de 5730 años. **(2,5 puntos)**

Solución

La actividad de una muestra varía como

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t}.$$

Despejando tenemos

$$t = \frac{T}{\ln 2}\ln\left(\frac{A_0}{A(t)}\right) = 16656 \text{ años}$$

OPCIÓN B

1. Un astronauta de 80 kg se encuentra en un globo espacial en reposo con respecto a la Tierra. Sabiendo que en el globo tiene un peso de 640 N, calcular la distancia del globo al centro del planeta. **(2,5 puntos)**

Datos: $M_T = 5{,}98\times10^{24}$ kg. $G = 6{,}67\times10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Solución

A partir del peso del astronauta calculamos el campo gravitatorio a esa distancia de la Tierra:

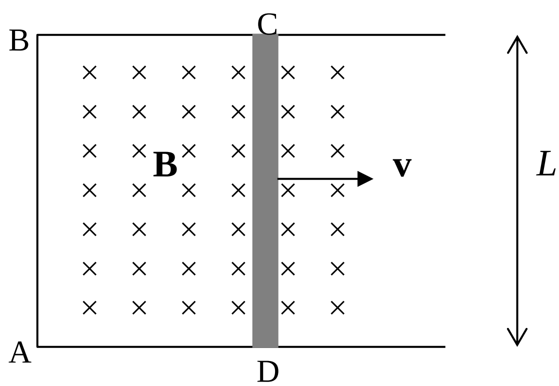
$$P = mg \quad \rightarrow \quad g = \frac{P}{m} = 8 \text{ m/s}^2$$

Ahora es fácil calcular la distancia a la que se encuentra el globo:

$$g = G\frac{M_T}{R^2} \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt{\frac{GM_T}{g}} = 7061 \text{ km}$$

2. El sistema de conductores representado en la figura se encuentra dentro de un campo magnético constante e uniforme **B**, de módulo *B*, perpendicular al plano del papel y entrando hacia el mismo. El segmento conductor CD, de longitud *L*, se mueve sin rozamiento con velocidad constante **v**. Suponer que la resistencia total del circuito ABCD es *R*.

- Aplicar la ley de Faraday para calcular la f.e.m. inducida sobre la espira ABCD y la corriente que circulará sobre la misma. **(2 puntos)**
- A partir de la ley de Lenz, ¿cuál será el sentido de circulación de la corriente? **(1 punto)**



Solución

Según la ley de Faraday, la variación temporal del flujo magnético a través de un circuito cerrado induce una fuerza electromotriz cuyo módulo es

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right|$$

donde el flujo viene dado por

$$\phi = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = BS(t)\,.$$

Derivando con respecto al tiempo tenemos

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = \left|\frac{BdS}{dt}\right| = \frac{BLdx}{dt} = BLv$$

Esta f.e.m inducida provoca una intensidad de corriente

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{BLv}{R}$$

Por la ley de Lenz sabemos que el sentido de la corriente deber ser tal que cree un campo magnético que se oponga a la variación del flujo que ha generado la f.e.m. Como se trata de un aumento del flujo, el campo magnético provocado por la corriente deberá ser perpendicular al plano del papel y saliendo del mismo (sentido opuesto a **B**), por lo que el sentido de la corriente será antihorario.

3. Una partícula oscila en el eje X con un movimiento armónico simple cuya ecuación es $x(t) = 10^{-2}\cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm. Calcular el tiempo que tarda la partícula en pasar por tercera vez por la posición de equilibrio ($x = 0$ cm). **(2,5 puntos)**

<u>Solución</u>

En la posición de equilibrio se cumple $x(T) = 0$. Sustituyendo tenemos

$$\cos\left(8\pi T + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad 8\pi T + \frac{\pi}{6} = \arccos(0) = \frac{\pi}{2} + n\pi \qquad n = 0,1,2,...$$

Despejando llegamos a

$$T = \frac{6n+2}{48} \qquad n = 0,1,2,...$$

La tercera vez ocurrirá cuando $n = 2$: $T = \frac{14}{48} = 0,292$ s.

4. Según el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, la energía total del electrón tiene la forma $E(n) = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}$ eV. Calcular la longitud de onda del fotón emitido como consecuencia de la relajación del electrón desde el estado excitado $(n = 2)$ hasta el estado fundamental $(n = 1)$. **(2 puntos)**

Datos: $h = 6,63\times10^{-34}$ J·s $= 4,14\times10^{-15}$ eV·s. $c = 3\times10^{8}$ m/s.

<u>Solución</u>

La energía del fotón emitido vendrá dada por la diferencia de energías entre los niveles atómicos ocupados por el electrón:

$$h\nu = E_i - E_f = -E_0\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^{\,2}}\right).$$

Despejando la longitud de onda

$$\lambda = -\frac{hc}{E_0}\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^{\,2}}\right)^{-1} = 1,22 \times 10^{-7}\ \text{m}$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Una estación espacial se encuentra en reposo con respecto al Sol a una distancia *R*.

-Sabiendo que en el punto en el que se encuentra la estación la velocidad de escape del campo gravitatorio solar es de 30 km/s, calcular *R.* **(1,5 puntos)**

-Desde la estación se quiere lanzar una sonda para que orbite en torno al Sol siguiendo una trayectoria circular estacionaria. Determine la velocidad angular que debe tener la sonda. **(1,5 puntos)**

Datos: $G = 6,67\times10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$. $M_{\mathrm{Sol}} = 2.0\times10^{30}\ \mathrm{kg}$.

Solución

La velocidad de escape es

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_S}{R}}$$

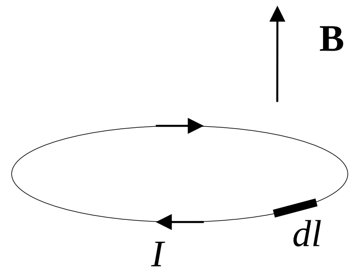
Despejando obtenemos la distancia a la que se encuentra la estación espacial

$$R = \frac{2GM_S}{v_e^2} = 2,96\times10^{11}\ \mathrm{m}$$

El movimiento orbital de la sonda debe satisfacer la relación

$$G\frac{M_S m}{R^2} = m\omega^2 R \ \rightarrow\ \omega = \sqrt{\frac{GM_S}{R^3}} = 7,16\times10^{-8}\ \mathrm{rad/s}$$

2. Una espira circular por la que circula una corriente de intensidad *I* en el sentido mostrado en la figura se encuentra dentro de un campo magnético B constante y perpendicular al plano de la espira, tal y como se muestra en la figura.



- Calcular el módulo y dibujar el vector fuerza ejercido por el campo magnético sobre el pequeño elemento de corriente dl indicado en la figura. **(1,5 puntos)**
- Discutir razonadamente el efecto neto que producirá la fuerza total debida al campo magnético sobre la espira: ninguno, desplazarla, rotarla, expandirla o contraerla. **(1 punto)**

<u>Solución</u>

La fuerza ejercida por un campo magnético sobre un elemento diferencial de corriente es

$$d\mathbf{F} = Id\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

En nuestro caso, cualquier elemento diferencial de corriente será tangente a la circunferencia definida por la espira y, por tanto, será perpendicular al campo. Así pues, tendremos

$$d\mathbf{F} = -IdlB\ \hat{\mathbf{r}}$$

donde $\hat{\mathbf{r}}$ es el vector unitario en la dirección radial que sale desde el centro de la espira y pasa por el elemento de corriente. Por consiguiente, el efecto de la fuerza debida al campo magnético será el de contraer la espira.

3. Una partícula oscila en el eje X con un movimiento armónico simple cuya ecuación es $x(t) = 10^{-2}\cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm. Calcular el tiempo que tarda la partícula en pasar por tercera vez por la posición de equilibrio ($x = 0$ cm). **(2,5 puntos)**

<u>Solución</u>

En la posición de equilibrio se cumple $x(T) = 0$. Sustituyendo tenemos

$$\cos\left(8\pi T + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad 8\pi T + \frac{\pi}{6} = \arccos(0) = \frac{\pi}{2} + n\pi \qquad n = 0,1,2,...$$

Despejando llegamos a

$$T=\frac{6n+2}{48}\qquad n=0,1,2,\ldots$$

La tercera vez ocurrirá cuando $n=2$: $T=\frac{14}{48}=0,292\text{ s}$.

4. ¿Cómo es la longitud de onda de De Broglie de los objetos macroscópicos que forman parte de nuestra vida diaria?
a) mucho menor que el tamaño de los núcleos atómicos.
b) mucho mayor que el tamaño de los núcleos atómicos.
c) aproximadamente igual.
Escoger la opción correcta considerando, por ejemplo, una pelota de tenis de 100 g que se mueve a 100 km/h, y sabiendo que el radio de un núcleo atómico es del orden de 10^{-15} m. **(2 puntos)**
Datos: $h=6,63\times10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}=4,14\times10^{-15}\text{ eV}\cdot\text{s}$.

Solución

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{mv}=\frac{6,63\times10^{-34}\text{ J s}}{(0,1\text{ kg})(27,8\text{ m/s})}=2,39\times10^{-34}\text{ m}$$

La respuesta correcta es la (a). Las longitudes de onda de De Broglie asociadas a objetos macroscópicos como en el ejemplo son mucho menores que cualquier posible abertura u obstáculo (el diámetro del núcleo atómico es de 10^{-15} m). Por esta razón es imposible observar las propiedades de onda de estos objetos, como por ejemplo, la difracción o la interferencia. De hecho, la propagación de ondas de longitudes de onda tan pequeñas no puede distinguirse de la propagación de partículas.

OPCIÓN B

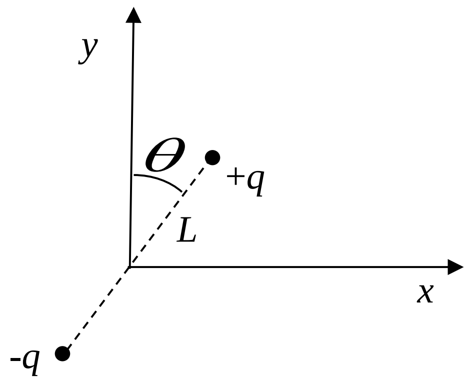
1. La velocidad de escape del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $v_e=11,2\text{ m/s}$. Calcular la velocidad de escape del campo gravitatorio lunar en la superficie de la Luna, sabiendo que el radio terrestre es 3,7 veces mayor que el lunar, y que la masa de la Tierra es 81,4 veces la masa de la Luna. **(2 puntos)**

Solución

La velocidad de escape en la superficie lunar será

$$v_{e,L}=\sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}}=\sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}}=\sqrt{\frac{3,7}{81,4}}\sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}=\sqrt{\frac{3,7}{81,4}}v_{e,T}=2,4\text{ m/s}^2$$

2. Un dipolo consta de dos cargas iguales pero de distinto signo separadas por una distancia L. Supongamos el dipolo mostrado en la figura, que forma un ángulo θ con el eje *y*. El punto medio de su eje imaginario pasa por el origen de coordenadas.



- Calcular la energía potencial electrostática de esta configuración de carga. **(1 punto)**
- Supongamos que el dipolo se encuentra dentro de un campo eléctrico externo que produce un potencial eléctrico que para cada punto del espacio tiene la función $V(x,y)=x^2+y^2$ (en voltios). Calcular la energía potencial electrostática del dipolo (suma de las energías potenciales de las dos cargas) debida al campo externo. **(2 puntos)**

Solución

La energía potencial interna del dipolo (producida por los campos generados por cada carga es)

$$U_{\text{dipolo int}} = -k\frac{q^2}{L}\,.$$

La energía potencial electrostática de cada carga del dipolo en el campo externo es

$$U_i = q_i V(x_i, y_i)$$

Los potenciales eléctricos debidos al campo eléctrico externo en las posiciones de las cargas del dipolo son

$$V_{+q} = \frac{L^2}{4}\sin^2(\theta)+\frac{L^2}{4}\cos^2(\theta)=\frac{L^2}{4}$$

$$V_{-q} = \frac{L^2}{4}\sin^2(\theta)+\frac{L^2}{4}\cos^2(\theta)==\frac{L^2}{4}$$

Por consiguiente, la energía del dipolo con respecto al campo externo será

$$U_{\text{dipolo ext}} = U_{+q}+U_{-q} = +qV_{+q}-qV_{-q} = 0\,.$$

3. Supongamos que el índice de refracción de un material varía con la longitud onda λ del modo: $n(\lambda)=\frac{\lambda_0}{\lambda}$, donde λ_0 es una constante tal que $\lambda_0>\lambda$. Un rayo de luz blanca incide desde el aire ($n=1$) sobre el material con un ángulo de incidencia ϕ. Calcular, en función de los datos del problema, qué rango de longitudes de onda atravesarán el material. **(2,5 puntos)**

Solución

El ángulo límite para que se produzca la reflexión total ($\theta_r=90º$) es

$$\theta_i^*=\arcsin\left(\frac{n_r}{n_i}\right)=\arcsin\left(n(\lambda)^{-1}\right)=\arcsin\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)$$

El ángulo de incidencia es ϕ y es el mismo para todas las longitudes de onda, de modo que las longitudes de onda que atravesaran el medio serán aquellas para las que se produce refracción

$$\phi<\arcsin\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right) \quad \rightarrow \quad \lambda>\lambda_0\sin\phi$$

4. La actividad inicial de una muestra radiactiva es de 15 desintegraciones por minuto. Calcular el tiempo que ha transcurrido para que la actividad disminuya a 2 desintegraciones por minuto sabiendo que el periodo de semidesintegración es de 5730 años. **(2,5 puntos)**

Solución

La actividad de una muestra varía como

$$A(t)=A_0e^{-\lambda t}=A_0e^{-\frac{\ln 2}{T}t}.$$

Despejando tenemos

$$t=\frac{T}{\ln 2}\ln\left(\frac{A_0}{A(t)}\right)=16656 \text{ años}$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. La velocidad angular con la que un satélite describe una órbita circular estacionaria alrededor de la Tierra por la acción de su campo gravitatorio es ω Sabiendo que la energía mecánica total del satélite dentro del campo gravitatorio creado por la Tierra es E (donde para la energía potencial se ha tomado como origen de energía un punto infinitamente alejado del centro terrestre), calcular la masa del satélite en función de los datos del problema, G y la masa de la Tierra M_T. **(2,5 puntos)**

Solución

En primer lugar debemos calcular el radio de la órbita. Si el satélite describe una órbita estacionaria, la fuerza centrípeta responsable de su movimiento es la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre el satélite:

$$m\omega^2 R = G\frac{mM_T}{R^2}$$

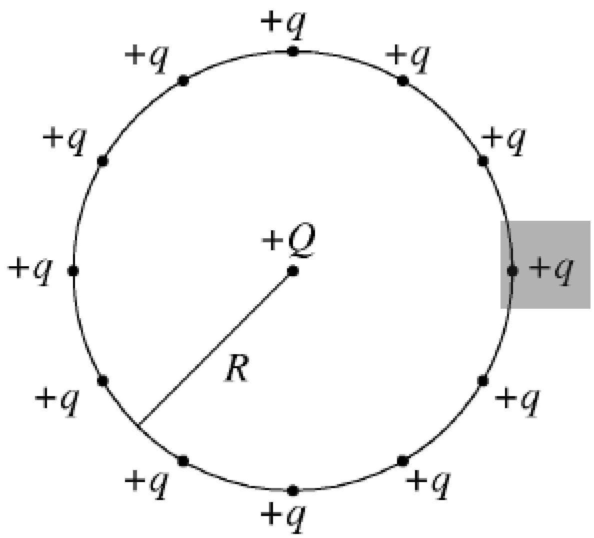
Despejando obtenemos el radio de la órbita

$$R = \left(\frac{GM_T}{\omega^2}\right)^{1/3}$$

Ahora podemos calcular la masa del satélite a partir de su energía total:

$$E = E_c + U = -G\frac{M_T m}{2R} \quad \rightarrow \quad m = -\frac{2RE}{GM_T} = -\frac{2E}{\left(\omega G M_T\right)^{2/3}}$$

2. Como se muestra en la figura, se colocan 12 cargas positivas iguales $+q$ distribuidas equitativamente sobre una circunferencia de radio R, es decir, los arcos de circunferencia entre cargas contiguas son todos iguales.



- Calcule la fuerza neta que actúa sobre una carga $+Q$ en el centro del círculo. **(1 punto)**
- Calcule la fuerza neta que actúa sobre la misma carga $+Q$ situada en el centro del círculo si se quita la carga marcada con el recuadro gris.
(1,5 puntos)

<u>Solución</u>

En el caso inicial, las fuerzas eléctricas debidas a cargas diametralmente opuestas se anulan entre sí, por lo que la fuerza total sobre Q es cero.
En el segundo caso es suficiente con calcular la fuerza que ejerce la partícula opuesta a la eliminada. Situando un sistema de coordenadas centrado en la carga $+Q$ y cuyo eje positivo de las x pasa por la posición de la carga eliminada, tenemos que

$$\mathbf{F} = k\frac{Qq}{R^2}\mathbf{i}$$

3. Una masa unida al extremo de un muelle horizontal de masa despreciable describe un movimiento armónico simple de amplitud 1 m. Calcular la elongación del muelle en el instante en el que la aceleración de la masa es la mitad de su valor máximo. **(2 puntos)**

<u>Solución</u>

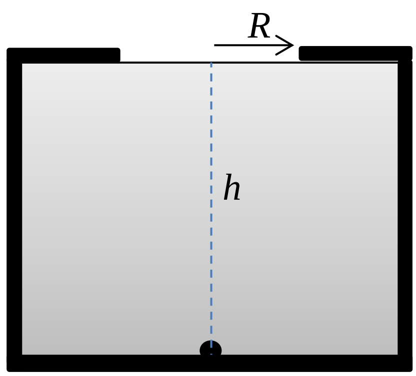
La solución general de la ecuación del movimiento armónico simple es

$$a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \delta) = -\omega^2 x(t)$$

En el instante que se menciona en el enunciado tenemos que

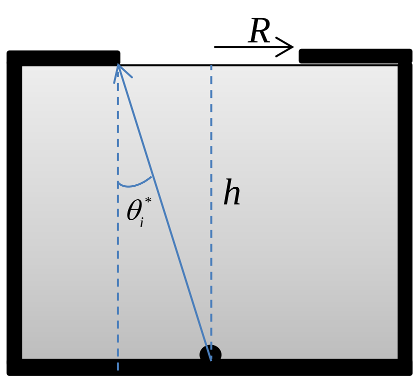
$$a(t^*) = \frac{1}{2}A\omega^2 = -\omega^2 x(t^*) \quad \rightarrow \quad x(t^*) = -\frac{1}{2}\,\text{cm}$$

4. Como se ilustra en la figura, tenemos un líquido contenido en un recipiente opaco que tiene un orificio en su superficie con forma circular de radio *R* = 4 cm. Los lados del recipiente tienen un grosor despreciable. En el fondo del recipiente, dentro del líquido, colocamos un objeto puntual situado en la vertical que pasa por el centro del orificio. Calcular la profundidad *h* que debe tener el recipiente para que el objeto se vea desde cualquier posición exterior a través del orificio. El índice de refracción del líquido con respecto al aire es 2. **(3 puntos)**



Solución

Para que el objeto se vea desde cualquier posición desde el aire es necesario que salgan del orificio rayos de luz en todas las direcciones y, por tanto, los que llegan a los bordes del orificio deben emerger rasantes a la superficie. Para ello es necesario que el ángulo de incidencia sea el ángulo límite de reflexión total θ_i^*



Por lo tanto tenemos que

$$\tan\theta_i^* = \frac{R}{h} \quad \rightarrow \quad h = \frac{R}{\tan\theta_i^*} = \frac{R}{\tan\left(\arcsin\left(\frac{n_{aire}}{n_{líquido}}\right)\right)} = 6,93\,\text{cm}$$

OPCIÓN B

1. La distancia media entre la Tierra y el Sol es de 150×10^9 m. Supongamos que nos encontramos en la superficie terrestre, calcular el cociente entre la velocidad con la que debemos lanzar un objeto para superar el campo gravitatorio terrestre y la velocidad que debe tener el mismo objeto lanzado desde el mismo punto para escapar del campo gravitatorio del Sol. **(2,5 puntos)**

Datos: $G = 6,67\times10^{-11}\ \text{Nm}^2/\text{kg}^2$. $M_\text{T} = 5,98\times10^{24}$ kg. $M_\text{Sol} = 2,0\times10^{30}$ kg. $R_\text{T} = 6370$ km.

Solución

La velocidad de escape es

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Calculamos la velocidad de escape con respecto a la Tierra en un punto de su superficie

$$v_{e,\text{Tierra}} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = 11,2\ \text{km/s}$$

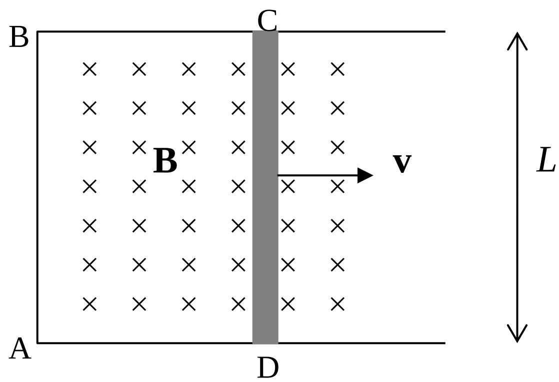
Calculamos la velocidad de escape con respecto al Sol en un punto de la Tierra (obsérvese que como el radio terrestre es mucho menor que la distancia media del Sol a la Tierra , el resultado no variará con el punto en particular de la superficie que se considere, la Tierra puede ser vista como un punto)

$$v_{e,\text{Sol}} = \sqrt{\frac{2GM_S}{d_{T-S}}} = 42,2\ \text{km/s}$$

Vemos que la velocidad de escape del campo solar es más de 3,8 veces mayor que la del campo terrestre.

2. El sistema de conductores representado en la figura se encuentra dentro de un campo magnético constante e uniforme **B**, de módulo *B*, perpendicular al plano del papel y entrando hacia el mismo. El segmento conductor CD, de longitud *L*, se mueve sin rozamiento con velocidad constante **v**. Suponer que la resistencia total del circuito ABCD es *R*.

- Aplicar la ley de Faraday para calcular la f.e.m. inducida sobre la espira ABCD y la corriente que circulará sobre la misma. **(2 puntos)**
- A partir de la ley de Lenz, ¿cuál será el sentido de circulación de la corriente? **(1 punto)**



Solución

Según la ley de Faraday, la variación temporal del flujo magnético a través de un circuito cerrado induce una fuerza electromotriz cuyo módulo es

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right|$$

donde el flujo viene dado por

$$\phi = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = BS(t)\ .$$

Derivando con respecto al tiempo tenemos

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = \left|\frac{BdS}{dt}\right| = \frac{BLdx}{dt} = BLv$$

Esta f.e.m inducida provoca una intensidad de corriente

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{BLv}{R}$$

Por la ley de Lenz sabemos que el sentido de la corriente deber ser tal que cree un campo magnético que se oponga a la variación del flujo que ha generado la f.e.m. Como se trata de un aumento del flujo, el campo magnético provocado por la corriente deberá ser perpendicular al plano del papel y saliendo del mismo (sentido opuesto a **B**), por lo que el sentido de la corriente será antihorario.

3. El extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda en tensión situada en el eje X oscila con un movimiento armónico en el que el desplazamiento transversal varía con el tiempo según la ecuación $y(t) = 2\mathrm{sen}(-t + \pi/2)\ \mathrm{m}$. Esto genera una onda armónica transversal que se propaga por la cuerda en el sentido positivo del eje X a 2 m/s. Obtener la ecuación de la onda. (**2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t + \delta)\ .$$

En el origen $x = 0$ tenemos que

$$y(x) = A\text{sen}(-\omega t + \delta)\ .$$

Igualando con la expresión anterior obtenemos que

$$A = 2\ \text{m}$$

$$\omega = 1\ \text{rad/s}$$

$$\delta = \pi / 2\ \text{rad}$$

Podemos calcular el número de onda partir de los datos del problema:

$$k = \frac{\omega}{v} = 0{,}5\ \text{rad/m}\ ,$$

La ecuación final de la onda será

$$y(x,t) = 2\text{sen}(0{,}5x - t + \pi / 2)\ \text{m}\ .$$

4. Escoger la opción que mejor responde a la pregunta: ¿por qué las reacciones nucleares de fusión y fisión liberan tanta energía? Razonar la elección. **(2 puntos)**

a) En realidad, las reacciones en sí mismas no liberan energía puesto que en el caso de la fisión es necesario bombardear los núcleos pesados con partículas muy energéticas (como los neutrones), mientras que en la caso de la fusión es necesario utilizar partículas también muy energéticas, como las partículas alfa.

b) Porque la masa total en reposo de los productos de la reacción es significativamente mayor que la de los reactivos.

c) Porque la energía de enlace (o energía de ligadura) por nucleón en los productos de la reacción es considerablemente mayor que la energía de enlace en los reactivos.

d) Porque las reacciones de fisión y fusión son, en realidad, desintegraciones radiactivas en las que se produce la emisión espontánea de radiaciones muy energéticas.

Solución

Las respuestas (a) y (b) son incorrectas. La fusión consiste en la reacción de núcleos muy ligeros para dar núcleos más pesados. Como estamos en la parte creciente (rama izquierda) de la Carta de Segré y *A* aumenta, la energía de enlace por nucleón aumentará con la fusión, por lo que se liberará energía. En la fisión, un núcleo muy grande se divide en dos núcleos intermedios. Estamos en la rama derecha de la Carta de Segré y como *A* disminuye, la energía de enlace por nucleón aumentará durante la fisión, por lo que se liberará energía.

Los núcleos producidos en las reacciones de fisión y fusión son más estables que los núcleos que participan en la reacción. En estas reacciones, la masa en reposo de los productos de la reacción disminuye (opción (b) falsa) y la energía de enlace por nucleón aumenta. Esta disminución de masa aparece en forma de energía liberada durante la reacción. La respuesta correcta es la (c).

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. La intensidad del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $g_0 = 9{,}81 \text{ m/s}^2$. Calcular la intensidad del campo gravitatorio generado por la Luna en su propia superficie sabiendo que el radio terrestre es 3,7 veces mayor que el lunar, y que la masa de la Tierra es 81,4 veces la masa de la Luna. **(2 puntos)**

Solución

El campo gravitatorio en la superficie de la Luna valdrá

$$g_L = G\frac{M_L}{R_L^{\,2}} = G\frac{(3{,}7)^2 \times M_T}{81{,}4 \times R_T^{\,2}} = \frac{(3{,}7)^2}{81{,}4}\,g_T = 1{,}65 \text{ m/s}^2$$

2. Supongamos la siguiente distribución de carga: una carga *q* en el punto (-1,1), una carga 2*q* en (1,1), una carga –3*q* en (+1,–1) y otra de 6*q* en (–1, –1).

- Calcular el potencial eléctrico en el origen. **(1,5 puntos)**

- Si situamos una quinta carga *q* y masa *m* en el origen, y la liberamos desde el reposo, calcular su velocidad cuando se encuentre a una distancia infinita de las cargas. **(1,5 puntos)**

Solución

Para calcular el potencial eléctrico en cualquier punto es necesario aplicar el principio de superposición:

$$V = k\left(\frac{q}{\sqrt{2}} + \frac{2q}{\sqrt{2}} - \frac{3q}{\sqrt{2}} + \frac{6q}{\sqrt{2}}\right) = kq3\sqrt{2} \text{ V}$$

Al situar la carga q en el origen, su energía cinética es nula (ya que inicialmente está en reposo) y su energía potencial es qV, donde V es el potencial en el origen calculado anteriormente. Cuando esta carga se encuentra a gran distancia del origen su energía potencial es nula. Como todas las fuerzas aplicadas sobre la partícula son conservativas tenemos que

$$\Delta E_c = -\Delta U = U_0 - U_f = U_0 = qV \quad \rightarrow \quad v_f = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{kq^2 6\sqrt{2}}{m}} \text{ m/s}$$

3. Una partícula de 0,5 kg de masa describe un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud, realizando 2 oscilaciones en cada segundo. Calcular la energía cinética que poseerá la partícula cuando pase por su posición de equilibrio. **(2 puntos)**

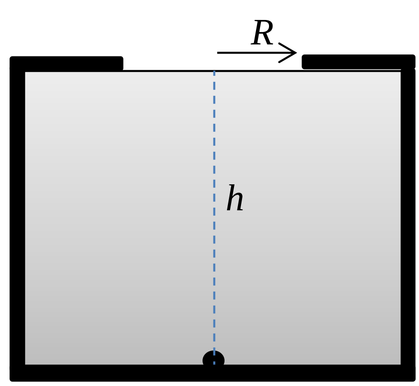
Solución

La velocidad de la partícula cuando pasa por la posición de equilibrio es la velocidad máxima: $v_{\max} = A\omega = A2\pi f = 1{,}257$ m/s

La energía cinética será

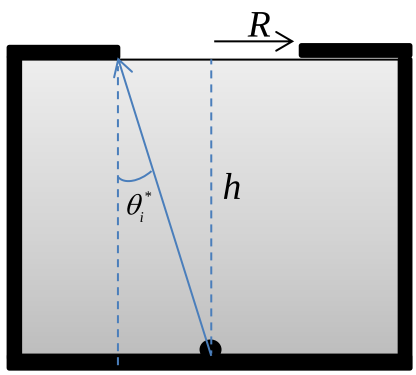
$$E_c = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = 0{,}395 \text{ J}$$

4. Como se ilustra en la figura, tenemos un líquido contenido en un recipiente opaco que tiene un orificio en su superficie con forma circular de radio R = 4 cm. Los lados del recipiente tienen un grosor despreciable. En el fondo del recipiente, dentro del líquido, colocamos un objeto puntual situado en la vertical que pasa por el centro del orificio. Calcular la profundidad h que debe tener el recipiente para que el objeto se vea desde cualquier posición exterior a través del orificio. El índice de refracción del líquido con respecto al aire es 2. **(3 puntos)**



Solución

Para que el objeto se vea desde cualquier posición desde el aire es necesario que salgan del orificio rayos de luz en todas las direcciones y, por tanto, los que llegan a los bordes del orificio deben emerger rasantes a la superficie. Para ello es necesario que el ángulo de incidencia sea el ángulo límite de reflexión total θ_i^*



Por lo tanto tenemos que

$$\tan\theta_i^* = \frac{R}{h} \quad \rightarrow \quad h = \frac{R}{\tan\theta_i^*} = \frac{R}{\tan\left(\arcsin\left(\frac{n_{aire}}{n_{líquido}}\right)\right)} = 6{,}93\,\text{cm}$$

OPCIÓN B

1. La velocidad angular con la que un satélite de 100 kg de masa describe una órbita circular estacionaria en torno al planeta Venus es $\omega = 10^{-4}$ rad/s.
-Calcular la energía total que tiene el satélite durante la órbita. Considerar que el origen de energía potencial se encuentra en un punto infinitamente alejado. **(2 puntos)**
-¿Qué energía sería necesaria para cambiar a otra órbita circular con velocidad angular $\omega = 10^{-5}$ rad/s? **(1 punto)**
Datos: $M_{\text{Venus}} = 5\times10^{24}$ kg. $G = 6{,}67\times10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Solución

La energía potencial del satélite viene dada por la expresión $U = -\frac{GM_T m}{R} + U_0$, donde U_0 es una constante que depende del origen de energía potencial considerado. Si suponemos, por ejemplo, que $U = 0$ cuando $r = \infty$, tenemos entonces que $U_0 = 0$. Por otro lado la energía cinética se calcula a partir de

$$m\frac{v^2}{R} = G\frac{M_T m}{R^2} \quad \rightarrow \quad E_c = \frac{1}{2}mv^2 = G\frac{M_T m}{2R} \quad .$$

Sumando ambas energías obtenemos que la energía total del satélite es:

$$E = E_c + U = -G\frac{M_{\text{Venus}} m}{2R}.$$

Ahora debemos calcular el radio de la órbita a partir del dato de la velocidad angular

$$G\frac{M_{\text{Venus}} m}{R^2} = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R \quad \rightarrow \quad R = \left(G\frac{M_{\text{Venus}}}{\omega^2}\right)^{1/3} .$$

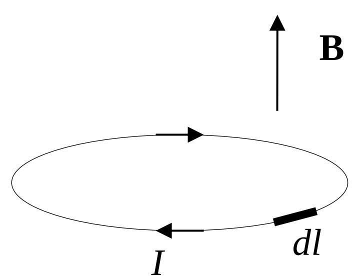
Sustituyendo esta expresión en la ecuación anterior llegamos a

$$E = -G\frac{M_{\text{Venus}} m}{2\left(\frac{GM_{\text{Venus}}}{\omega^2}\right)^{1/3}} = -\frac{m}{2}\left(GM_{\text{Venus}}\omega\right)^{2/3}$$

En la órbita inicial la energía del satélite será $E_1 = -5,2\times10^8$ J, mientras que en la órbita final la energía será $E_2 = -1,1\times10^8$ J. La diferencia de energías entre las dos órbitas será precisamente la energía que deberá suministrarse al satélite:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 4,1\times10^8 \text{ J} .$$

2. Una espira circular por la que circula una corriente de intensidad *I* en el sentido mostrado en la figura se encuentra dentro de un campo magnético B constante y perpendicular al plano de la espira, tal y como se muestra en la figura.



- Calcular el módulo y dibujar el vector fuerza ejercido por el campo magnético sobre el pequeño elemento de corriente dl indicado en la figura. **(1,5 puntos)**
- Discutir razonadamente el efecto neto que producirá la fuerza total debida al campo magnético sobre la espira: ninguno, desplazarla, rotarla, expandirla o contraerla. **(1 punto)**

Solución

La fuerza ejercida por un campo magnético sobre un elemento diferencial de corriente es

$$d\mathbf{F} = Id\mathbf{l}\times\mathbf{B}$$

En nuestro caso, cualquier elemento diferencial de corriente será tangente a la circunferencia definida por la espira y, por tanto, será perpendicular al campo. Así pues, tendremos

$$d\mathbf{F} = -IdlB\,\hat{\mathbf{r}}$$

donde $\hat{\mathbf{r}}$ es el vector unitario en la dirección radial que sale desde el centro de la espira y pasa por el elemento de corriente. Por consiguiente, el efecto de la fuerza debida al campo magnético será el de contraer la espira.

3. Una onda armónica transversal $y(x,t)$ se propaga en la dirección y sentido positivo del eje X con una velocidad de 10 m/s. La distancia horizontal entre dos puntos de la onda con la misma fase es de 0,2 m. En el instante inicial, la amplitud del punto situado en el origen es de 0,01 m. Sabiendo que el módulo de la velocidad máxima de cualquier punto de la onda es π m/s, determinar la ecuación de la onda. **(2,5 puntos)**

<u>Solución</u>

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

y el módulo de la velocidad máxima de vibración es

$$v_{\max} = \max\left|\frac{dy}{dt}\right| = A\omega$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi = 31,4 \text{ rad/m}$$

$$\omega = kv = 100\pi = 314,2 \text{ rad/s}$$

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{\pi}{100\pi} = 0,01 \text{ m}$$

por lo que la función de onda será

$$y(x,t) = 0,01\ \text{sen}(10\pi x - 100\pi t + \delta) \text{ m}.$$

Para calcular la fase sabemos que

$$y(0,0) = 10^{-2}\text{sen}(\delta) = 10^{-2} \text{ m}$$

Despejando obtenemos

$$\delta = \text{arcsen}(1) = \frac{\pi}{2},$$

lo cual es lógico ya que la posición del origen en el instante inicial es la posición de máxima amplitud de la onda.

La solución es

$$y(x,t) = 0,01\ \text{sen}(10\pi x - 100\pi t + \pi/2) \text{ m}$$

$$= 0,01\ \text{sen}(31,4x - 314,2\pi t + 1,57) \text{ m}$$

4. Escoger la opción que mejor responde a la pregunta: ¿por qué las reacciones nucleares de fusión y fisión liberan tanta energía? Razonar la elección. **(2 puntos)**
a) En realidad, las reacciones en sí mismas no liberan energía puesto que en el caso de la fisión es necesario bombardear los núcleos pesados con partículas muy energéticas (como los neutrones), mientras que en la caso de la fusión es necesario utilizar partículas también muy energéticas, como las partículas alfa.
b) Porque la masa total en reposo de los productos de la reacción es significativamente mayor que la de los reactivos.
c) Porque la energía de enlace (o energía de ligadura) por nucleón en los productos de la reacción es considerablemente mayor que la energía de enlace en los reactivos.
d) Porque las reacciones de fisión y fusión son, en realidad, desintegraciones radiactivas en las que se produce la emisión espontánea de radiaciones muy energéticas.

Solución

Las respuestas (a) y (b) son incorrectas. La fusión consiste en la reacción de núcleos muy ligeros para dar núcleos más pesados. Como estamos en la parte creciente (rama izquierda) de la Carta de Segré y *A* aumenta, la energía de enlace por nucleón aumentará con la fusión, por lo que se liberará energía. En la fisión, un núcleo muy grande se divide en dos núcleos intermedios. Estamos en la rama derecha de la Carta de Segré y como *A* disminuye, la energía de enlace por nucleón aumentará durante la fisión, por lo que se liberará energía.
Los núcleos producidos en las reacciones de fisión y fusión son más estables que los núcleos que participan en la reacción. En estas reacciones, la masa en reposo de los productos de la reacción disminuye (opción (b) falsa) y la energía de enlace por nucleón aumenta. Esta disminución de masa aparece en forma de energía liberada durante la reacción. La respuesta correcta es la (c).

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. El planeta A tiene una masa 200 veces mayor que el planeta B y su radio es 10 veces también mayor. Calcular el peso de una persona de 80 kg en la superficie del planeta A sabiendo que en la superficie del planeta B pesa 880 N. **(2,5 puntos)**

Solución

Del último dato del enunciado deducimos la gravedad en la superficie de B

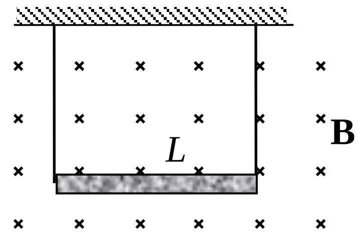
$$g_B = \frac{P_B}{m} = 11 \text{ m/s}^2$$

Por otro lado, la intensidad del campo gravitatorio de A en su superficie es

$$g_A = G\frac{M_A}{R_A^2} = \frac{200}{10^2} g_B = 22 \text{ km/s}^2 ,$$

De modo que el peso de la persona será el doble, esto es, 1760 N.

2. Una varilla conductora de masa *m* y longitud *L* se encuentra suspendida del techo por dos alambres como se muestra en la figura. ¿Qué corriente I debe atravesar el conductor, y en qué sentido, para que la tensión en los alambres sea cero si el campo magnético sobre la región tiene módulo *B* y entra perpendicularmente en el papel? Obtener el resultado en función de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**



<u>**Solución**</u>

La fuerza del campo magnético sobre este segmento conductor es

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L}\times\mathbf{B}$$

Ahora elegimos un sistema de coordenadas, de modo que

$$\mathbf{I} = I\,\mathbf{i} \text{ (corriente hacia la derecha)}$$

y

$$\mathbf{B} = -B\mathbf{k}\,.$$

La fuerza magnética sobre el conductor será:

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L}\times\mathbf{B} = -ILB\left(\mathbf{i}\times\mathbf{k}\right) = ILB\;\mathbf{j}\,,$$

esto es, hacia arriba.

Para que no haya ninguna tensión en los alambres esta fuerza tiene que compensar el peso del conductor:

$$\mathbf{P} = -mg\;\mathbf{j}\,,$$

es decir

$$\mathbf{F}+\mathbf{P}=\mathbf{0} \;\;\Rightarrow\;\; -mg\;\mathbf{j}+ILB\;\mathbf{j}=\mathbf{0} \;\;\Rightarrow\;\; I=\frac{mg}{LB}\,.$$

Finalmente, la corriente será

$$\mathbf{I} = \frac{mg}{LB}\mathbf{i}$$

3. Responda razonadamente a las siguientes preguntas sobre las ondas estacionarias (puede utilizar como ejemplo una cuerda tensa de longitud *L* con sus dos extremos fijos):

- ¿Cómo se forman las ondas estacionarias y qué son los modos de vibración? **(1 punto)**
- ¿Vibran todos con los puntos con la misma amplitud máxima y frecuencia? **(1 punto)**
- En el ejemplo de la cuerda, ¿cuál será la longitud de onda del modo fundamental de vibración -o primer armónico? **(0,5 puntos**

<u>**Solución**</u>

- Las ondas estacionarias son el resultado de la superposición de dos ondas armónicas con la misma amplitud y misma frecuencia, que se mueven en sentido opuesto. En la práctica se obtienen en medios confinados, como el ejemplo de la cuerda tensa fija por sus extremos, haciendo vibrar uno de los extremos con una frecuencia que sea igual a una de las frecuencias naturales de vibración (o frecuencias de resonancia):

$$f_n = n\frac{v}{2L},$$

siendo *v* la velocidad de la onda.
La reflexión en los extremos produce ondas que se mueven en los dos sentidos combinándose de acuerdo con el principio de superposición y dando lugar a un patrón de vibración estacionario (onda estacionaria) que puede tener diferentes formas (modos de vibración) dependiendo de la frecuencia.

- La amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición. Hay ciertos puntos de la onda (nodos) cuya amplitud es nula. La frecuencia de vibración es la misma para todos los puntos.
- $\lambda_1 = 2L$

4. La energía total del electrón en el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno tiene la forma: $E(n) = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}\ \text{eV}$. Consideremos el electrón en el estado fundamental ($n=1$):

- Calcular la velocidad del electrón. **(1,5 puntos)**
- Calcular la longitud de onda de De Broglie del electrón. **(1 punto)**

Datos: $h = 6,63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s} = 4,14\times10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s}$; $\text{eV} = 1,60\times10^{-19}\ \text{J}$;
$m_e = 9,1\times10^{-31}\ \text{kg}$

Solución

La energía cinética en el modelo de Bohr es

$$E_c = -E = \frac{13,6}{n^2}\ \text{eV},$$

por lo que en el nivel fundamental ($n=1$) será

$$E_c = E_0 = 13,6\ \text{eV}.$$

Ahora podemos despejar la velocidad del electrón en el estado fundamental

$$v = \sqrt{\frac{2E_0}{m_e}} = 2,19\times10^6\ \text{m/s}$$

La longitud onda de De Broglie de cualquier partícula tiene la forma

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

En el caso del electrón será:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2E_0 m_e}} = 3,33\times10^{-10}\,\text{m}$$

Se puede comprobar que esta longitud de onda es próxima a las dimensiones atómicas. Por esta razón son tan importantes los efectos ondulatorios de los electrones en la comprensión de la estructura atómica.

OPCIÓN B

1. Sabiendo que el radio medio de la órbita de Marte es 1,52 veces el radio medio de la órbita de la Tierra, ¿cuál será el periodo de la órbita de Marte? Suponer que las órbitas son circulares. **(2 puntos)**

Solución

Según la tercera Ley de Kepler, el cuadrado del periodo orbital de un planeta es directamente proporcional al cubo de la longitud del semieje mayor de su órbita elíptica o distancia media. Aplicando la ley tenemos

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \quad \rightarrow \quad T_2 = T_1\left(R_2 / R_1\right)^{3/2} = 1{,}87 \text{ años}$$

2. En tres vértices de un cuadrado de 1 m de lado existen cargas de 10 μC cada una.

- Calcular el trabajo necesario para llevar una carga negativa de –5 μC desde el cuarto vértice al centro del cuadrado. **(2 puntos)**
- ¿Deberemos realizar un trabajo externo sobre la carga para moverla, o será el propio campo creado por la distribución de cargas el que realice el trabajo? Explicar razonadamente la respuesta. **(1 punto)**

Datos: $k = 9\times10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$.

Solución

$$V_{vértice} = 9\cdot10^9\cdot10^{-6}\left[\frac{10}{1}+\frac{10}{1}+\frac{10}{\sqrt{2}}\right] = 24{,}36\cdot10^4 \text{ V}$$

$$V_{centro} = 9\cdot10^9\cdot10^{-6}\left[\frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}}+\frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}}+\frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right] = 38{,}18\cdot10^4 \text{ V}$$

$$W = q\Delta V = q\left(V_{centro} - V_{vértice}\right) = -0{,}69 \text{ J.}$$

Vemos que el signo del trabajo es negativo. Eso quiere decir que no es necesario realizar ningún trabajo externo, y que será el propio campo eléctrico el que lo haga. Las cargas negativas se dirigen espontáneamente hacia potenciales mayores.

3. El espectro visible de la luz en el vacío está comprendido entre las longitudes de onda de la luz roja, de 780 nm, y la luz violeta, de 380 nm. Calcular entre qué longitudes de onda estará comprendido el espectro visible en el agua, cuyo índice de refracción es 4/3. **(2,5 puntos)**

Solución

La velocidad de una luz *c* en un medio tiene la forma $c = \lambda v$ y en el vacío tenemos $c_0 = \lambda_0 v$, de modo que

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c_0}{\lambda_0}$$

Por otro lado tenemos que

$$c = \frac{c_0}{n}$$

Sustituyendo

$$\lambda = \frac{\lambda_0 c}{c_0} = \frac{\lambda_0}{n}$$

Así que finalmente $\lambda_{rojo} = 585 \text{ nm}$ y $\lambda_{violeta} = 285 \text{ nm}$.

4. Determinar la energía de enlace (o de ligadura) del último neutrón del ^{4}He sabiendo que las masas atómicas del ^{4}He, ^{3}He y del neutrón son 4,002603 u, 3,016030 u, y 1,008665 u, respectivamente. **(2,5 puntos)**
Datos: c^2 = 931,5 MeV/u.

Solución

La energía de ligadura del neutrón vendrá dada por la diferencia de energías entre el estado no ligado (energía del ^{3}He más energía del neutrón, ambos en reposo) y el estado neutrón-ligado (energía del ^{4}He en reposo):

$$E = -\Delta m \times c^2 = \left(m_{^3\text{He}} + m_n - m_{^4\text{He}}\right)c^2 = 20,6 \text{ MeV}$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. En qué punto o puntos de la línea que pasa por los centros de la Tierra y la Luna, los módulos de los campos gravitatorios creados por ambos astros se igualan. Realizar un diagrama en el que figuren los dos astros así como el punto, o los puntos, obtenidos. Indicar en cada punto el vector campo gravitatorio producido por cada astro. **(2,5 puntos)**

Datos: $M_{\mathrm{T}} = 81 \times M_L$. $d_{\text{Tierra-Luna}} = 3{,}84 \times 10^8$ m.

Solución

Tomemos como origen de nuestro sistema de referencia la Tierra. El eje X está dado por la dirección de la recta que pasa por los centros de la Tierra y la Luna, con el sentido positivo apuntando hacia la Luna.

El módulo del campo gravitatorio creado por la Tierra será

$$g_T = G\frac{M_T}{x^2}$$

El módulo del campo gravitatorio creado por la Luna será

$$g_L = G\frac{M_L}{\left(x - d_{T-L}\right)^2}$$

Igualando ambas expresiones obtenemos

$r = 3{,}46 \times 10^8$ m (punto situado entre la Tierra y la Luna)

$r = 4{,}32 \times 10^8$ m (más allá de la Luna)

2. Dos cargas puntuales q_1 y q_2 del mismo signo, con masas m_1 y m_2 respectivamente, se mueven una hacia la otra. Cuando la distancia entre ellas es r_0 sus velocidades son v_1 y v_2. Aplicar el principio de conservación de la energía mecánica total del sistema (cinética + potencial) para calcular la distancia mínima a la que se aproximarán las cargas en función de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

Solución

Al tener el mismo signo ambas cargas se repelen mutuamente. Aplicando la conservación de la energía, y teniendo en cuenta que en el momento de máxima aproximación sus velocidades serán cero tenemos

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + k\frac{q_1 q_2}{r_0} = k\frac{q_1 q_2}{r_{\min}}$$

Despejando llegamos a

$$r_{\min} = k\frac{q_1 q_2}{\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + k\frac{q_1 q_2}{r_0}}$$

3. El extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda tensa situada en el eje X oscila en el eje Y con un movimiento armónico simple de 10 oscilaciones por segundo y amplitud 1 cm. En el instante inicial ($t = 0$) el desplazamiento vertical del extremo que oscila es nulo, moviéndose hacia arriba. Obtener la ecuación de la onda armónica transversal generada sabiendo que la longitud de onda es de 10 cm. (**2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta)\,.$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$A = 0,01 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,1} = 62,8 \text{ rad/m}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 10 = 62,8 \text{ rad/s}$$

$\delta = \pi$ rad (porque se mueve hacia arriba, velocidad positiva)

por lo que la función de onda será

$$y(x,t) = 0,01\,\mathrm{sen}\left[62,8\left(x - t\right) + \pi\right] \text{ m}\,.$$

4. El núcleo de ^{60}Co se desintegra radiactivamente con un período de semidesintegración de 5,27 años, emitiendo dos fotones gamma de energía 1,33 MeV cada uno. Supongamos que tenemos un conjunto de 10^{23} núcleos de ^{60}Co, y que este número es constante en el tiempo. Calcular la energía total emitida por el conjunto de núcleos en cada segundo. **(2,5 puntos)**

Solución

Como el número de núcleos es constante en el tiempo, también lo será su actividad

$$A = \lambda N = \frac{0,693}{T} N = 4,17 \times 10^{14} \ \frac{\text{desintegraciones}}{\text{s}}$$

Como en cada desintegración se liberan dos fotones con una energía de 1,33 MeV cada uno, la energía emitida por segundo será

$$4,17 \times 10^{14} \ \frac{\text{desintegraciones}}{s} \times 2,66 \ \frac{\text{MeV}}{\text{desintegración}} = 1,11 \times 10^{15} \ \frac{\text{MeV}}{s}$$

OPCIÓN B

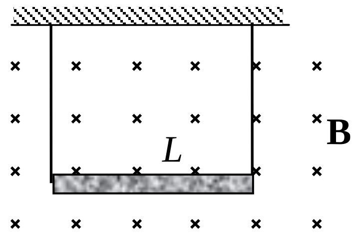
1. Un satélite describe una órbita circular estacionaria de 1 hora de periodo y radio 5000 km alrededor de un planeta debido a la acción de su campo gravitatorio. Calcular el módulo del campo gravitatorio que actúa sobre el satélite utilizando exclusivamente los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

Solución

No podemos calcular directamente el módulo del campo gravitatorio que actúa sobre el satélite ya que nos faltan los datos de la masa del planeta y la constante G. Sin embargo, sabemos que la fuerza gravitatoria que actúa sobre el satélite es igual a la fuerza centrípeta responsable del movimiento circular. Así pues tenemos que:

$$G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \quad \rightarrow \quad G\frac{M}{R^2} = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = 15,23 \text{ N/kg} .$$

2. Una varilla conductora de masa *m* y longitud *L* se encuentra suspendida del techo por dos alambres como se muestra en la figura. ¿Qué corriente I debe atravesar el conductor, y en qué sentido, para que la tensión en los alambres sea cero si el campo magnético sobre la región tiene módulo *B* y entra perpendicularmente en el papel? Obtener el resultado en función de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**



Solución

La fuerza del campo magnético sobre este segmento conductor es

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L}\times\mathbf{B}$$

Ahora elegimos un sistema de coordenadas, de modo que

$$\mathbf{I} = I\,\mathbf{i} \text{ (corriente hacia la derecha)}$$

y

$$\mathbf{B} = -B\mathbf{k}\,.$$

La fuerza magnética sobre el conductor será:

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L}\times\mathbf{B} = -ILB\left(\mathbf{i}\times\mathbf{k}\right) = ILB\ \mathbf{j}\,,$$

esto es, hacia arriba.

Para que no haya ninguna tensión en los alambres esta fuerza tiene que compensar el peso del conductor:

$$\mathbf{P} = -mg\ \mathbf{j}\,,$$

es decir

$$\mathbf{F}+\mathbf{P}=\mathbf{0} \quad\Rightarrow\quad -mg\ \mathbf{j}+ILB\ \mathbf{j}=\mathbf{0} \quad\Rightarrow\quad I=\frac{mg}{LB}\,.$$

Finalmente, la corriente será

$$\mathbf{I} = \frac{mg}{LB}\mathbf{i}$$

3. Una partícula describe un movimiento armónico simple realizando 0,3 oscilaciones en cada segundo. En el momento de máximo desplazamiento con respecto a la posición de equilibrio, la aceleración de la partícula es de -0,5 cm/s^2. Calcular la amplitud de la oscilación. **(2 puntos)**

Solución

En el momento de máximo desplazamiento la aceleración también es máxima (en valor absoluto), de modo que tenemos que

$$\left|a_{\max}\right| = A\omega^2 = A\left(2\pi f\right)^2 \quad\rightarrow\quad A=\frac{\left|a_{\max}\right|}{\left(2\pi f\right)^2} = 0{,}14 \text{ cm}$$

4. Supongamos que la longitud de onda de una cierta luz monocromática en dos medios diferentes es λ_1 y λ_2, siendo $\lambda_1/\lambda_2 = 1{,}5$. Un rayo de esa luz incide

desde uno de los medios hacia el otro. Discutir razonadamente desde cuál de los dos medios debe incidir para que se pueda producir la reflexión total. **(3 puntos)**

Solución

La ley de la refracción establece que

$$n_i \sin\theta_i = n_r \sin\theta_r$$

El ángulo límite para que se produzca la reflexión total ($\theta_r = 90^{\circ}$) es

$$\theta_i^* = \arcsin\left(\frac{n_r}{n_i}\right)$$

Este ángulo estará definido sólo cuando $\frac{n_r}{n_i} < 1$.

Por otro lado tenemos que $\lambda_0(\text{vacío}) = \lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2 \quad \rightarrow \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1{,}5$

Por lo tanto, el medio desde el que la luz incide debe ser el medio 2.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Un satélite de 100 kg de masa describe una órbita circular estacionaria de 1 hora y radio 5000 km alrededor de un planeta debido a la acción de su campo gravitatorio. Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía total del satélite utilizando exclusivamente los datos del enunciado. Tomar como origen de energía potencial un punto infinitamente alejado del planeta. **(2,5 puntos)**

Solución

Podemos calcular directamente la energía cinética a partir de los datos del enunciado:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 R^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R^2 = 3{,}81\times 10^9 \text{ J} .$$

Sin embargo, no podemos calcular directamente ni la energía potencial ni la energía total ya que nos faltan los datos de la masa del planeta y la constante G. Para calcular estas energías podemos relacionarlas con la energía cinética utilizando las expresiones deducidas del movimiento orbital bajo la acción de un campo gravitatorio. Sabemos que

$$E_c = \frac{1}{2}G\frac{Mm}{r} .$$

También sabemos que la energía potencial tiene la forma:

$$U = -G\frac{Mm}{r} ,$$

de modo que tendremos

$$U=-G\frac{Mm}{r}=-2E_c=-7,62\times10^9 \text{ J}.$$

Finalmente, para la energía total tenemos

$$E=-\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r}=-E_c=-3,81\times10^9 \text{ J}$$

2. Una carga q está situada sobre el eje x en el punto $x=a$. ¿Explicar razonadamente cuál de estas cinco expresiones proporciona la expresión correcta del vector campo eléctrico generado por la carga en un punto cualquiera del eje *x*? **(2,5 puntos)**

a) $\mathbf{E}(x)=k\dfrac{q}{(x+a)^3}\dfrac{x+a}{|x+a|}\mathbf{i}$

b) $\mathbf{E}(x)=k\dfrac{q}{(x-a)^2}\mathbf{i}$

c) $\mathbf{E}(x)=k\dfrac{q}{(x+a)^2}\mathbf{i}$

d) $\mathbf{E}(x)=k\dfrac{q}{x^2}\mathbf{i}$

e) $\mathbf{E}(x)=k\dfrac{q}{(x-a)^2}\dfrac{x-a}{|x-a|}\mathbf{i}$

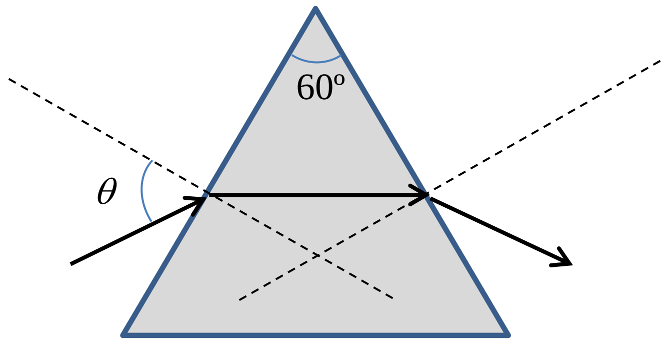
Solución:

Por la simetría del problema es fácil darse cuenta de que el campo eléctrico producido por la carga en el eje X no tiene componente Y. El campo en un punto *x* del eje X será inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el punto y la carga, y su sentido vendrá dado por el signo de la carga cuando $x>a$ y el contrario cuando $x<a$. Por lo tanto la solución correcta es la e):

$$\mathbf{E}(x)=k\frac{q}{(x-a)^2}\frac{x-a}{|x-a|}\mathbf{i}$$

3. En rayo de luz monocromática incide desde el aire ($n=1$) sobre la superficie lateral de un prisma triangular *equilátero* con índice de refracción $\sqrt{3}$ (ver figura).

- Calcular el ángulo inicial de incidencia θ para que la trayectoria del rayo sea la ilustrada en la figura (no se han representado los rayos reflejados por las caras). **(1,5 puntos)**
- Calcular la desviación del rayo que sale del prisma con respecto a la dirección inicial. (**1,5 puntos)**



Solución

Es muy fácil darse cuenta de que el ángulo de refracción al atravesar la primera cara es de 30º, ya que el prisma es equilátero. Aplicando la ley de la refracción tenemos

$$n_i \sin\theta_i = n_r \sin\theta_r$$

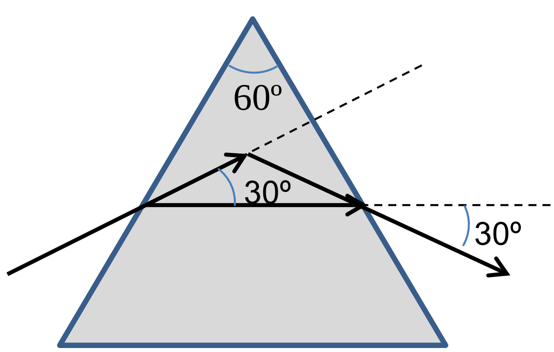
Despejando

$$\theta_i = \arcsin\left(\sin\theta_r \frac{n_{prisma}}{n_{aire}}\right) = 60^{\circ}$$

Para la segunda cara del prisma volvemos a aplicar la ley de la refracción y obtenemos que el ángulo de refracción es, como era esperable, igual al de incidencia

$$\theta_r = \arcsin\left(\sin\theta_i \frac{n_{prisma}}{n_{aire}}\right) = 60^{\circ}$$

La desviación será de $\delta = 60^{\circ}$ como se ilustra en la figura



4. Una partícula describe un movimiento armónico simple realizando 0,3 oscilaciones en cada segundo. En el momento de máximo desplazamiento con respecto a la posición de equilibrio, la aceleración de la partícula es de -0,5 cm/s^2. Calcular la amplitud de la oscilación. **(2 puntos)**

Solución

En el momento de máximo desplazamiento la aceleración también es máxima (en valor absoluto), de modo que tenemos que

$$\left|a_{\max}\right| = A\omega^2 = A\left(2\pi f\right)^2 \quad \rightarrow \quad A = \frac{\left|a_{\max}\right|}{\left(2\pi f\right)^2} = 0{,}14 \text{ cm}$$

OPCIÓN B

1. Supongamos que nos encontramos en la superficie de la Tierra. ¿Con qué velocidad deberíamos lanzar horizontalmente un objeto para que, despreciando cualquier tipo de rozamiento, diera la vuelta a la Tierra y nos golpease en la espalda? **(2,5 puntos)**

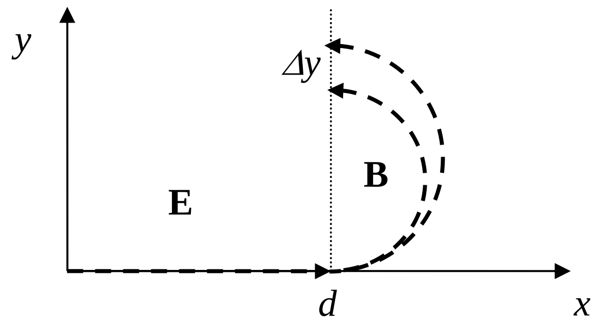
Utilizar exclusivamente los siguientes datos: $g_0 = 9{,}81 \text{ m/s}^2$. $R_T = 6370 \text{ km}$.

Solución

Para que esto ocurra el objeto debería describir una órbita en la superficie de la Tierra bajo la acción de su campo gravitatorio. Por lo tanto

$$G\frac{M_T m}{R_T{}^2} = m\frac{v^2}{R_T} \quad \rightarrow \quad v = \left(g_0 R_T\right)^{1/2} = 7{,}9 \text{ km/s}.$$

2. Supongamos que dos tipos de iones con la misma carga positiva q pero diferentes masas m_1 y m_2 son acelerados desde el reposo en la dirección positiva del eje *X* mediante un campo eléctrico uniforme de módulo E en el que recorren una distancia *d*. Una vez acelerados penetran en un espectrógrafo de masas, que consiste básicamente en un campo magnético perpendicular a la dirección de la velocidad, dirigido en la dirección del eje *Z* negativo y de intensidad *B*. Dentro del campo magnético, los iones describen una semicircunferencia antes de impresionar una placa fotográfica situada en la dirección del eje y, tal y como se indica en la figura. Encontrar la separación Δy entre las marcas producidas por los dos iones. **(2,5 puntos)**



Solución

El campo eléctrico acelera las cargas hasta una velocidad:

$$v_i = \sqrt{2da} = \sqrt{\frac{2dqE}{m_i}}$$

Al entrar en el campo magnético los iones experimentan una fuerza perpendicular a su velocidad y al campo. Esa fuerza actúa como una fuerza centrípeta que obliga a los iones a describir una trayectoria circular de radio

$$R_i = \frac{m_i v_i}{qB}$$

La separación entre las marcas dejadas sobre la placa fotográfica será

$$d = \left|2R_2 - 2R_1\right| = \left|\frac{2(m_2 v_2 - m_1 v_1)}{qB}\right| = \frac{2\sqrt{2dqE}}{qB}\left|\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}\right|$$

3. Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda en tensión en el sentido negativo del eje X a una velocidad de 0,5 m/s. Si en el instante inicial hacemos una foto a la cuerda vemos que los desplazamientos de la cuerda están descritos por la función $y(x) = 2\ \mathrm{sen}(x+\pi)\ \mathrm{m}$. Obtener la ecuación completa de la onda armónica. (**2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido negativo del eje X es

$$y(x,t) = A\mathrm{sen}(kx + \omega t + \delta)\ .$$

En el tiempo $t = 0\ \mathrm{s}$ tenemos que

$$y(x) = A\mathrm{sen}(kx + \delta)\ .$$

Igualando con la expresión anterior obtenemos que

$$A = 2\ \mathrm{m}$$

$$k = 1\ \mathrm{rad/m}$$

$$\delta = \pi\ \mathrm{rad}$$

Podemos calcular la frecuencia angular a partir de los datos del problema:

$$\omega = kv = 0{,}5\ \mathrm{rad/s}\ ,$$

La ecuación final de la onda será

$$y(x,t) = 2\text{sen}(x + 0,5t + \pi)\ \text{m}\ .$$

4. La energía total del electrón en el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno tiene la forma: $E(n) = -\dfrac{E_0}{n^2} = -\dfrac{13,6}{n^2}\ \text{eV}$. Consideremos el electrón en el estado fundamental ($n = 1$):

- Calcular la velocidad del electrón. **(1,5 puntos)**
- Calcular la longitud de onda de De Broglie del electrón. **(1 punto)**

Datos: $h = 6,63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s} = 4,14\times10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s}$; $\quad \text{eV} = 1,60\times10^{-19}\ \text{J}$; $m_e = 9,1\times10^{-31}\ \text{kg}$

Solución

La energía cinética en el modelo de Bohr es

$$E_c = -E = \frac{13,6}{n^2}\ \text{eV}\ ,$$

por lo que en el nivel fundamental ($n = 1$) será

$$E_c = E_0 = 13,6\ \text{eV}\ .$$

Ahora podemos despejar la velocidad del electrón en el estado fundamental

$$v = \sqrt{\frac{2E_0}{m_e}} = 2,19\times10^6\ \text{m/s}$$

La longitud onda de De Broglie de cualquier partícula tiene la forma

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

En el caso del electrón será:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2E_0 m_e}} = 3,33\times10^{-10}\,\text{m}$$

Se puede comprobar que esta longitud de onda es próxima a las dimensiones atómicas. Por esta razón son tan importantes los efectos ondulatorios de los electrones en la comprensión de la estructura atómica.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. El planeta A tiene una masa 200 veces mayor que el planeta B y su radio es 10 veces también mayor. Calcular el peso de una persona de 80 kg en la superficie del planeta A sabiendo que en la superficie del planeta B pesa 880 N. **(2,5 puntos)**

<u>Solución</u>

Del último dato del enunciado deducimos la gravedad en la superficie de B

$$g_B = \frac{P_B}{m} = 11 \text{ m/s}^2$$

Por otro lado, la intensidad del campo gravitatorio de A en su superficie es

$$g_A = G\frac{M_A}{R_A^{\ 2}} = \frac{200}{10^2} g_B = 22 \text{ km/s}^2 ,$$

De modo que el peso de la persona será el doble, esto es, 1760 N.

2. Una carga q está situada sobre el eje x en el punto $x = a$. ¿Explicar razonadamente cuál de estas cinco expresiones proporciona la expresión correcta del vector campo eléctrico generado por la carga en un punto cualquiera del eje x? **(2,5 puntos)**

a) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x+a)^3}\dfrac{x+a}{|x+a|}\mathbf{i}$

b) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x-a)^2}\mathbf{i}$

c) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x+a)^2}\mathbf{i}$

d) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{x^2}\mathbf{i}$

e) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x-a)^2}\dfrac{x-a}{|x-a|}\mathbf{i}$

Solución:

Por la simetría del problema es fácil darse cuenta de que el campo eléctrico producido por la carga en el eje X no tiene componente Y. El campo en un punto *x* del eje X será inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el punto y la carga, y su sentido vendrá dado por el signo de la carga cuando $x > a$ y el contrario cuando $x < a$. Por lo tanto la solución correcta es la e):

$$\mathbf{E}(x) = k\frac{q}{(x-a)^2}\frac{x-a}{|x-a|}\mathbf{i}$$

3. Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda en tensión en el sentido negativo del eje X a una velocidad de 0,5 m/s. Si en el instante inicial hacemos una foto a la cuerda vemos que los desplazamientos de la cuerda están descritos por la función $y(x) = 2\ \mathrm{sen}(x+\pi)\ \mathrm{m}$. Obtener la ecuación completa de la onda armónica. (**2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido negativo del eje X es

$$y(x,t) = A\mathrm{sen}(kx + \omega t + \delta)\ .$$

En el tiempo $t = 0\ \mathrm{s}$ tenemos que

$$y(x) = A\mathrm{sen}(kx + \delta)\ .$$

Igualando con la expresión anterior obtenemos que

$$A = 2\ \mathrm{m}$$

$$k = 1\ \mathrm{rad/m}$$

$$\delta = \pi\ \mathrm{rad}$$

Podemos calcular la frecuencia angular a partir de los datos del problema:

$$\omega = kv = 0{,}5\ \mathrm{rad/s}\ ,$$

La ecuación final de la onda será

$$y(x,t) = 2\mathrm{sen}(x + 0{,}5t + \pi)\ \mathrm{m}\ .$$

4. El núcleo de ^{60}Co se desintegra radiactivamente con un período de semidesintegración de 5,27 años, emitiendo dos fotones gamma de energía 1,33 MeV cada uno. Supongamos que tenemos un conjunto de 10^{23} núcleos de ^{60}Co, y que este número es constante en el tiempo. Calcular la energía total emitida por el conjunto de núcleos en cada segundo. **(2,5 puntos)**

Solución

Como el número de núcleos es constante en el tiempo, también lo será su actividad

$$A = \lambda N = \frac{0,693}{T} N = 4,17 \times 10^{14} \ \frac{\text{desintegraciones}}{\text{s}}$$

Como en cada desintegración se liberan dos fotones con una energía de 1,33 MeV cada uno, la energía emitida por segundo será

$$4,17 \times 10^{14} \ \frac{\text{desintegraciones}}{s} \times 2,66 \ \frac{\text{MeV}}{\text{desintegración}} = 1,11 \times 10^{15} \ \frac{\text{MeV}}{s}$$

OPCIÓN B

1. Un satélite describe una órbita circular estacionaria de 1 hora de periodo y radio 5000 km alrededor de un planeta debido a la acción de su campo gravitatorio. Calcular el módulo del campo gravitatorio que actúa sobre el satélite utilizando exclusivamente los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

Solución

No podemos calcular directamente el módulo del campo gravitatorio que actúa sobre el satélite ya que nos faltan los datos de la masa del planeta y la constante G. Sin embargo, sabemos que la fuerza gravitatoria que actúa sobre el satélite es igual a la fuerza centrípeta responsable del movimiento circular. Así pues tenemos que:

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \quad \rightarrow \quad G \frac{M}{R^2} = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R = 15,23 \text{ N/kg} .$$

2. Una bobina de 80 vueltas tiene un radio de 5 cm y una resistencia de 30 Ω. Determinar cuál debe ser el módulo de la variación de un campo magnético paralelo al eje de la bobina (perpendicular al plano de las espiras) para inducir en ésta una corriente de 4 A. **(2,5 puntos)**

Solución

Según la ley de Faraday, la variación temporal del flujo magnético a través de un circuito cerrado induce una fuerza electromotriz cuyo módulo es

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right|$$

donde el flujo viene dado por

$$\phi = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s}\,.$$

Podemos calcular la fem inducida de los datos del enunciado:

$$|\varepsilon| = IR = 120\ \text{V}$$

Por otro lado, el flujo magnético que atraviesa la bobina será

$$\phi = N\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = NB(t)\pi R^2\,.$$

Igualando obtenemos

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = N\pi R^2\left|\frac{dB(t)}{dt}\right| \quad \Rightarrow \quad \left|\frac{dB(t)}{dt}\right| = \frac{|\varepsilon|}{N\pi R^2} = 191\ \text{T/s}$$

3. El espectro visible de la luz en el vacío está comprendido entre las longitudes de onda de la luz roja, de 780 nm, y la luz violeta, de 380 nm. Calcular entre qué longitudes de onda estará comprendido el espectro visible en el agua, cuyo índice de refracción es 4/3. **(2,5 puntos)**

<u>Solución</u>

La velocidad de una luz *c* en un medio tiene la forma $c = \lambda\nu$ y en el vacío tenemos $c_0 = \lambda_0\nu$, de modo que

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c_0}{\lambda_0}$$

Por otro lado tenemos que

$$c = \frac{c_0}{n}$$

Sustituyendo

$$\lambda = \frac{\lambda_0 c}{c_0} = \frac{\lambda_0}{n}$$

Así que finalmente $\lambda_{rojo} = 585\ \text{nm}$ y $\lambda_{violeta} = 285\ \text{nm}$.

4. La aceleración de un movimiento armónico simple en el eje X está determinada por la expresión $a(t) = -16\pi^2 x(t)\ \text{cm/s}^2$, siendo $x(t)$ la posición con respecto a la posición de equilibrio ($x = 0\ \text{cm}$). Sabiendo que el desplazamiento máximo es 4 cm y que $a(t=0) = 64\pi^2\ \text{cm/s}^2$, determinar la ecuación completa de la posición en función del tiempo. **(2,5 puntos)**

<u>Solución</u>

La solución general de la ecuación del movimiento armónico simple es

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \delta)$$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$$

De los datos del enunciado tenemos $\omega = 4\pi$ rad/s y A = 4 cm.

$$x = 4\cos(4\pi t + \delta)$$

Ahora sólo queda utilizar la condición inicial $x(t = 0) = -4 \text{ cm}$ para calcular la fase inicial. Sustituimos las condiciones iniciales

$$x(0) = -4 \text{ cm} = 4\cos(\delta) \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \delta = \pi$$

por lo que la ecuación del movimiento será

$$x = 4\cos(4\pi t + \pi) \text{ cm}$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Un satélite de 100 kg de masa describe una órbita circular estacionaria de 1 hora y radio 5000 km alrededor de un planeta debido a la acción de su campo gravitatorio. Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía total del satélite utilizando exclusivamente los datos del enunciado. Tomar como origen de energía potencial un punto infinitamente alejado del planeta. **(2,5 puntos)**

Solución

Podemos calcular directamente la energía cinética a partir de los datos del enunciado:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 R^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R^2 = 3{,}81\times10^9 \text{ J} .$$

Sin embargo, no podemos calcular directamente ni la energía potencial ni la energía total ya que nos faltan los datos de la masa del planeta y la constante G. Para calcular estas energías podemos relacionarlas con la energía cinética utilizando las expresiones deducidas del movimiento orbital bajo la acción de un campo gravitatorio. Sabemos que

$$E_c = \frac{1}{2}G\frac{Mm}{r} .$$

También sabemos que la energía potencial tiene la forma:

$$U = -G\frac{Mm}{r} ,$$

de modo que tendremos

$$U = -G\frac{Mm}{r} = -2E_c = -7{,}62\times10^9 \text{ J} .$$

Finalmente, para la energía total tenemos

$$E = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r} = -E_c = -3{,}81 \times 10^9 \text{ J}$$

2. Dos cargas puntuales q_1 y q_2 del mismo signo, con masas m_1 y m_2 respectivamente, se mueven una hacia la otra. Cuando la distancia entre ellas es r_0 sus velocidades son v_1 y v_2. Aplicar el principio de conservación de la energía mecánica total del sistema (cinética + potencial) para calcular la distancia mínima a la que se aproximarán las cargas en función de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

<u>**Solución**</u>

Al tener el mismo signo ambas cargas se repelen mutuamente. Aplicando la conservación de la energía, y teniendo en cuenta que en el momento de máxima aproximación sus velocidades serán cero tenemos

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + k \frac{q_1 q_2}{r_0} = k \frac{q_1 q_2}{r_{min}}$$

Despejando llegamos a

$$r_{min} = k \frac{q_1 q_2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + k \frac{q_1 q_2}{r_0}}$$

3. La aceleración de un movimiento armónico simple en el eje X está determinada por la expresión $a(t) = -16\pi^2 x(t)$ cm/s^2, siendo $x(t)$ la posición con respecto a la posición de equilibrio ($x = 0$ cm). Sabiendo que el desplazamiento máximo es 4 cm y que $a(t=0) = 64\pi^2$ cm/s^2, determinar la ecuación completa de la posición en función del tiempo. **(2,5 puntos)**

<u>**Solución**</u>

La solución general de la ecuación del movimiento armónico simple es

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \delta)$$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$$

De los datos del enunciado tenemos $\omega = 4\pi$ rad/s y A = 4 cm.

$$x = 4\cos(4\pi t + \delta)$$

Ahora sólo queda utilizar la condición inicial $x(t=0) = -4$ cm para calcular la fase inicial. Sustituimos las condiciones iniciales

$$x(0) = -4 \text{ cm} = 4\cos(\delta) \text{ cm} \quad \rightarrow \quad \delta = \pi$$

por lo que la ecuación del movimiento será

$$x = 4\cos(4\pi t + \pi) \text{ cm}$$

4. La longitud de onda media de los fotones que llegan a la superficie de la Tierra procedentes del Sol es de 500 nm (visible).
-Calcular la energía de cada fotón. **(1,5 puntos)**
-Sabiendo que la intensidad de la luz del Sol en la superficie de la Tierra (energía recibida por unidad de tiempo y superficie) es aproximadamente de 1400 W/m^2, calcular el número de fotones que inciden por unidad de área cada segundo. **(1 punto)**
Datos: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} = 4{,}14 \times 10^{-15}\ \mathrm{eV \cdot s}$; $c = 3 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}$. $\mathrm{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$.

Solución

La energía correspondiente a esa longitud de onda es

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 1{,}24\ \mathrm{eV} = 3{,}98 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

La intensidad viene dada por

$$I = NE$$

donde *N* es el número de fotones que inciden cada segundo en la unidad de área. Despejando tenemos

$$N = \frac{I}{E} = 3{,}52 \times 10^{21}\ \text{fotones s}^{-1}\ \mathrm{m}^{-2}$$

OPCIÓN B

1. Sabiendo que el radio medio de la órbita de Marte es 1,52 veces el radio medio de la órbita de la Tierra, ¿cuál será el periodo de la órbita de Marte? Suponer que las órbitas son circulares. **(2 puntos)**

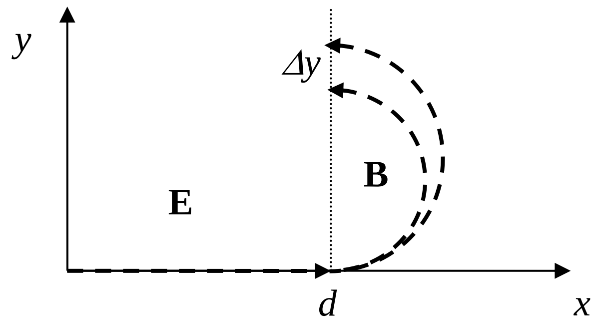
Solución

Según la tercera Ley de Kepler, el cuadrado del periodo orbital de un planeta es directamente proporcional al cubo de la longitud del semieje mayor de su órbita elíptica o distancia media. Aplicando la ley tenemos

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \quad \rightarrow \quad T_2 = T_1\left(R_2 / R_1\right)^{3/2} = 1{,}87\ \text{años}$$

2. Supongamos que dos tipos de iones con la misma carga positiva q pero diferentes masas m_1 y m_2 son acelerados desde el reposo en la dirección positiva del eje *X* mediante un campo eléctrico uniforme de módulo E en el que recorren una distancia *d*. Una vez acelerados penetran en un espectrógrafo de masas, que consiste básicamente en un campo magnético perpendicular a la dirección de la

velocidad, dirigido en la dirección del eje *Z* negativo y de intensidad *B*. Dentro del campo magnético, los iones describen una semicircunferencia antes de impresionar una placa fotográfica situada en la dirección del eje y, tal y como se indica en la figura. Encontrar la separación Δy entre las marcas producidas por los dos iones. **(2,5 puntos)**



Solución

El campo eléctrico acelera las cargas hasta una velocidad:

$$v_i = \sqrt{2da} = \sqrt{\frac{2dqE}{m_i}}$$

Al entrar en el campo magnético los iones experimentan una fuerza perpendicular a su velocidad y al campo. Esa fuerza actúa como una fuerza centrípeta que obliga a los iones a describir una trayectoria circular de radio

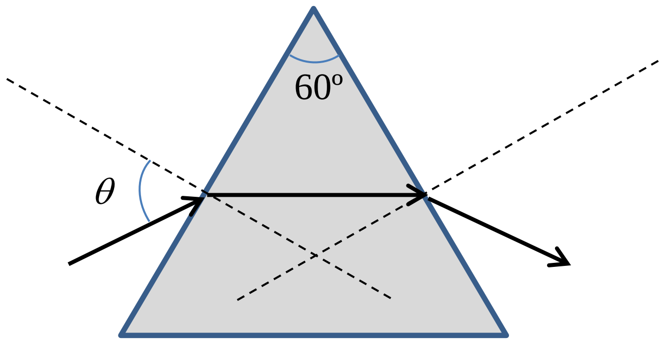
$$R_i = \frac{m_i v_i}{qB}$$

La separación entre las marcas dejadas sobre la placa fotográfica será

$$d = |2R_2 - 2R_1| = \left|\frac{2(m_2 v_2 - m_1 v_1)}{qB}\right| = \frac{2\sqrt{2dqE}}{qB}\left|\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}\right|$$

3. Un rayo de luz monocromática incide desde el aire ($n = 1$) sobre la superficie lateral de un prisma triangular *equilátero* con índice de refracción $\sqrt{3}$ (ver figura).

- Calcular el ángulo inicial de incidencia θ para que la trayectoria del rayo sea la ilustrada en la figura (no se han representado los rayos reflejados por las caras). **(1,5 puntos)**
- Calcular la desviación del rayo que sale del prisma con respecto a la dirección inicial. (**1,5 puntos)**



Solución

Es muy fácil darse cuenta de que el ángulo de refracción al atravesar la primera cara es de 30º, ya que el prisma es equilátero. Aplicando la ley de la refracción tenemos

$$n_i \sin\theta_i = n_r \sin\theta_r$$

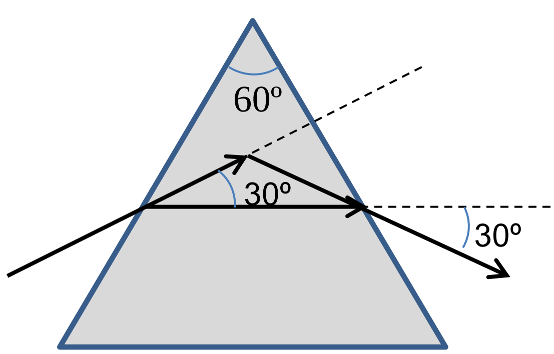
Despejando

$$\theta_i = \arcsin\left(\sin\theta_r \frac{n_{prisma}}{n_{aire}}\right) = 60^{\circ}$$

Para la segunda cara del prisma volvemos a aplicar la ley de la refracción y obtenemos que el ángulo de refracción es, como era esperable, igual al de incidencia

$$\theta_r = \arcsin\left(\sin\theta_i \frac{n_{prisma}}{n_{aire}}\right) = 60^{\circ}$$

La desviación será de $\delta = 60^{\circ}$ como se ilustra en la figura



4. El extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda tensa situada en el eje X oscila en el eje Y con un movimiento armónico simple de 10 oscilaciones por segundo y amplitud 1 cm. En el instante inicial ($t = 0$) el desplazamiento vertical del extremo que oscila es nulo, moviéndose hacia arriba. Obtener la ecuación de la onda armónica transversal generada sabiendo que la longitud de onda es de 10 cm. (**2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t + \delta) .$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$A = 0,01 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,1} = 62,8 \text{ rad/m}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 10 = 62,8 \text{ rad/s}$$

$$\delta = \pi \text{ rad (porque se mueve hacia arriba, velocidad positiva)}$$

por lo que la función de onda será

$$y(x,t) = 0,01 \text{ sen}\left[62,8\left(x - t\right) + \pi\right] \text{ m} .$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Dos satélites idénticos A y B describen órbitas circulares estacionarias de diferente radio $(R_A > R_B)$ alrededor de la Tierra debido a la acción de su campo gravitatorio. Razone cuál de los dos tiene mayor energía cinética, mayor energía potencial y mayor energía total. **(2,5 puntos)**

Solución

Sabiendo que la fuerza de atracción gravitatoria es la responsable del movimiento orbital tenemos que:

$$G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}G\frac{M_T m}{r} \, ,$$

por lo que la energía cinética dependerá directamente del radio de la órbita: menor radio implica mayor energía cinética, así que tendrá mayor energía cinética el satélite B.

La energía potencial tiene la forma general:

$$U = -G\frac{M_T m}{r} + U_0 \, .$$

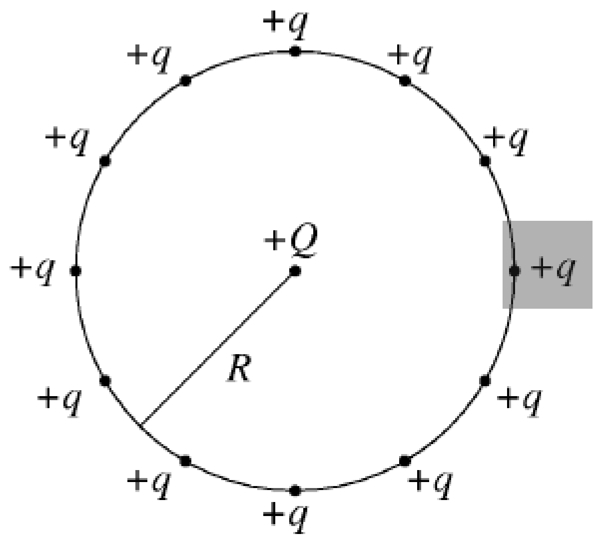
Como es negativa, cuanto mayor es el radio orbital mayor es su energía potencial, así que tendrá mayor energía potencial el satélite A.

Finalmente, la energía total, dada por la suma de cinética más potencial, valdrá:

$$E = -\frac{1}{2}G\frac{M_T m}{r} + U_0 \, ,$$

y su comportamiento con la distancia es similar al de la energía potencial. De nuevo tendrá mayor energía potencial el satélite A.

2. Como se muestra en la figura, se colocan 12 cargas positivas iguales $+q$ distribuidas equitativamente sobre una circunferencia de radio R, es decir, los arcos de circunferencia entre cargas contiguas son todos iguales.



- Calcule la fuerza neta que actúa sobre una carga $+Q$ en el centro del círculo. **(1 punto)**
- Calcule la fuerza neta que actúa sobre la misma carga $+Q$ situada en el centro del círculo si se quita la carga marcada con el recuadro gris.

(1,5 puntos)

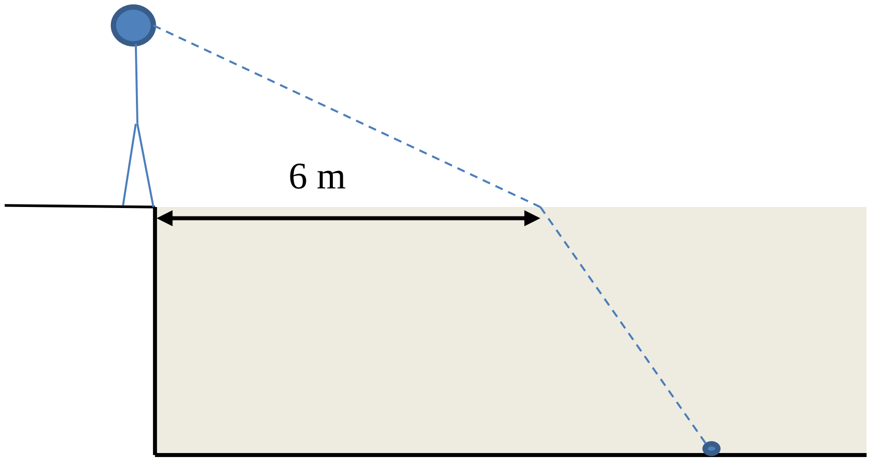
Solución

En el caso inicial, las fuerzas eléctricas debidas a cargas diametralmente opuestas se anulan entre sí, por lo que la fuerza total sobre Q es cero.

En el segundo caso es suficiente con calcular la fuerza que ejerce la partícula opuesta a la eliminada. Situando un sistema de coordenadas centrado en la carga $+Q$ y cuyo eje positivo de las x pasa por la posición de la carga eliminada, tenemos que

$$\mathbf{F} = k\frac{Qq}{R^2}\mathbf{i}$$

3. Un objeto se encuentra sumergido en el fondo de una piscina a una distancia horizontal del borde de 18 m. Un observador, cuyos ojos están a 1,5 m del suelo, se encuentra en el borde de la piscina y ve la imagen del objeto en la superficie del agua a 6 m del borde (ver figura). Si el índice de refracción del agua con respecto al aire es 4/3, calcular la profundidad de la piscina. **(2,5 puntos)**



Solución

Aplicamos la ley de la refracción

$$n_{agua} \sin \theta_i = n_{aire} \sin \theta_r$$

y despejamos

$$\theta_i = \arcsin\left(\sin \theta_r \frac{n_{aire}}{n_{agua}} \right).$$

Como sabemos que

$$\tan \theta_r = \frac{6}{1{,}5} \quad \rightarrow \quad \theta_r = 76^{\circ}$$

obtenemos

$$\theta_i = \arcsin\left(\sin \theta_r \frac{n_{aire}}{n_{agua}} \right) = 46{,}7^{\circ}$$

Finalmente

$$\tan \theta_i = \frac{18-6}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{18-6}{\tan \theta_i} = 11{,}3 \text{ m}$$

4. El cesio emite electrones para una longitud de onda máxima de 579 nm. Calcular la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos si se ilumina con luz verde de 500 nm. **(2,5 puntos)**

Datos: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s $= 4{,}14 \times 10^{-15}$ eV·s. $c = 3 \times 10^{8}$ m/s.

Solución

En primer lugar debemos obtener la función de trabajo ϕ del cesio a partir de la frecuencia umbral para la fotoemisión de electrones

$$\phi = h\nu_u .$$

El balance energético en el efecto fotoeléctrico tiene la forma

$$E_{c\ \max} = h\nu - \phi$$

Sustituyendo la ecuación de arriba en la de abajo tenemos

$$E_{c\ \max} = h\nu - \phi = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_u}\right) = 0,34 \text{ eV}$$

OPCIÓN B

1. A una altura *h* con respecto a la superficie de un planeta una persona tiene un cierto peso. Calcular el radio del planeta en función de *h* sabiendo que en su superficie, el peso de la persona se ha duplicado. (Considerar únicamente el campo gravitatorio creado por el planeta) **(2,5 puntos)**

Solución

Los pesos de esa persona se calculan como

$$P = G\frac{M}{(R+h)^2}m$$

$$2P = G\frac{M}{R^2}m$$

Dividiendo ambas expresiones obtenemos

$$2 = \frac{(R+h)^2}{R^2} \quad \rightarrow \quad R = \frac{h}{\sqrt{2}-1}$$

2. Un campo magnético uniforme forma un ángulo de 30º con el eje de una bobina circular de 300 vueltas, radio 4 cm y resistencia total 200 Ω. El módulo del campo varía a razón de 85 T/s, permaneciendo fija su dirección.

- Determinar la corriente inducida sobre la bobina y el sentido de la misma. Este sentido podrá ser horario o antihorario, y para determinarlo supondremos que una de las espiras de la bobina se encuentra en el plano del papel (la bobina atraviesa el papel) y que el campo magnético sale del mismo. **(2 puntos)**

-¿Qué cambiará si en lugar de aumentar, el módulo del campo disminuyese a razón de -85 T/s? **(1 punto)**

Solución

El módulo de la fem inducida viene dado por la ley de Faraday

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right|$$

donde el flujo viene dado por

$$\phi = N\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = NB\pi R^2 \cos\theta \,.$$

Sustituyendo tenemos

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = N\pi R^2 \cos\theta \left|\frac{dB}{dt}\right| = 111 \text{ V}$$

y la corriente inducida será :

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = 0,555 \text{ A}$$

Por la ley de Lenz sabemos que el sentido de la corriente debe ser tal que cree un campo magnético que se oponga a la causa de la variación del flujo magnético que ha generado la fem. Como el aumento del flujo es debido a un aumento del módulo del campo magnético, el campo magnético provocado por la corriente deberá tener sentido contrario al campo inicial. Por consiguiente, aplicando la regla de la mano derecha obtenemos que el sentido de la corriente será horario.
En el segundo caso lo único que cambiará será el sentido de la corriente, que pasa a ser antihorario para “compensar” la disminución del módulo del campo.

3. Una masa unida al extremo de un muelle horizontal de masa despreciable describe un movimiento armónico simple de amplitud 1 m. Calcular la elongación del muelle en el instante en el que la aceleración de la masa es la mitad de su valor máximo. **(2 puntos)**

<u>Solución</u>

La solución general de la ecuación del movimiento armónico simple es

$$a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \delta) = -\omega^2 x(t)$$

En el instante que se menciona en el enunciado tenemos que

$$a(t^*) = \frac{1}{2}A\omega^2 = -\omega^2 x(t^*) \quad \rightarrow \quad x(t^*) = -\frac{1}{2}\,\text{cm}$$

4. Un átomo de He-4 está compuesto por dos electrones y un núcleo con dos protones más dos neutrones. Calcular la energía liberada (o energía de enlace) en la síntesis de este átomo a partir de sus constituyentes. **(2,5 puntos)**
Datos: $m_{\text{He-4}}$ = 4,002603 u; m_p = 1,00728 u; m_n = 1,00867 u; m_e = 0,000549 u; c^2 = 931,5 MeV/u.

<u>Solución</u>

La energía liberada es obtenida a partir del defecto másico:

$$E = -\Delta m \times c^2 = \left(2\times m_p + 2\times m_n + 2\times m_e - m_{\text{He-4}}\right)c^2$$

$$= 0,030398 \times 931,5 \text{ MeV} = 28,32 \text{ MeV}$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. En qué punto o puntos de la línea que pasa por los centros de la Tierra y la Luna, los módulos de los campos gravitatorios creados por ambos astros se igualan. Realizar un diagrama en el que figuren los dos astros así como el punto, o los puntos, obtenidos. Indicar en cada punto el vector campo gravitatorio producido por cada astro. **(2,5 puntos)**

Datos: $M_{\mathrm{T}} = 81 \times M_L$. $d_{\text{Tierra-Luna}} = 3{,}84 \times 10^8$ m.

Solución

Tomemos como origen de nuestro sistema de referencia la Tierra. El eje X está dado por la dirección de la recta que pasa por los centros de la Tierra y la Luna, con el sentido positivo apuntando hacia la Luna.

El módulo del campo gravitatorio creado por la Tierra será

$$g_T = G\frac{M_T}{x^2}$$

El módulo del campo gravitatorio creado por la Luna será

$$g_L = G\frac{M_L}{\left(x - d_{T-L}\right)^2}$$

Igualando ambas expresiones obtenemos

$r = 3{,}46 \times 10^8$ m (punto situado entre la Tierra y la Luna)

$r = 4{,}32 \times 10^8$ m (más allá de la Luna)

2. En tres vértices de un cuadrado de 1 m de lado existen cargas de 10 μC cada una.
- Calcular el trabajo necesario para llevar una carga negativa de –5 μC desde el cuarto vértice al centro del cuadrado. **(2 puntos)**
- ¿Deberemos realizar un trabajo externo sobre la carga para moverla, o será el propio campo creado por la distribución de cargas el que realice el trabajo? Explicar razonadamente la respuesta. **(1 punto)**
Datos: $k = 9\times 10^{9}\ \mathrm{Nm^2C^{-2}}$.

Solución

$$V_{vértice} = 9\cdot 10^{9}\cdot 10^{-6}\left[\frac{10}{1}+\frac{10}{1}+\frac{10}{\sqrt{2}}\right] = 24,36\cdot 10^{4}\ \mathrm{V}$$

$$V_{centro} = 9\cdot 10^{9}\cdot 10^{-6}\left[\frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}}+\frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}}+\frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right] = 38,18\cdot 10^{4}\ \mathrm{V}$$

$$W = q\Delta V = q\left(V_{centro} - V_{vértice}\right) = -0,69\ \mathrm{J}.$$

Vemos que el signo del trabajo es negativo. Eso quiere decir que no es necesario realizar ningún trabajo externo, y que será el propio campo eléctrico el que lo haga. Las cargas negativas se dirigen espontáneamente hacia potenciales mayores.

3. Supongamos que la velocidad de propagación de una cierta luz monocromática en dos medios diferentes es v_1 y v_2, siendo $v_1 / v_2 = 1,5$. Un rayo de esa luz incide desde uno de los medios hacia el otro. Discutir razonadamente desde cuál de los dos medios debe incidir para que se pueda producir la reflexión total. **(2 puntos)**

Solución

La ley de la refracción establece que

$$n_i \sin\theta_i = n_r \sin\theta_r$$

El ángulo límite para que se produzca la reflexión total ($\theta_r = 90^{\mathrm{o}}$) es

$$\theta_i^{*} = \arcsin\left(\frac{n_r}{n_i}\right)$$

Este ángulo estará definido sólo cuando $\frac{n_r}{n_i} = \frac{v_i}{v_r} < 1$. Por lo tanto, el medio desde el que la luz incide debe ser el medio 2.

4. La longitud de onda media de los fotones que llegan a la superficie de la Tierra procedentes del Sol es de 500 nm (visible).
-Calcular la energía de cada fotón. **(1,5 puntos)**
-Sabiendo que la intensidad de la luz del Sol en la superficie de la Tierra (energía recibida por unidad de tiempo y superficie) es aproximadamente de 1400 W/m^2, calcular el número de fotones que inciden por unidad de área cada segundo. **(1 punto)**
Datos: $h = 6,63\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s} = 4,14\times10^{-15}\ \mathrm{eV\cdot s}$; $c = 3\times10^{8}\ \mathrm{m/s}$. $\mathrm{eV} = 1,60\times10^{-19}\ \mathrm{J}$.

Solución

La energía correspondiente a esa longitud de onda es

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 1,24\ \mathrm{eV} = 3,98\times10^{-19}\ \mathrm{J}$$

La intensidad viene dada por

$$I = NE$$

donde *N* es el número de fotones que inciden cada segundo en la unidad de área. Despejando tenemos

$$N = \frac{I}{E} = 3,52\times10^{21}\ \text{fotones s}^{-1}\ \mathrm{m}^{-2}$$

OPCIÓN B

1. Supongamos que nos encontramos en la superficie de la Tierra. ¿Con qué velocidad deberíamos lanzar horizontalmente un objeto para que, despreciando cualquier tipo de rozamiento, diera la vuelta a la Tierra y nos golpease en la espalda? **(2,5 puntos)**
Utilizar exclusivamente los siguientes datos: $g_0 = 9,81\ \mathrm{m/s^2}$. $R_\mathrm{T} = 6370\ \mathrm{km}$.

Solución

Para que esto ocurra el objeto debería describir una órbita en la superficie de la Tierra bajo la acción de su campo gravitatorio. Por lo tanto

$$G\frac{M_T m}{R_T^{\,2}} = m\frac{v^2}{R_T} \quad \rightarrow \quad v = \left(g_0 R_T\right)^{1/2} = 7,9\ \mathrm{km/s}.$$

2. Una bobina de 80 vueltas tiene un radio de 5 cm y una resistencia de 30 Ω. Determinar cuál debe ser el módulo de la variación de un campo magnético paralelo al eje de la bobina (perpendicular al plano de las espiras) para inducir en ésta una corriente de 4 A. **(2,5 puntos)**

Solución

Según la ley de Faraday, la variación temporal del flujo magnético a través de un circuito cerrado induce una fuerza electromotriz cuyo módulo es

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right|$$

donde el flujo viene dado por

$$\phi = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s}\,.$$

Podemos calcular la fem inducida de los datos del enunciado:

$$|\varepsilon| = IR = 120 \text{ V}$$

Por otro lado, el flujo magnético que atraviesa la bobina será

$$\phi = N\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = NB(t)\pi R^2\,.$$

Igualando obtenemos

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = N\pi R^2\left|\frac{dB(t)}{dt}\right| \quad\Rightarrow\quad \left|\frac{dB(t)}{dt}\right| = \frac{|\varepsilon|}{N\pi R^2} = 191 \text{ T/s}$$

3. Responda razonadamente a las siguientes preguntas sobre las ondas estacionarias (puede utilizar como ejemplo una cuerda tensa de longitud *L* con sus dos extremos fijos):

- ¿Cómo se forman las ondas estacionarias y qué son los modos de vibración? **(1 punto)**
- ¿Vibran todos con los puntos con la misma amplitud máxima y frecuencia? **(1 punto)**
- En el ejemplo de la cuerda, ¿cuál será la longitud de onda del modo fundamental de vibración -o primer armónico? **(0,5 puntos)**

Solución

- Las ondas estacionarias son el resultado de la superposición de dos ondas armónicas con la misma amplitud y misma frecuencia, que se mueven en sentido opuesto. En la práctica se obtienen en medios confinados, como el ejemplo de la cuerda tensa fija por sus extremos, haciendo vibrar uno de los extremos con una frecuencia que sea igual a una de las frecuencias naturales de vibración (o frecuencias de resonancia):

$$f_n = n\frac{v}{2L}\,,$$

siendo *v* la velocidad de la onda.

La reflexión en los extremos produce ondas que se mueven en los dos sentidos combinándose de acuerdo con el principio de superposición y dando lugar a un patrón de vibración estacionario (onda estacionaria) que puede tener diferentes formas (modos de vibración) dependiendo de la frecuencia.

- La amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición. Hay ciertos puntos de la onda (nodos) cuya amplitud es nula. La frecuencia de vibración es la misma para todos los puntos.

- $\lambda_1 = 2L$

4. Determinar la energía de enlace (o de ligadura) del último neutrón del ^{4}He sabiendo que las masas atómicas del ^{4}He, ^{3}He y del neutrón son 4,002603 u, 3,016030 u, y 1,008665 u, respectivamente. **(2,5 puntos)**
Datos: c^2 = 931,5 MeV/u.

Solución

La energía de ligadura del neutrón vendrá dada por la diferencia de energías entre el estado no ligado (energía del ^{3}He más energía del neutrón, ambos en reposo) y el estado neutrón-ligado (energía del ^{4}He en reposo):

$$E = -\Delta m \times c^2 = \left(m_{^3\mathrm{He}} + m_n - m_{^4\mathrm{He}} \right) c^2 = 20{,}6 \text{ MeV}$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. La velocidad angular con la que un satélite describe una órbita circular estacionaria alrededor de la Tierra por la acción de su campo gravitatorio es ω Sabiendo que la energía mecánica total del satélite dentro del campo gravitatorio creado por la Tierra es E (donde para la energía potencial se ha tomado como origen de energía un punto infinitamente alejado del centro terrestre), calcular la masa del satélite en función de los datos del problema, G y la masa de la Tierra M_T. **(2,5 puntos)**

Solución

En primer lugar debemos calcular el radio de la órbita. Si el satélite describe una órbita estacionaria, la fuerza centrípeta responsable de su movimiento es la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre el satélite:

$$m\omega^2 R = G\frac{mM_T}{R^2}$$

Despejando obtenemos el radio de la órbita

$$R = \left(\frac{GM_T}{\omega^2}\right)^{1/3}$$

Ahora podemos calcular la masa del satélite a partir de su energía total:

$$E = E_c + U = -G\frac{M_T m}{2R} \quad \rightarrow \quad m = -\frac{2RE}{GM_T} = -\frac{2E}{(\omega GM_T)^{2/3}}$$

2. Una carga puntual positiva q_1 está situada en el origen de coordenadas. Otra carga puntual q_2 se sitúa en el punto (0,1) m. Calcular el campo eléctrico creado por estas cargas en el punto (1/2,1/2) m en función de q_1, q_2 y la constante de Coulomb k. **(2,5 puntos)**

<u>Solución</u>

Calcularemos primero el campo creado por la carga situada en el origen.

$$\mathbf{E}_1 = k\frac{q_1}{\left(\sqrt{\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}}\right)^2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\mathbf{i}+\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\mathbf{j}\right) = k\sqrt{2}q_1\left(\mathbf{i}+\mathbf{j}\right)$$

El campo creado por la carga situada en el punto (0,1) será:

$$\mathbf{E}_2 = k\frac{q_2}{\left(\sqrt{\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}}\right)^2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\mathbf{i}-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\mathbf{j}\right) = k\sqrt{2}q_2\left(\mathbf{i}-\mathbf{j}\right)$$

El campo total será la suma de las dos contribuciones:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = k\sqrt{2}\left(\left(q_1+q_2\right)\mathbf{i}+\left(q_1-q_2\right)\mathbf{j}\right)$$

3. Una partícula de 0,5 kg de masa describe un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud, realizando 2 oscilaciones en cada segundo. Calcular la energía cinética que poseerá la partícula cuando pase por su posición de equilibrio. **(2 puntos)**

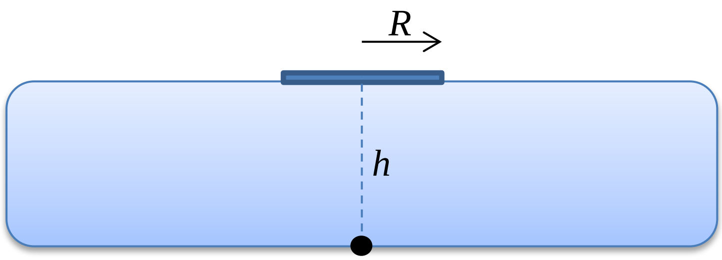
<u>Solución</u>

La velocidad de la partícula cuando pasa por la posición de equilibrio es la velocidad máxima: $v_{\max} = A\omega = A2\pi f = 1{,}257 \text{ m/s}$

La energía cinética será

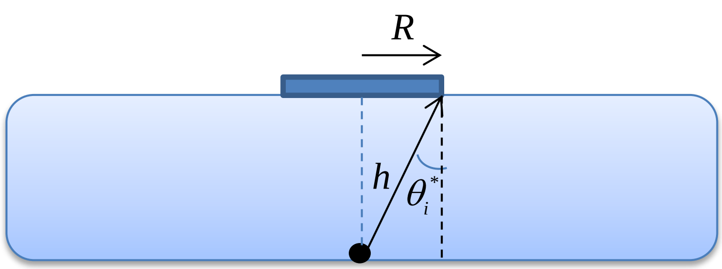
$$E_c = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = 0{,}395 \text{ J}$$

4. La relación entre los índices de refracción del hielo y el aire es $n_{hielo} / n_{aire} = 1,41$. Supongamos que tenemos un objeto puntual en el fondo de una placa de hielo de espesor *h* = 10 cm, tal y como se muestra en la figura. ¿Cuál debe ser el radio mínimo *R* de un disco opaco plano que, colocado en la vertical del objeto sobre la superficie del hielo, no permita ver desde ningún punto del aire el objeto? **(3 puntos)**



<u>Solución</u>

Todos los rayos que parten del objeto y llegan a la superficie con un ángulo de incidencia mayor que el ángulo límite de reflexión total θ_i^* sufrirán reflexión total y no serán recibidos por el observador situado en el aire.



Por lo tanto tenemos que

$$\tan\theta_i^* = \frac{R}{h} \quad \rightarrow \quad R = h\tan\theta_i^* = h\tan\left(\arcsin\left(\frac{n_{aire}}{n_{hielo}}\right)\right) = 10\,\text{cm}$$

OPCIÓN B

1. La intensidad del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $g_0 = 9,81\ \text{m/s}^2$. Calcular la intensidad del campo terrestre a una distancia *d* del centro de la Tierra dada por $d = 6R_T$, siendo R_T el radio terrestre. **(2 puntos)**

<u>Solución</u>

El campo gravitatorio en esta distancia será

$$g(d) = G\frac{M_T}{d^2} = G\frac{M_T}{\left(6R_T\right)^2} = \frac{1}{36}g_0 = 0,27\ \text{m/s}^2$$

2. Un campo magnético uniforme forma un ángulo de 30º con el eje de una bobina circular de 300 vueltas, radio 4 cm y resistencia total 200 Ω. El módulo del campo varía a razón de 85 T/s, permaneciendo fija su dirección.
- Determinar la corriente inducida sobre la bobina y el sentido de la misma. Este sentido podrá ser horario o antihorario, y para determinarlo supondremos que una de las espiras de la bobina se encuentra en el plano del papel (la bobina atraviesa el papel) y que el campo magnético sale del mismo. **(2 puntos)**
-¿Qué cambiará si en lugar de aumentar, el módulo del campo disminuyese a razón de -85 T/s? **(1 punto)**

<u>Solución</u>

El módulo de la fem inducida viene dado por la ley de Faraday

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right|$$

donde el flujo viene dado por

$$\phi = N\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = NB\pi R^2\cos\theta\,.$$

Sustituyendo tenemos

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = N\pi R^2\cos\theta\left|\frac{dB}{dt}\right| = 111\ \text{V}$$

y la corriente inducida será :

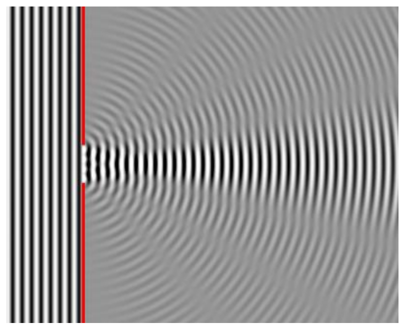
$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = 0,555\ \text{A}$$

Por la ley de Lenz sabemos que el sentido de la corriente debe ser tal que cree un campo magnético que se oponga a la causa de la variación del flujo magnético que ha generado la fem. Como el aumento del flujo es debido a un aumento del módulo del campo magnético, el campo magnético provocado por la corriente deberá tener sentido contrario al campo inicial. Por consiguiente, aplicando la regla de la mano derecha obtenemos que el sentido de la corriente será horario.
En el segundo caso lo único que cambiará será el sentido de la corriente, que pasa a ser antihorario para "compensar" la disminución del módulo del campo.

3. – Explicar en qué consiste la difracción de una onda y poner un ejemplo de difracción (se recomienda ilustrar el ejemplo con un dibujo). ¿Ocurre este fenómeno en todo tipo de ondas? **(1,5 puntos)**
- Explicar la relevancia de este fenómeno en el desarrollo de la física cuántica. **(1 punto)**

<u>Solución</u>

La difracción es el cambio o desviación que experimentan todos los tipos de ondas cuando se encuentran con un obstáculo. Para que este fenómeno sea significativo, el tamaño del objeto, agujero, rendija,… debe ser menor o del orden de la longitud de onda.
El ejemplo típico es la difracción que experimenta una onda plana cuando atraviesa una rendija o agujero situado en una barrera, como se muestra en la siguiente imagen.



Experimentos con haces de electrones incidiendo sobre rendijas o láminas delgadas revelaron fenómenos de difracción y patrones de interferencias similares a los de luz, que el modelo clásico de partícula no podía explicar. Fue la prueba crucial para demostrar la naturaleza ondulatoria de los mismos y por extensión de toda la materia. Mientras que para las partículas macroscópicas no es posible observar estos efectos ondulatorios, en los tamaños y energías característicos del mundo cuántico estos efectos son muy importantes, razón por la cual las partículas subatómicas son descritas mediante funciones de onda.

4. Calcular el número total de emisiones α y β que permitirían completar la transmutación de ${}^{249}_{92}\mathrm{X}$ a ${}^{233}_{86}\mathrm{Y}$. **(2,5 puntos)**

Solución

La variación del número másico nos permite obtener el número de emisiones α, ya que éste no varía durante las emisiones beta. Así pues tenemos que

$$249-4x=233 \quad \rightarrow \quad 4 \text{ emisiones } \alpha .$$

Después de esas 4 emisiones α el número atómico debería haber disminuido en 8 unidades, y sin embargo ha disminuido en 6 unidades, lo que significa que ha debido experimentar como mínimo 2 emisiones β.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Un astronauta de 80 kg se encuentra en un globo espacial en reposo con respecto a la Tierra. Sabiendo que en el globo tiene un peso de 640 N, calcular la distancia del globo al centro del planeta. **(2,5 puntos)**

Datos: $M_{\mathrm{T}} = 5{,}98\times 10^{24}$ kg. $G = 6{,}67\times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Solución

A partir del peso del astronauta calculamos el campo gravitatorio a esa distancia de la Tierra:

$$P = mg \quad \rightarrow \quad g = \frac{P}{m} = 8 \text{ m/s}^2$$

Ahora es fácil calcular la distancia a la que se encuentra el globo:

$$g = G\frac{M_T}{R^2} \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt{\frac{GM_T}{g}} = 7061 \text{ km}$$

2. En una región del espacio en donde existe un campo eléctrico uniforme $\mathbf{E} = E\,\mathbf{i}$ con E positivo, depositamos una carga positiva q de masa m sin velocidad inicial.

- Explicar razonadamente el tipo de movimiento que experimentará la carga debido al campo. **(1 punto)**

- Al cabo de un cierto tiempo la partícula ha recorrido una distancia d bajo la acción del campo eléctrico. Calcular el trabajo realizado por el campo eléctrico entre los dos puntos. **(1 punto)**
- Calcular la velocidad de la carga después de recorrer esa distancia. **(1 punto)**

Solución:

La carga experimentará una fuerza constante debida al campo

$$\mathbf{F} = qE\ \mathbf{i}$$

Esta fuerza es hacia la derecha, provocando un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en la dirección del eje x y sentido positivo.
El trabajo realizado por el campo eléctrico es positivo

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = qEd\ ,$$

Podemos obtener la velocidad de la carga de muchas formas:

$$W = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad qEd = \frac{1}{2}mv^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

$$v^2 = 2ad \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2ad} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

$$\Delta E_c = -\Delta U = W \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

3. Demostrar que la energía total (cinética más potencial) de una partícula que describe un movimiento armónico simple tiene la forma $E = 2\pi^2 MA^2 f^2$, donde M es la masa de la partícula, A la amplitud y f la frecuencia (en Hz). **(2 puntos)**

Solución

La energía total de un movimiento armónico simple tiene la forma

$$\begin{aligned} E = E_c + E_p &= \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}M\omega^2 x^2 \\ &= \frac{1}{2}MA^2\omega^2 \sin^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2}M\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \delta) \\ &= \frac{1}{2}MA^2\omega^2 = 2\pi^2 MA^2 f^2 \end{aligned}$$

4. Un átomo de He-4 está compuesto por dos electrones y un núcleo con dos protones más dos neutrones. Calcular la energía liberada (o energía de enlace) en la síntesis de este átomo a partir de sus constituyentes. **(2,5 puntos)**
Datos: $m_{\text{He-4}}$ = 4,002603 u; m_p = 1,00728 u; m_n = 1,00867 u; m_e = 0,000549 u; c^2 = 931,5 MeV/u.

Solución

La energía liberada es obtenida a partir del defecto másico:

$$E = -\Delta m \times c^2 = \left(2 \times m_p + 2 \times m_n + 2 \times m_e - m_{\text{He-4}}\right) c^2$$
$$= 0{,}030398 \times 931{,}5 \text{ MeV} = 28{,}32 \text{ MeV}$$

OPCIÓN B

1. Sabiendo que la Luna tiene una masa M_{L}, que está situada a una distancia d de la Tierra, y que el campo gravitatorio de la Tierra en la superficie terrestre g_0 es 3600 mayor que el campo gravitatorio terrestre en el centro de la Luna, deducir la expresión de la energía cinética de la Luna en función, exclusivamente, de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

Solución

La energía cinética de la Luna es

$$E_c = \frac{1}{2} M_L v^2 .$$

Ahora debemos calcular la velocidad *v* con la que orbita, a partir de la relación entre la fuerza gravitatoria y la fuerza centrípeta:

$$G \frac{M_T M_L}{d^2} = M_L \frac{v^2}{d} \quad \rightarrow \quad v = \left(G \frac{M_T}{d} \right)^{1/2} .$$

A partir del enunciado sabemos que

$$G \frac{M_T}{d^2} = \frac{g_0}{3600}$$

De modo que finalmente obtenemos

$$E_c = \frac{1}{2} M_L v^2 = \frac{1}{2} \frac{M_L g_0 d}{3600}$$

2. Supongamos una espira cuadrada de lado L situada en el plano xy por la que circula una corriente de intensidad I en el sentido horario. La espira se encuentra en un campo magnético uniforme **B**=*B* **j** con *B* positivo.

- Calcular y representar en una figura la fuerza que el campo magnético ejerce sobre cada lado de la espira. **(2 puntos)**
- Explicar razonadamente cuál será el efecto de la fuerza total del campo magnético sobre la espira: desplazarla, girarla, oprimirla o agrandarla. **(1 punto)**

Solución

La fuerza que siente cada lado de la espira es

$$\mathbf{F} = L\mathbf{I} \times \mathbf{B}$$

Los dos lados de la espira alineados con **B** no sentirán fuerza alguna, mientras que los otros dos lados, en la dirección x sentirán fuerzas iguales en módulo y dirección, perpendicular al plano de la espira, pero de sentidos opuestos.

$$\mathbf{F}_1 = L\mathbf{I}\times\mathbf{B} = LIB\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_2 = L\mathbf{I}\times\mathbf{B} = -LIB\mathbf{k}$$

Esto provocará un par de fuerzas sobre la espira que la hará girar, sin desplazarla, alrededor del eje x.

3. Supongamos que tenemos dos medios con índices de refracción n_1 y n_2 para una cierta luz monocromática. La relación entre ambos índices es $n_1 / n_2 = 1{,}3$. Si un rayo de esta luz incide desde el primer medio al segundo con un ángulo de incidencia de 60º, ¿se producirá refracción? Razonar la respuesta. **(2 puntos)**

Solución

La ley de la refracción establece que

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_r$$

Despejando observamos que no existe un ángulo de refracción que satisfaga la anterior relación ya que

$$\sin\theta_r = \sin\theta_i \frac{n_1}{n_2} > 1$$

Esto es debido a que el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión total

$$\theta_i^* = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 55{,}87^{\circ}$$

4. La serie de Lyman del espectro de emisión del átomo de hidrógeno corresponde a transiciones electrónicas que terminan en el estado fundamental ($n = 1$). Sabiendo que según el modelo de Bohr de este átomo, la energía total del electrón tiene la forma $E(n) = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{13{,}6}{n^2}\ \mathrm{eV}$, determinar la línea de la serie de Lyman que tiene la longitud de onda más corta. **(2,5 puntos)**

Datos: $h = 6{,}63\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s} = 4{,}14\times10^{-15}\ \mathrm{eV\cdot s}$. $c = 3\times10^{8}\ \mathrm{m/s}$.

Solución

Para la serie de Lyman tendremos

$$h\nu = E_i - E_f = -E_0\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{1^2}\right)$$

La menor longitud de onda corresponderá a la mayor frecuencia (o mayor energía), esto es, a la transición más energética, por lo que el estado inicial corresponderá a $n = \infty$:

$$\lambda = -\frac{hc}{E_0}\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{1^2}\right)^{-1} = 9{,}13 \times 10^{-8}\ \text{m}$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Una estación espacial se encuentra en reposo con respecto al Sol a una distancia *R*.

-Sabiendo que en el punto en el que se encuentra la estación la velocidad de escape del campo gravitatorio solar es de 30 km/s, calcular *R.* **(1,5 puntos)**

-Desde la estación se quiere lanzar una sonda para que orbite en torno al Sol siguiendo una trayectoria circular estacionaria. Determine la velocidad angular que debe tener la sonda. **(1,5 puntos)**

Datos: $G = 6{,}67\times10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$. $M_{\mathrm{Sol}} = 2.0\times10^{30}\ \mathrm{kg}$.

Solución

La velocidad de escape es

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_S}{R}}$$

Despejando obtenemos la distancia a la que se encuentra la estación espacial

$$R = \frac{2GM_S}{v_e^{\,2}} = 2{,}96\times10^{11}\ \mathrm{m}$$

El movimiento orbital de la sonda debe satisfacer la relación

$$G\frac{M_S m}{R^2} = m\omega^2 R \;\rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{GM_S}{R^3}} = 7{,}16\times10^{-8}\ \mathrm{rad/s}$$

2. En una bobina de 250 espiras el flujo magnético por espira varía uniformemente desde 10^{-4} Wb hasta 10^{-5} Wb en una décima de segundo. Halla la f.e.m. inducida sobre la bobina. **(2 puntos)**

Solución

De acuerdo con la Ley de Faraday

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right|.$$

En nuestro caso tenemos

$$|\varepsilon| = \left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$$

con $\Delta\phi = N\left(10^{-5} - 10^{-4}\right)$ Wb y $\Delta t = 0{,}1$, por lo que $\xi = 0.225$ V.

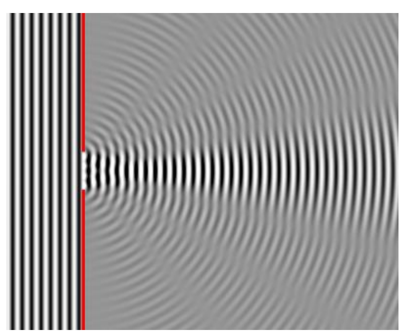
3. –Explicar en qué consiste la difracción de una onda y poner un ejemplo de difracción (se recomienda ilustrar el ejemplo con un dibujo). ¿Ocurre este fenómeno en todo tipo de ondas? **(1,5 puntos)**

- Explicar la relevancia de este fenómeno en el desarrollo de la física cuántica. **(1 punto)**

Solución

La difracción es el cambio o desviación que experimentan todos los tipos de ondas cuando se encuentran con un obstáculo. Para que este fenómeno sea significativo, el tamaño del objeto, agujero, rendija,… debe ser menor o del orden de la longitud de onda.

El ejemplo típico es la difracción que experimenta una onda plana cuando atraviesa una rendija o agujero situado en una barrera, como se muestra en la siguiente imagen.



Experimentos con haces de electrones incidiendo sobre rendijas o láminas delgadas revelaron fenómenos de difracción y patrones de interferencias similares a los de luz, que el modelo clásico de partícula no podía explicar. Fue la prueba crucial para demostrar la naturaleza ondulatoria de los mismos y por extensión de toda la materia. Mientras que para las partículas macroscópicas no es posible observar estos efectos ondulatorios, en los tamaños y energías característicos del mundo cuántico estos efectos son muy importantes, razón por la cual las partículas subatómicas son descritas mediante funciones de onda.

4. La serie de Lyman del espectro de emisión del átomo de hidrógeno corresponde a transiciones electrónicas que terminan en el estado fundamental ($n=1$). Sabiendo que según el modelo de Bohr de este átomo, la energía total del electrón tiene la forma $E(n)=-\frac{E_0}{n^2}=-\frac{13,6}{n^2}\ \mathrm{eV}$, determinar la línea de la serie de Lyman que tiene la longitud de onda más corta. **(2,5 puntos)**
Datos: $h=6,63\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}=4,14\times10^{-15}\ \mathrm{eV\cdot s}$. $c=3\times10^{8}\ \mathrm{m/s}$.

<u>Solución</u>

Para la serie de Lyman tendremos

$$h\nu=E_i-E_f=-E_0\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{1^2}\right)$$

La menor longitud de onda corresponderá a la mayor frecuencia (o mayor energía), esto es, a la transición más energética, por lo que el estado inicial corresponderá a $n=\infty$:

$$\lambda=-\frac{hc}{E_0}\left(\frac{1}{\infty}-\frac{1}{1^2}\right)^{-1}=9,13\times10^{-8}\ \mathrm{m}$$

OPCIÓN B

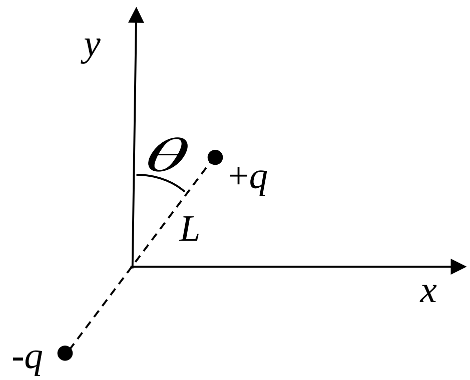
1. La intensidad del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $g_0=9,81\ \mathrm{m/s^2}$. Calcular la intensidad del campo terrestre a una distancia *d* del centro de la Tierra dada por $d=6R_T$, siendo R_T el radio terrestre. **(2 puntos)**

<u>Solución</u>

El campo gravitatorio en esta distancia será

$$g(d)=G\frac{M_T}{d^2}=G\frac{M_T}{(6R_T)^2}=\frac{1}{36}g_0=0,27\ \mathrm{m/s^2}$$

2. Un dipolo consta de dos cargas iguales pero de distinto signo separadas por una distancia L. Supongamos el dipolo mostrado en la figura, que forma un ángulo θ con el eje *y*. El punto medio de su eje imaginario pasa por el origen de coordenadas.



- Calcular la energía potencial electrostática de esta configuración de carga. **(1 punto)**
- Supongamos que el dipolo se encuentra dentro de un campo eléctrico externo que produce un potencial eléctrico que para cada punto del espacio tiene la función $V(x,y)=x^2+y^2$ (en voltios). Calcular la energía potencial electrostática del dipolo (suma de las energías potenciales de las dos cargas) debida al campo externo. **(2 puntos)**

Solución

La energía potencial interna del dipolo (producida por los campos generados por cada carga es)

$$U_{\text{dipolo int}} = -k\frac{q^2}{L}.$$

La energía potencial electrostática de cada carga del dipolo en el campo externo es

$$U_i = q_i V(x_i, y_i)$$

Los potenciales eléctricos debidos al campo eléctrico externo en las posiciones de las cargas del dipolo son

$$V_{+q} = \frac{L^2}{4}\sin^2(\theta) + \frac{L^2}{4}\cos^2(\theta) = \frac{L^2}{4}$$

$$V_{-q} = \frac{L^2}{4}\sin^2(\theta) + \frac{L^2}{4}\cos^2(\theta) == \frac{L^2}{4}$$

Por consiguiente, la energía del dipolo con respecto al campo externo será

$$U_{\text{dipolo ext}} = U_{+q} + U_{-q} = +qV_{+q} - qV_{-q} = 0.$$

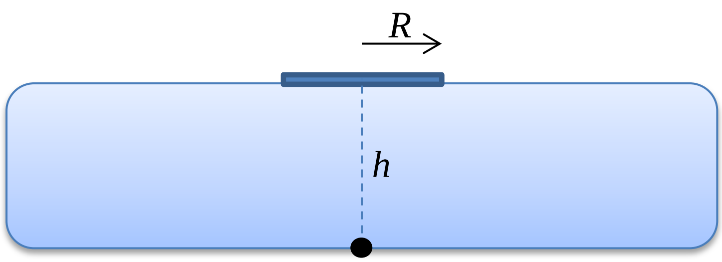
3. Demostrar que la energía total (cinética más potencial) de una partícula que describe un movimiento armónico simple tiene la forma $E = 2\pi^2 MA^2 f^2$, donde M es la masa de la partícula, A la amplitud y f la frecuencia (en Hz). **(2 puntos)**

Solución

La energía total de un movimiento armónico simple tiene la forma

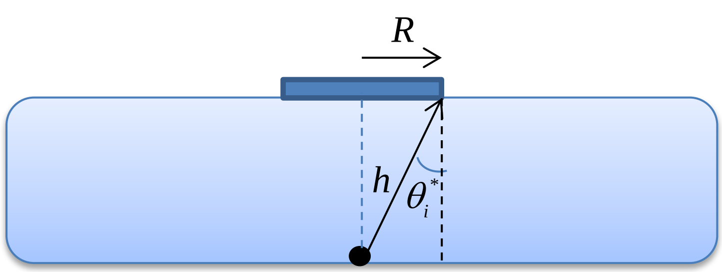
$$
\begin{aligned}
E = E_c + E_p &= \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}M\omega^2 x^2 \\
&= \frac{1}{2}MA^2\omega^2 \sin^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2}M\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \delta) \\
&= \frac{1}{2}MA^2\omega^2 = 2\pi^2 MA^2 f^2
\end{aligned}
$$

4. La relación entre los índices de refracción del hielo y el aire es $n_{hielo} / n_{aire} = 1{,}41.$ Supongamos que tenemos un objeto puntual en el fondo de una placa de hielo de espesor *h* = 10 cm, tal y como se muestra en la figura. ¿Cuál debe ser el radio mínimo *R* de un disco opaco plano que, colocado en la vertical del objeto sobre la superficie del hielo, no permita ver desde ningún punto del aire el objeto? **(3 puntos)**



<u>Solución</u>

Todos los rayos que parten del objeto y llegan a la superficie con un ángulo de incidencia mayor que el ángulo límite de reflexión total θ_i^* sufrirán reflexión total y no serán recibidos por el observador situado en el aire.



Por lo tanto tenemos que

$$
\tan\theta_i^* = \frac{R}{h} \quad \rightarrow \quad R = h\tan\theta_i^* = h\tan\left(\arcsin\left(\frac{n_{aire}}{n_{hielo}}\right)\right) = 10\,\text{cm}
$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. La velocidad angular con la que un satélite de 100 kg de masa describe una órbita circular estacionaria en torno al planeta Venus es $\omega = 10^{-4}$ rad/s.
-Calcular la energía total que tiene el satélite durante la órbita. Considerar que el origen de energía potencial se encuentra en un punto infinitamente alejado. **(2 puntos)**
-¿Qué energía sería necesaria para cambiar a otra órbita circular con velocidad angular $\omega = 10^{-5}$ rad/s? **(1 punto)**
Datos: $M_{\text{Venus}} = 5\times10^{24}$ kg. $G = 6{,}67\times10^{-11}\ \text{Nm}^2/\text{kg}^2$.

Solución

La energía potencial del satélite viene dada por la expresión $U = -\dfrac{GM_{\text{T}}m}{R} + U_0$, donde U_0 es una constante que depende del origen de energía potencial considerado. Si suponemos, por ejemplo, que $U = 0$ cuando $r = \infty$, tenemos entonces que $U_0 = 0$. Por otro lado la energía cinética se calcula a partir de

$$m\frac{v^2}{R} = G\frac{M_{\text{T}}m}{R^2} \quad \rightarrow \quad E_c = \frac{1}{2}mv^2 = G\frac{M_T m}{2R} \ .$$

Sumando ambas energías obtenemos que la energía total del satélite es:

$$E = E_c + U = -G\frac{M_{\text{Venus}}m}{2R}.$$

Ahora debemos calcular el radio de la órbita a partir del dato de la velocidad angular

$$G\frac{M_{\text{Venus}}m}{R^2}=m\frac{v^2}{R}=m\omega^2 R \quad \rightarrow \quad R=\left(G\frac{M_{\text{Venus}}}{\omega^2}\right)^{1/3}.$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación anterior llegamos a

$$E=-G\frac{M_{\text{Venus}}m}{2\left(\frac{GM_{\text{Venus}}}{\omega^2}\right)^{1/3}}=-\frac{m}{2}\left(GM_{\text{Venus}}\omega\right)^{2/3}$$

En la órbita inicial la energía del satélite será $E_1=-5,2\times10^8$ J, mientras que en la órbita final la energía será $E_2=-1,1\times10^8$ J. La diferencia de energías entre las dos órbitas será precisamente la energía que deberá suministrarse al satélite:

$$\Delta E=E_2-E_1=4,1\times10^8 \text{ J}.$$

2. En una bobina de 250 espiras el flujo magnético por espira varía uniformemente desde 10^{-4} Wb hasta 10^{-5} Wb en una décima de segundo. Halla la f.e.m. inducida sobre la bobina. **(2 puntos)**

Solución

De acuerdo con la Ley de Faraday

$$|\varepsilon|=\left|\frac{d\phi}{dt}\right|.$$

En nuestro caso tenemos

$$|\varepsilon|=\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$$

con $\Delta\phi=N\left(10^{-5}-10^{-4}\right)$ Wb y $\Delta t=0,1$, por lo que $\xi=0.225$ V.

3. Supongamos que tenemos dos medios con índices de refracción n_1 y n_2 para una cierta luz monocromática. La relación entre ambos índices es $n_1/n_2=1,3$. Si un rayo de esta luz incide desde el primer medio al segundo con un ángulo de incidencia de 60º, ¿se producirá refracción? Razonar la respuesta. **(2 puntos)**

Solución

La ley de la refracción establece que

$$n_1\sin\theta_i=n_2\sin\theta_r$$

Despejando observamos que no existe un ángulo de refracción que satisfaga la anterior relación ya que

$$\sin\theta_r=\sin\theta_i\frac{n_1}{n_2}>1$$

Esto es debido a que el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión total

$$\theta_i^* = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 55{,}87^{\circ}$$

4. La radiación gamma emitida durante la desintegración beta del ^{60}Co se utiliza frecuentemente en el tratamiento del cáncer. El cobalto $^{60}\mathrm{Co}$ decae a $^{60}\mathrm{Ni}$ mediante la siguiente desintegración beta, emitiendo dos fotones γ (radiación gamma):

$$^{60}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{60}\mathrm{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e + 2\gamma$$

- Despreciando la masa del electrón e^- y la del antineutrino $\bar{\nu}_e$, calcular la energía liberada en la desintegración. **(1,5 puntos)**
- De esa energía liberada, una parte aparece en forma de energía cinética de las partículas beta y el resto en forma de dos fotones gamma. Sabiendo que la energía cinética de las partículas beta es de 325 keV, calcular la frecuencia de los dos fotones emitidos suponiendo que son iguales. **(1,5 puntos)**

Datos: $m_{^{60}\mathrm{Co}} = 59{,}93382\ \mathrm{u}$; $m_{^{60}\mathrm{Ni}} = 59{,}9307864\ \mathrm{u}$; $c^2 = 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}$; $h = 4{,}14\times10^{-15}\ \mathrm{eV\cdot s}$.

Solución

- Despreciando la masa del electrón y la del antineutrino, tenemos que la energía liberada en la desintegración es

$$Q_{\beta^-} = \left(m_{^{60}\mathrm{Co}} - m_{^{60}\mathrm{Ni}}\right)c^2 = \left(59{,}93382 - 59{,}9307864\right)\times 931{,}5 = 2{,}826\ \mathrm{MeV}.$$

Como

$$Q_{\beta^-} = E_c(e^-) + 2E_\gamma \quad \rightarrow \quad E_\gamma = \frac{1}{2}\left(Q_{\beta^-} - E_c(e^-)\right) = 1{,}25\ \mathrm{MeV},$$

por lo que en cada desintegración se producen dos fotones con energías 1,25 MeV. La frecuencia de cada fotón será

$$\nu = \frac{E_\gamma}{h} = 3.02\times10^{20}\ \mathrm{Hz}$$

OPCIÓN B

1. Sabiendo que la gravedad en la superficie de la Luna es 1/5 de la terrestre (siendo ésta $g_0 = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$), calcular la velocidad de escape de la Luna sabiendo que la velocidad de escape en la Tierra es de 11,2 km/s y que la relación entre los radios terrestre y lunar es de $R_T = 3{,}67\times R_L$. **(2.5 puntos)**

Solución

La velocidad de escape en la Luna es

$$v_L{}^2 = G\frac{2M_L}{R_L} = 2g_{0L}R_L$$

y en la Tierra

$$v_T{}^2 = G\frac{2M_T}{R_T} = 2g_{0T}R_T$$

Dividiendo ambas ecuaciones obtenemos que

$$v_L{}^2 = v_T{}^2\frac{g_{0L}}{g_{0T}}\frac{R_L}{R_T} = \frac{v_T{}^2}{5\times 3,67} \quad \Rightarrow \quad v_L = 2,61 \text{ km/s}$$

2. Supongamos que tenemos dos cargas $-q_1$ y q_2 situadas sobre el eje *x* en los puntos $x = -a$ y $x = a$, respectivamente.

- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $x > a$ del eje x. **(1 punto)**
- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $x < -a$ del eje x. **(1 punto)**
- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $-a < x < a$ del eje x. **(1 punto)**

<u>Solución</u>

El campo eléctrico producido por las dos cargas cuando $x > a$ es

$$\mathbf{E}(x) = \frac{-kq_1}{(x+a)^2}\mathbf{i} + \frac{kq_2}{(x-a)^2}\mathbf{i}$$

Hacemos lo mismo para valores negativos de *x*, cuando $x < a$ tenemos:

$$\mathbf{E}(x) = \frac{kq_1}{(x+a)^2}\mathbf{i} + \frac{-kq_2}{(x-a)^2}\mathbf{i}$$

Cuando $-a < x < a$ obtenemos

$$\mathbf{E}(x) = \frac{-kq_1}{(x+a)^2}\mathbf{i} + \frac{-kq_2}{(x-a)^2}\mathbf{i}$$

3. Los valores extremos de la aceleración de un movimiento armónico simple en el eje X son $\pm 16\pi^2$ cm/s^2. Obtener la ecuación completa de la posición en función del tiempo sabiendo que la frecuencia de la oscilación es de 4 Hz y que cuando t = 1/8 s la posición es x = 0,125 cm con velocidad negativa. **(2,5 puntos)**

<u>Solución</u>

La solución general de la ecuación del movimiento armónico simple es

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$
$$v = -A\omega\sin(\omega t + \delta)$$
$$a = -A\omega^2\cos(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$$

De los datos del enunciado tenemos $\omega = 2\pi f = 8\pi$ rad/s

Además:

$$A\omega^2 = 16\pi^2 \quad \rightarrow \quad A = 16\pi^2 / \omega^2 = 0,25 \text{ cm}$$

Ahora sólo queda calcular la fase inicial a partir de la condición inicial

$$x(t = 1/8) = 0,125 \ \text{ cm} = 0,250 \cos(\pi + \delta) \,.$$

Despejando

$$\cos(\pi + \delta) = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad (\pi + \delta) = \arccos\frac{1}{2} = \pm\frac{\pi}{3} \quad \rightarrow \quad \delta = \begin{cases} -\dfrac{2\pi}{3} \\ -\dfrac{4\pi}{3} \end{cases}$$

Para distinguir entre las dos posibles fases debemos utilizar el dato de la velocidad

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \delta) = \begin{cases} -5.44 \quad \text{si } \delta = -\dfrac{2\pi}{3} \\ 5.44 \quad \text{si } \delta = -\dfrac{4\pi}{3} \end{cases}$$

por lo que la ecuación del movimiento será

$$x(t) = 0,250 \cos\left(8\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

4. En el análisis de ciertas sustancias se emplea la difracción de neutrones, que se basa en efectos ondulatorios que suceden cuando la longitud de onda de De Broglie de los neutrones es comparable a la separación entre átomos del material. Estímese el orden de magnitud de las distancias interatómicas que se pueden distinguir cuando se usan neutrones con energía cinética de $0,027 \text{ eV}$. **(2 puntos)**

Datos: la masa del neutrón es $m_{\text{n}} = 1,67 \times 10^{-27} \text{kg}$.

$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4,14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$. $\quad \text{eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Solución

Los neutrones con esa energía cinética tienen momentos lineales de

$$p = \sqrt{2mE} = 3,8 \times 10^{-24} \text{kg m/s}$$

La longitud de onda de De Broglie se calcula como $\lambda = h / p$, por lo que $\lambda = 1,75 \times 10^{-10} \text{ m}$, que es el orden de la distancia interatómica de un cristal.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Supongamos que sólo conocemos el valor de la constante de gravitación universal *G*, el radio de la órbita de la Luna alrededor de la tierra *R* y el periodo de su órbita *T*.

- ¿Cuánto vale la masa de la Tierra en función de estos datos? **(1,5 puntos)**

-¿Qué dato nos faltará para poder calcular la energía mecánica total de la Luna dentro del campo gravitatorio creado por nuestro satélite? **(1,5 puntos)**

Solución

La fuerza de atracción gravitatoria que la Tierra ejerce sobre la Luna es la responsable del movimiento de rotación de la última sobre la primera. Podemos escribir por tanto que

$$G\frac{M_T m_L}{R^2} = m_L \omega^2 R = m_L \frac{4\pi^2}{T^2} R\ .$$

Despejando M_T obtenemos que $M_T = \dfrac{4\pi^2}{GT^2} R^3$.

La energía total de nuestro satélite será (hemos tomado el origen de energía potencial en el infinito)

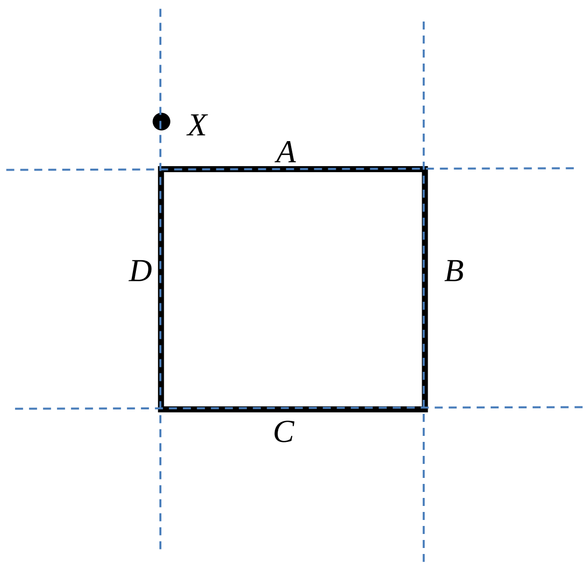
$$E = E_c + U = -G\frac{M_T m_L}{2R}\ .$$

Es evidente que nos faltará la masa de la luna.

2. Según la ley de Biot y Savart, el campo magnético $d\mathbf{B}$ producido por un elemento de corriente $Id\mathbf{l}$ de longitud dl por el que circula una intensidad de corriente I, viene dado por la ecuación

$$d\mathbf{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Supongamos que tenemos la espira cuadrada mostrada en la figura por la que circula una corriente. ¿Qué lados de la espira contribuirán al campo magnético producido en el punto X indicado en la figura? Justificar la respuesta. Las líneas discontinuas sólo indican las direcciones de los lados de la espira. **(2,5 puntos)**



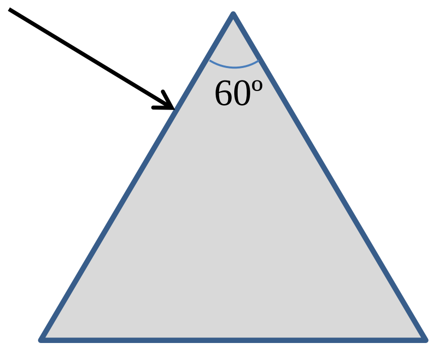
Solución

Según la ley de Biot y Savart, el campo magnético $d\mathbf{B}$ producido por un elemento de corriente Idl viene dado por la ecuación

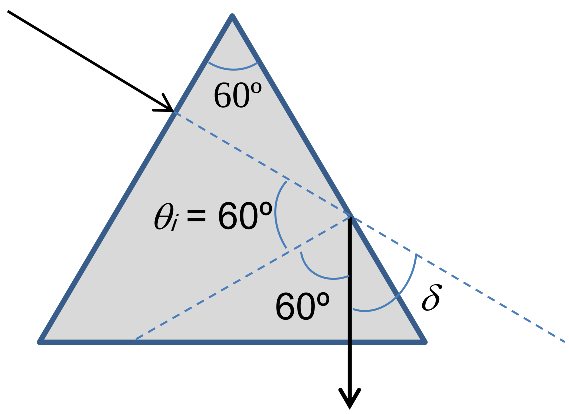
$$d\mathbf{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Este campo será nulo cuando $d\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}=0$, es decir, cuando el elemento de corriente tenga la misma dirección que el vector posición del punto con respecto al elemento de corriente. En nuestro problema esto ocurrirá para todos los elementos de corriente del lado *D*, por lo que sólo contribuirán los lados *A*, *B* y *C*.

3. Un rayo de luz monocromática incide desde el aire ($n=1$) perpendicularmente sobre la superficie lateral de un prisma triangular con índice de refracción 1,5 (ver figura). Describir qué ocurrirá dentro del prisma y calcular la desviación del rayo que sale del prisma con respecto a la dirección inicial. **(3 puntos)**



<u>Solución</u>



Primero calculamos el ángulo límite para la reflexión total, para saber si puede haber refracción en la segunda cara del prisma

$$\theta_i^* = \arcsin\left(\frac{n_r}{n_i}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,8^{\circ}$$

Como se observa en la figura, el ángulo de incidencia sobre la segunda cara del prisma será de 60º. Como es mayor que 41,8º se producirá la reflexión total. De modo que el rayo reflejado saldrá perpendicularmente a la base del prisma.
La desviación será de

$$\delta = 180^{\circ} - 120^{\circ} = 30^{\circ}$$

4. En el análisis de ciertas sustancias se emplea la difracción de neutrones, que se basa en efectos ondulatorios que suceden cuando la longitud de onda de De Broglie de los neutrones es comparable a la separación entre átomos del material. Estímese el orden de magnitud de las distancias interatómicas que se pueden distinguir cuando se usan neutrones con energía cinética de $0,027\ \mathrm{eV}$. **(2 puntos)**

Datos: la masa del neutrón es $m_n = 1,67 \times 10^{-27}$ kg.
$h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s $= 4,14 \times 10^{-15}$ eV·s. eV $= 1,60 \times 10^{-19}$ J.

Solución

Los neutrones con esa energía cinética tienen momentos lineales de

$$p = \sqrt{2mE} = 3,8 \times 10^{-24} \text{ kg m/s}$$

La longitud de onda de De Broglie se calcula como $\lambda = h/p$, por lo que $\lambda = 1,75 \times 10^{-10}$ m, que es el orden de la distancia interatómica de un cristal.

OPCIÓN B

1. La intensidad del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$. Calcular la intensidad del campo gravitatorio generado por la Luna en su propia superficie sabiendo que el radio terrestre es 3,7 veces mayor que el lunar, y que la masa de la Tierra es 81,4 veces la masa de la Luna. **(2 puntos)**

Solución

El campo gravitatorio en la superficie de la Luna valdrá

$$g_L = G\frac{M_L}{R_L^2} = G\frac{(3,7)^2 \times M_T}{81,4 \times R_T^2} = \frac{(3,7)^2}{81,4} g_T = 1,65 \text{ m/s}^2$$

2. Se sitúa un electrón con velocidad inicial nula dentro de un campo eléctrico constante $\mathbf{E} = 5000\ \mathbf{i} - 2000\ \mathbf{j} + 1000\ \mathbf{k}$ N/C.

- Calcular la velocidad del electrón en función del tiempo *t*. **(1,5 puntos)**
- Supongamos que el electrón recorre una cierta trayectoria debido a la acción del campo eléctrico, si la diferencia de potencial entre el punto final y el inicial es de 300 V, ¿cuánto valdrá la velocidad final del electrón? **(1,5 puntos)**

Datos: $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg; $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C.

Solución

La fuerza que experimenta el electrón debido a la presencia del campo eléctrico es

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = -e\left(5000\ \mathbf{i} - 2000\ \mathbf{j} + 1000\ \mathbf{k}\right) \text{ N},$$

y la aceleración

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \frac{-e}{m}\left(5000\ \mathbf{i} - 2000\ \mathbf{j} + 1000\ \mathbf{k}\right) \text{ m/s}^2$$

por lo que la velocidad en función del tiempo será

$$\mathbf{v} = \mathbf{v_0} + \mathbf{a}t = -1,76 \times 10^{11}\left(5000\ \mathbf{i} - 2000\ \mathbf{j} + 1000\ \mathbf{k}\right)t \quad \text{m/s}$$

Para la segunda parte aplicamos la conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_c = -\Delta U$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = -q\Delta V = e\Delta V \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m}} = 1,027\times 10^7 \text{ m/s}$$

3. Una partícula oscila en el eje X con un movimiento armónico simple cuya ecuación es $x(t) = 2\cos(4\pi t)$ cm. Calcular el espacio total que ha recorrido la partícula cuando $t = 1,2$ s. **(2,5 puntos)**

Solución

La posición inicial de la partícula es la posición de máximo desplazamiento

$$x_i = x(t=0) = 2 \text{ cm}.$$

La posición final es

$$x_f = x(t=1,2) = -1.618 \text{ cm},$$

moviéndose hacia la izquierda (velocidad negativa). Como el periodo de oscilación de la partícula es

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{2} \text{ s},$$

en esos primeros 1,2 s ha realizado dos oscilaciones completas, lo que equivale a una distancia total de 8 veces la amplitud de la oscilación, 16 cm (en cada oscilación recorre 4 veces la máxima elongación). A esto hay que añadir el valor absoluto de la diferencia entre la posición inicial y la final:

$$d = 16 + \left|x_f - x_i\right| = 19,618 \text{ cm}$$

4. Calcular la energía liberada en la reacción nuclear $\mathrm{O} + \mathrm{O} \rightarrow \mathrm{He} + \mathrm{Si}$ sabiendo que la masa nuclear del O es 15,99491 u, la del Si es 27,97693 u y la del He es 4,00260 u. **(2,5 puntos)**

Datos: $c^2 = 931,5 \text{ MeV/u}$

Solución

La energía de la desintegración vale

$$Q = -\Delta m c^2 = \left(2m_{\mathrm{O}} - m_{\mathrm{He}} - m_{\mathrm{Si}}\right)c^2$$

$$= \left(2\times 15,99491 - 27,97693 - 4,00260\right)\times 931,5 = 9,585 \text{ MeV}$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Un satélite geoestacionario es aquél cuya posición permanece siempre en la vertical de un determinado punto de la superficie terrestre (más concretamente en la vertical del ecuador). Calcular el radio de la órbita de este tipo de satélites. **(2,5 puntos**)

Datos: $M_\mathrm{T} = 5{,}98\times10^{24}$ kg. $G = 6{,}67\times10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Solución

Al permanecer siempre en la vertical de un determinado punto, los satélites geoestacionarios giran con la misma velocidad angular con la que lo hace la Tierra, es decir, con un periodo *T* de revolución de 24 h (86400 s). Tenemos entonces que

$$G\frac{M_T m}{R^2} = m\frac{v_T^2}{R} = m\omega^2 R = m\frac{4\pi^2}{T^2}R\ .$$

Despejando *R* obtenemos

$$R = \left(G\frac{T^2 M_T}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 42000\ \mathrm{km}$$

2. Supongamos que tenemos dos cargas $-q_1$ y q_2 situadas sobre el eje *x* en los puntos $x = -a$ y $x = a$, respectivamente.

- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $x > a$ del eje x. **(1 punto)**
- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $x < -a$ del eje x. **(1 punto)**

- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $-a < x < a$ del eje x. **(1 punto)**

Solución

El campo eléctrico producido por las dos cargas cuando $x > a$ es

$$\mathbf{E}(x) = \frac{-kq_1}{(x+a)^2}\mathbf{i} + \frac{kq_2}{(x-a)^2}\mathbf{i}$$

Hacemos lo mismo para valores negativos de *x*, cuando $x < a$ tenemos:

$$\mathbf{E}(x) = \frac{kq_1}{(x+a)^2}\mathbf{i} + \frac{-kq_2}{(x-a)^2}\mathbf{i}$$

Cuando $-a < x < a$ obtenemos

$$\mathbf{E}(x) = \frac{-kq_1}{(x+a)^2}\mathbf{i} + \frac{-kq_2}{(x-a)^2}\mathbf{i}$$

3. Una partícula de 0,5 kg de masa describe un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud, realizando 2 oscilaciones en cada segundo. Calcular la energía cinética que poseerá la partícula cuando pase por su posición de equilibrio. **(2 puntos)**

Solución

La velocidad de la partícula cuando pasa por la posición de equilibrio es la velocidad máxima: $v_{\max} = A\omega = A2\pi f = 1{,}257 \text{ m/s}$

La energía cinética será

$$E_c = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = 0{,}395 \text{ J}$$

4. Supongamos que el índice de refracción de un material varía con la longitud onda λ del modo: $n(\lambda) = \dfrac{\lambda_0}{\lambda}$, donde λ_0 es una constante tal que $\lambda_0 > \lambda$. Un rayo de luz blanca incide desde el aire ($n=1$) sobre el material con un ángulo de incidencia ϕ. Calcular, en función de los datos del problema, qué rango de longitudes de onda atravesarán el material. **(2,5 puntos)**

Solución

El ángulo límite para que se produzca la reflexión total ($\theta_r = 90^{\circ}$) es

$$\theta_i^* = \arcsin\left(\frac{n_r}{n_i}\right) = \arcsin\left(n(\lambda)^{-1}\right) = \arcsin\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)$$

El ángulo de incidencia es ϕ y es el mismo para todas las longitudes de onda, de modo que las longitudes de onda que atravesaran el medio serán aquellas para las que se produce refracción

$$\phi < \arcsin\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right) \quad \rightarrow \quad \lambda > \lambda_0 \sin\phi$$

OPCIÓN B

1. Dos satélites idénticos A y B describen órbitas circulares estacionarias de diferente radio $(R_A > R_B)$ alrededor de la Tierra debido a la acción de su campo gravitatorio. Razone cuál de los dos tiene mayor energía cinética, mayor energía potencial y mayor energía total. **(2.5 puntos)**

Solución

Sabiendo que la fuerza de atracción gravitatoria es la responsable del movimiento orbital tenemos que:

$$G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}G\frac{M_T m}{r},$$

por lo que la energía cinética dependerá directamente del radio de la órbita: menor radio implica mayor energía cinética, así que tendrá mayor energía cinética el satélite B.

La energía potencial tiene la forma general:

$$U = -G\frac{M_T m}{r} + U_0 .$$

Como es negativa, cuanto mayor es el radio orbital mayor es su energía potencial, así que tendrá mayor energía potencial el satélite A.

Finalmente, la energía total, dada por la suma de cinética más potencial, valdrá:

$$E = -\frac{1}{2}G\frac{M_T m}{r} + U_0 ,$$

y su comportamiento con la distancia es similar al de la energía potencial. De nuevo tendrá mayor energía potencial el satélite A.

2. En un determinado instante una carga de 1 μC entra con una velocidad $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ m/s en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico $\mathbf{E} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ N/C y un campo magnético $\mathbf{B} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ T. Calcular la fuerza que experimenta la carga en ese momento. **(2,5 puntos)**

Solución

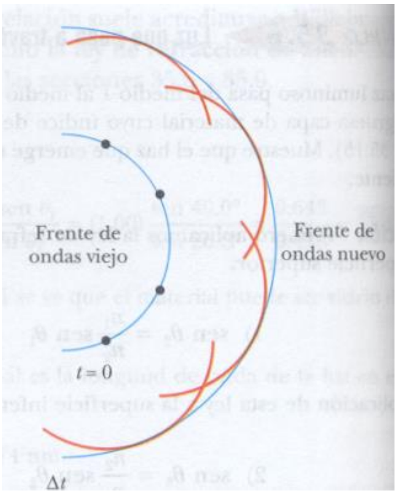
La fuerza que experimenta será

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 2 \times 10^{-6} (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 7\mathbf{k}) \text{ N}$$

3. -Explicar el principio de Huygens para la propagación de ondas. **(1,5 puntos)**
- Ilustrar con una figura como se aplica este principio para explicar el proceso de propagación de una onda circular. **(1 punto)**

Solución

El principio de Huygens es método geométrico para describir la propagación de una onda cualquiera a través del espacio. Cada punto de un frente de onda primario sirve como foco (o fuente) de ondas esféricas secundarias que avanzan con una velocidad y frecuencia igual a las de la onda primaria. El frente de onda primario al cabo de un cierto tiempo es la envolvente de estas ondas elementales.



4. El cesio emite electrones para una longitud de onda máxima de 579 nm. Calcular la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos si se ilumina con luz verde de 500 nm. **(2,5 puntos)**

Datos: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s $= 4{,}14 \times 10^{-15}$ eV·s. $c = 3 \times 10^{8}$ m/s.

Solución

En primer lugar debemos obtener la función de trabajo ϕ del cesio a partir de la frecuencia umbral para la fotoemisión de electrones

$$\phi = h\nu_u .$$

El balance energético en el efecto fotoeléctrico tiene la forma

$$E_{c\,\max} = h\nu - \phi$$

Sustituyendo la ecuación de arriba en la de abajo tenemos

$$E_{c\,\max} = h\nu - \phi = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_u}\right) = 0{,}34 \text{ eV}$$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. A una altura *h* con respecto a la superficie de un planeta una persona tiene un cierto peso. Calcular el radio del planeta en función de *h* sabiendo que en su superficie, el peso de la persona se ha duplicado. (Considerar únicamente el campo gravitatorio creado por el planeta) **(2,5 puntos)**

Solución

Los pesos de esa persona se calculan como

$$P = G\frac{M}{(R+h)^2}m$$

$$2P = G\frac{M}{R^2}m$$

Dividiendo ambas expresiones obtenemos

$$2 = \frac{(R+h)^2}{R^2} \quad \rightarrow \quad R = \frac{h}{\sqrt{2}-1}$$

2. En una región del espacio en donde existe un campo eléctrico uniforme $\mathbf{E} = E\,\mathbf{i}$ con E positivo, depositamos una carga negativa $-q$ de masa m sin velocidad inicial.

- Explicar razonadamente el tipo de movimiento que experimentará la carga debido al campo. **(1 punto)**

- Al cabo de un cierto tiempo la partícula ha recorrido una distancia d bajo la acción del campo eléctrico. Calcular el trabajo realizado por el campo eléctrico entre los dos puntos. **(1 punto)**
- Calcular la velocidad de la carga después de recorrer esa distancia. **(1 punto)**

Solución:

La carga experimentará una fuerza constante debida al campo

$$\mathbf{F} = -qE\ \mathbf{i}$$

Esta fuerza es hacia la izquierda, provocando un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en la dirección del eje x y sentido negativo.
El trabajo realizado por el campo eléctrico es positivo

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = qEd\ ,$$

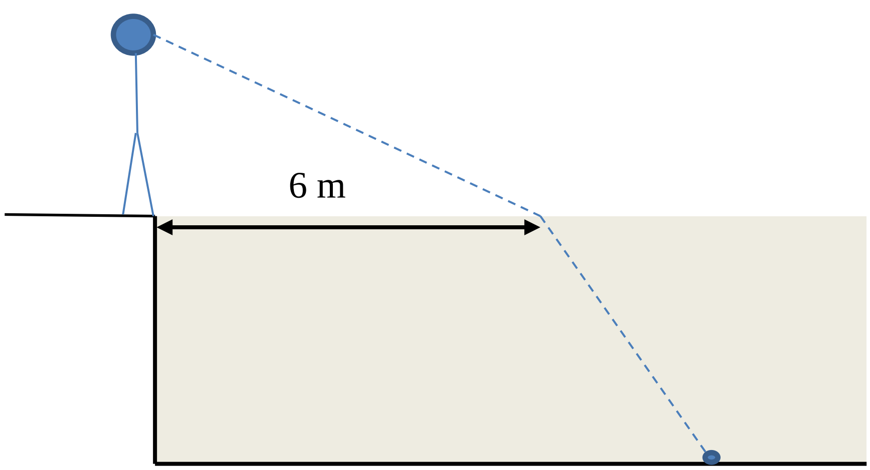
Podemos obtener la velocidad de la carga de muchas formas:

$$W = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad qEd = \frac{1}{2} m v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

$$v^2 = 2ad \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2ad} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

$$\Delta E_c = -\Delta U = W \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

3. Un objeto se encuentra sumergido en el fondo de una piscina a una distancia horizontal del borde de 18 m. Un observador, cuyos ojos están a 1,5 m del suelo, se encuentra en el borde de la piscina y ve la imagen del objeto en la superficie del agua a 6 m del borde (ver figura). Si el índice de refracción del agua con respecto al aire es 4/3, calcular la profundidad de la piscina. **(2,5 puntos)**



Solución

Aplicamos la ley de la refracción

$$n_{agua} \sin\theta_i = n_{aire} \sin\theta_r$$

y despejamos

$$\theta_i = \arcsin\left(\sin\theta_r \frac{n_{aire}}{n_{agua}}\right).$$

Como sabemos que

$$\tan\theta_r = \frac{6}{1,5} \quad \rightarrow \quad \theta_r = 76^{\circ}$$

obtenemos

$$\theta_i = \arcsin\left(\sin\theta_r \frac{n_{aire}}{n_{agua}}\right) = 46,7^{\circ}$$

Finalmente

$$\tan\theta_i = \frac{18-6}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{18-6}{\tan\theta_i} = 11,3 \text{ m}$$

4. Según el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, la energía total del electrón tiene la forma $E(n) = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}$ eV. Calcular la longitud de onda del fotón emitido como consecuencia de la relajación del electrón desde el estado excitado $(n=2)$ hasta el estado fundamental $(n=1)$. **(2 puntos)**

Datos: $h = 6,63\times10^{-34}$ J·s $= 4,14\times10^{-15}$ eV·s. $c = 3\times10^{8}$ m/s.

Solución

La energía del fotón emitido vendrá dada por la diferencia de energías entre los niveles atómicos ocupados por el electrón:

$$h\nu = E_i - E_f = -E_0\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^{\,2}}\right).$$

Despejando la longitud de onda

$$\lambda = -\frac{hc}{E_0}\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^{\,2}}\right)^{-1} = 1,22\times10^{-7} \text{ m}$$

OPCIÓN B

1. La distancia media entre la Tierra y el Sol es de 150×10^{9} m. Supongamos que nos encontramos en la superficie terrestre, calcular el cociente entre la velocidad con la que debemos lanzar un objeto para superar el campo gravitatorio terrestre y

la velocidad que debe tener el mismo objeto lanzado desde el mismo punto para escapar del campo gravitatorio del Sol. **(2,5 puntos)**

Datos: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ $\mathrm{Nm^2/kg^2}$. $M_{\mathrm{T}} = 5,98 \times 10^{24}$ kg. $M_{\mathrm{Sol}} = 2,0 \times 10^{30}$ kg. $R_{\mathrm{T}} = 6370$ km.

Solución

La velocidad de escape es

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Calculamos la velocidad de escape con respecto a la Tierra en un punto de su superficie

$$v_{e,\mathrm{Tierra}} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = 11,2 \text{ km/s}$$

Calculamos la velocidad de escape con respecto al Sol en un punto de la Tierra (obsérvese que como el radio terrestre es mucho menor que la distancia media del Sol a la Tierra , el resultado no variará con el punto en particular de la superficie que se considere, la Tierra puede ser vista como un punto)

$$v_{e,\mathrm{Sol}} = \sqrt{\frac{2GM_S}{d_{T-S}}} = 42,2 \text{ km/s}$$

Vemos que la velocidad de escape del campo solar es más de 3,8 veces mayor que la del campo terrestre.

2. En un determinado instante una carga de 1 μC entra con una velocidad $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ m/s en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico $\mathbf{E} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ N/C y un campo magnético $\mathbf{B} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ T. Calcular la fuerza que experimenta la carga en ese momento. **(2,5 puntos)**

Solución

La fuerza que experimenta será

$$\mathbf{F} = q\left(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\right) = 2 \times 10^{-6}\left(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 7\mathbf{k}\right) \text{ N}$$

3. Una onda armónica transversal $y(x,t)$ se propaga en la dirección y sentido positivo del eje X con una velocidad de 10 m/s. La distancia horizontal entre dos puntos de la onda con la misma fase es de 0,2 m. En el instante inicial, la amplitud del punto situado en el origen es de 0,01 m. Sabiendo que el módulo de la velocidad máxima de cualquier punto de la onda es π m/s, determinar la ecuación de la onda. **(2,5 puntos)**

Solución

La ecuación general de una función de onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X es

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

y el módulo de la velocidad máxima de vibración es

$$v_{\max} = \max\left|\frac{dy}{dt}\right| = A\omega$$

Ahora debemos calcular cada magnitud a partir de los datos del enunciado:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi = 31,4 \text{ rad/m}$$

$$\omega = kv = 100\pi = 314,2 \text{ rad/s}$$

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{\pi}{100\pi} = 0,01 \text{ m}$$

por lo que la función de onda será

$$y(x,t) = 0,01 \text{ sen}(10\pi x - 100\pi t + \delta) \text{ m}.$$

Para calcular la fase sabemos que

$$y(0,0) = 10^{-2}\text{sen}(\delta) = 10^{-2} \text{ m}$$

Despejando obtenemos

$$\delta = \text{arcsen}(1) = \frac{\pi}{2},$$

lo cual es lógico ya que la posición del origen en el instante inicial es la posición de máxima amplitud de la onda.

La solución es

$$y(x,t) = 0,01 \text{ sen}(10\pi x - 100\pi t + \pi/2) \text{ m}$$
$$= 0,01 \text{ sen}(31,4x - 314,2\pi t + 1,57) \text{ m}$$

4. Calcular la energía liberada en la reacción nuclear $\text{O} + \text{O} \rightarrow \text{He} + \text{Si}$ sabiendo que la masa nuclear del O es 15,99491 u, la del Si es 27,97693 u y la del He es 4,00260 u. **(2,5 puntos)**

Datos: $c^2 = 931,5 \text{ MeV/u}$

Solución

La energía de la desintegración vale

$$Q = -\Delta m c^2 = \left(2m_{\text{O}} - m_{\text{He}} - m_{\text{Si}}\right)c^2$$
$$= \left(2 \times 15,99491 - 27,97693 - 4,00260\right) \times 931,5 = 9,585 \text{ MeV}$$

FÍSICA

Criterios específicos de corrección y calificación
PAU-Selectividad

En la asignatura de **FÍSICA** se presentan al estudiante dos opciones de examen que se denominan **OPCIÓN A** y **OPCIÓN B**, cada una de ellas está constituida por **4 ejercicios**. El estudiante **deberá escoger solamente una de las dos opciones** y realizar los ejercicios planteados en la misma. Los ejercicios pueden consistir en simples cuestiones o problemas con apartados. La puntuación de cada ejercicio o apartado aparecerá al final del mismo y puede variar dependiendo del grado de dificultad o del tiempo de resolución estimado.

La corrección y calificación tendrá en cuenta los siguientes criterios:

- La respuesta a cada ejercicio será calificada con la puntuación máxima (indicada al final del mismo) cuando la solución del estudiante esté correctamente planteada, el desarrollo bien justificado y al final se obtenga la solución correcta.

- Se valorará positivamente la realización de esquemas, diagramas y/o dibujos, así como el razonamiento detallado de los diferentes pasos.

- Es importante presentar los resultados con las unidades adecuadas.

- Es importante respetar la naturaleza vectorial o escalar de las magnitudes con las que se operan.

- Penalizará una mala presentación de las respuestas a los ejercicios.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

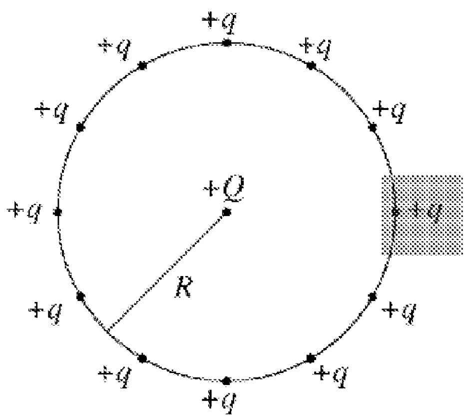
En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

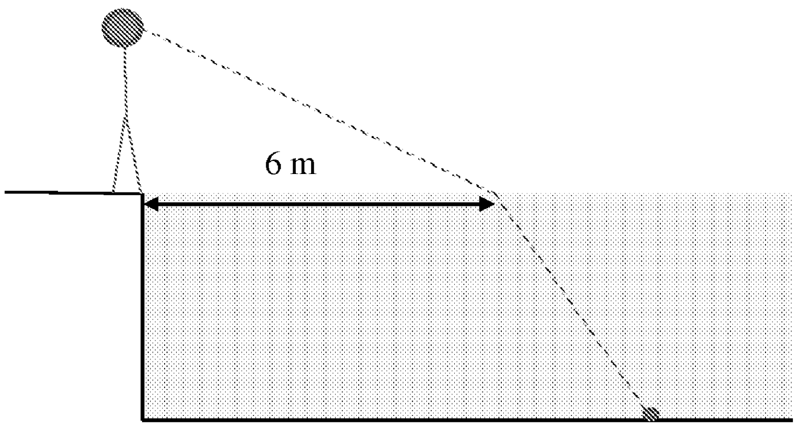
1. Dos satélites idénticos A y B describen órbitas circulares estacionarias de diferente radio $(R_A > R_B)$ alrededor de la Tierra debido a la acción de su campo gravitatorio. Razone cuál de los dos tiene mayor energía cinética, mayor energía potencial y mayor energía total. **(2,5 puntos)**

2. Como se muestra en la figura, se colocan 12 cargas positivas iguales +*q* distribuidas equitativamente sobre una circunferencia de radio *R*, es decir, los arcos de circunferencia entre cargas contiguas son todos iguales.



- Calcule la fuerza neta que actúa sobre una carga $+Q$ en el centro del círculo. **(1 punto)**
- Calcule la fuerza neta que actúa sobre la misma carga $+Q$ situada en el centro del círculo si se quita la carga marcada con el recuadro gris. **(1,5 puntos)**

3. Un objeto se encuentra sumergido en el fondo de una piscina a una distancia horizontal del borde de 18 m. Un observador, cuyos ojos están a 1,5 m del suelo, se encuentra en el borde de la piscina y ve la imagen del objeto en la superficie del agua a 6 m del borde (ver figura). Si el índice de refracción del agua con respecto al aire es 4/3, calcular la profundidad de la piscina. **(2,5 puntos)**



4. El cesio emite electrones para una longitud de onda máxima de 579 nm. Calcular la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos si se ilumina con luz verde de 500 nm. **(2,5 puntos)**

Datos: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} = 4{,}14 \times 10^{-15}\ \mathrm{eV \cdot s}$. $c = 3 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}$.

OPCIÓN B

1. A una altura *h* con respecto a la superficie de un planeta una persona tiene un cierto peso. Calcular el radio del planeta en función de *h* sabiendo que en su superficie, el peso de la persona se ha duplicado. (Considerar únicamente el campo gravitatorio creado por el planeta) **(2,5 puntos)**

2. Un campo magnético uniforme forma un ángulo de 30º con el eje de una bobina circular de 300 vueltas, radio 4 cm y resistencia total 200 Ω. El módulo del campo varía a razón de 85 T/s, permaneciendo fija su dirección.
- Determinar la corriente inducida sobre la bobina y el sentido de la misma. Este sentido podrá ser horario o antihorario, y para determinarlo supondremos que una de las espiras de la bobina se encuentra en el plano del papel (la bobina atraviesa el papel) y que el campo magnético sale del mismo. **(2 puntos)**
-¿Qué cambiará si en lugar de aumentar, el módulo del campo disminuyese a razón de -85 T/s? **(1 punto)**

3. Una masa unida al extremo de un muelle horizontal de masa despreciable describe un movimiento armónico simple de amplitud 1 m. Calcular la elongación del muelle en el instante en el que la aceleración de la masa es la mitad de su valor máximo. **(2 puntos)**

4. Un átomo de He-4 está compuesto por dos electrones y un núcleo con dos protones más dos neutrones. Calcular la energía liberada (o energía de enlace) en la síntesis de este átomo a partir de sus constituyentes. **(2,5 puntos)**
Datos: $m_{\text{He-4}}$ = 4,002603 u; m_p = 1,00728 u; m_n = 1,00867 u; m_e = 0,000549 u; c^2 = 931,5 MeV/u.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Un astronauta de 80 kg se encuentra en un globo espacial en reposo con respecto a la Tierra. Sabiendo que en el globo tiene un peso de 640 N, calcular la distancia del globo al centro del planeta. **(2,5 puntos)**

Datos: $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg. $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

2. En una región del espacio en donde existe un campo eléctrico uniforme $\mathbf{E} = E\,\mathbf{i}$ con E positivo, depositamos una carga positiva q de masa m sin velocidad inicial.

- Explicar razonadamente el tipo de movimiento que experimentará la carga debido al campo. **(1 punto)**
- Al cabo de un cierto tiempo la partícula ha recorrido una distancia d bajo la acción del campo eléctrico. Calcular el trabajo realizado por el campo eléctrico entre los dos puntos. **(1 punto)**
- Calcular la velocidad de la carga después de recorrer esa distancia. **(1 punto)**

3. Demostrar que la energía total (cinética más potencial) de una partícula que describe un movimiento armónico simple tiene la forma $E = 2\pi^2 M A^2 f^2$, donde M es la masa de la partícula, A la amplitud y f la frecuencia (en Hz). **(2 puntos)**

4. Un átomo de He-4 está compuesto por dos electrones y un núcleo con dos protones más dos neutrones. Calcular la energía liberada (o energía de enlace) en la síntesis de este átomo a partir de sus constituyentes. **(2,5 puntos)**
Datos: $m_{He\text{-}4}$ = 4,002603 u; m_p = 1,00728 u; m_n = 1,00867 u; m_e = 0,000549 u; c^2 = 931,5 MeV/u.

OPCIÓN B

1. Sabiendo que la Luna tiene una masa M_L, que está situada a una distancia d de la Tierra, y que el campo gravitatorio de la Tierra en la superficie terrestre g_0 es 3600 mayor que el campo gravitatorio terrestre en el centro de la Luna, deducir la expresión de la energía cinética de la Luna en función, exclusivamente, de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

2. Supongamos una espira cuadrada de lado L situada en el plano xy por la que circula una corriente de intensidad I en el sentido horario. La espira se encuentra en un campo magnético uniforme **B**=*B* **j** con *B* positivo.
- Calcular y representar en una figura la fuerza que el campo magnético ejerce sobre cada lado de la espira. **(2 puntos)**
- Explicar razonadamente cuál será el efecto de la fuerza total del campo magnético sobre la espira: desplazarla, girarla, oprimirla o agrandarla. **(1 punto)**

3. Supongamos que tenemos dos medios con índices de refracción n_1 y n_2 para una cierta luz monocromática. La relación entre ambos índices es $n_1 / n_2 = 1,3$. Si un rayo de esta luz incide desde el primer medio al segundo con un ángulo de incidencia de 60º, ¿se producirá refracción? Razonar la respuesta. **(2 puntos)**

4. La serie de Lyman del espectro de emisión del átomo de hidrógeno corresponde a transiciones electrónicas que terminan en el estado fundamental ($n = 1$). Sabiendo que según el modelo de Bohr de este átomo, la energía total del electrón tiene la forma $E(n) = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}$ eV, determinar la línea de la serie de Lyman que tiene la longitud de onda más corta. **(2,5 puntos)**
Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s $= 4,14 \times 10^{-15}$ eV·s. $c = 3 \times 10^8$ m/s.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. La velocidad angular con la que un satélite de 100 kg de masa describe una órbita circular estacionaria en torno al planeta Venus es $\omega = 10^{-4}$ rad/s.

-Calcular la energía total que tiene el satélite durante la órbita. Considerar que el origen de energía potencial se encuentra en un punto infinitamente alejado. **(2 puntos)**

-¿Qué energía sería necesaria para cambiar a otra órbita circular con velocidad angular $\omega = 10^{-5}$ rad/s? **(1 punto)**

Datos: $M_{Venus} = 5\times10^{24}$ kg. $G = 6,67\times10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

2. En una bobina de 250 espiras el flujo magnético por espira varía uniformemente desde 10^{-4} Wb hasta 10^{-5} Wb en una décima de segundo. Halla la f.e.m. inducida sobre la bobina. **(2 puntos)**

3. Supongamos que tenemos dos medios con índices de refracción n_1 y n_2 para una cierta luz monocromática. La relación entre ambos índices es $n_1 / n_2 = 1,3$. Si un rayo de esta luz incide desde el primer medio al segundo con un ángulo de incidencia de 60º, ¿se producirá refracción? Razonar la respuesta. **(2 puntos)**

4. La radiación gamma emitida durante la desintegración beta del ^{60}Co se utiliza frecuentemente en el tratamiento del cáncer. El cobalto $^{60}\mathrm{Co}$ decae a $^{60}\mathrm{Ni}$ mediante la siguiente desintegración beta, emitiendo dos fotones γ (radiación gamma):

$$^{60}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{60}\mathrm{Ni} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e} + 2\gamma$$

- Despreciando la masa del electrón e^- y la del antineutrino $\bar{\nu}_\mathrm{e}$, calcular la energía liberada en la desintegración. **(1,5 puntos)**
- De esa energía liberada, una parte aparece en forma de energía cinética de las partículas beta y el resto en forma de dos fotones gamma. Sabiendo que la energía cinética de las partículas beta es de 325 keV, calcular la frecuencia de los dos fotones emitidos suponiendo que son iguales. **(1,5 puntos)**

Datos: $m_{^{60}\mathrm{Co}} = 59{,}93382\ \mathrm{u}$; $m_{^{60}\mathrm{Ni}} = 59{,}9307864\ \mathrm{u}$; $c^2 = 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}$; $h = 4{,}14 \times 10^{-15}\ \mathrm{eV \cdot s}$.

OPCIÓN B

1. Sabiendo que la gravedad en la superficie de la Luna es 1/5 de la terrestre (siendo ésta $g_0 = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$), calcular la velocidad de escape de la Luna sabiendo que la velocidad de escape en la Tierra es de 11,2 km/s y que la relación entre los radios terrestre y lunar es de $R_T = 3{,}67 \times R_L$. **(2,5 puntos)**

2. Supongamos que tenemos dos cargas $-q_1$ y q_2 situadas sobre el eje *x* en los puntos $x = -a$ y $x = a$, respectivamente.
- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $x > a$ del eje x. **(1 punto)**
- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $x < -a$ del eje x. **(1 punto)**
- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $-a < x < a$ del eje x. **(1 punto)**

3. Los valores extremos de la aceleración de un movimiento armónico simple en el eje X son $\pm 16\pi^2\ \mathrm{cm/s^2}$. Obtener la ecuación completa de la posición en función del tiempo sabiendo que la frecuencia de la oscilación es de 4 Hz y que cuando t = 1/8 s la posición es x = 0,125 cm con velocidad negativa. **(2,5 puntos)**

4. En el análisis de ciertas sustancias se emplea la difracción de neutrones, que se basa en efectos ondulatorios que suceden cuando la longitud de onda de De Broglie de los neutrones es comparable a la separación entre átomos del material. Estímese el orden de magnitud de las distancias interatómicas que se pueden distinguir cuando se usan neutrones con energía cinética de $0{,}027\ \mathrm{eV}$. **(2 puntos)**

Datos: la masa del neutrón es $m_n = 1{,}67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$.

$h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} = 4{,}14 \times 10^{-15}\ \mathrm{eV \cdot s}$. $\mathrm{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Un satélite geoestacionario es aquél cuya posición permanece siempre en la vertical de un determinado punto de la superficie terrestre (más concretamente en la vertical del ecuador). Calcular el radio de la órbita de este tipo de satélites. **(2,5 puntos)**
Datos: $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg. $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

2. Supongamos que tenemos dos cargas $-q_1$ y q_2 situadas sobre el eje *x* en los puntos $x = -a$ y $x = a$, respectivamente.
- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $x > a$ del eje x. **(1 punto)**
- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $x < -a$ del eje x. **(1 punto)**
- Calcular el campo eléctrico producido en un punto $-a < x < a$ del eje x. **(1 punto)**

3. Una partícula de 0,5 kg de masa describe un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud, realizando 2 oscilaciones en cada segundo. Calcular la energía cinética que poseerá la partícula cuando pase por su posición de equilibrio. **(2 puntos)**

4. Supongamos que el índice de refracción de un material varía con la longitud onda λ del modo: $n(\lambda) = \dfrac{\lambda_0}{\lambda}$, donde λ_0 es una constante tal que $\lambda_0 > \lambda$. Un rayo de luz blanca incide desde el aire $(n = 1)$ sobre el material con un ángulo de incidencia ϕ. Calcular, en función de los datos del problema, qué rango de longitudes de onda atravesarán el material. **(2,5 puntos)**

OPCIÓN B

1. Dos satélites idénticos A y B describen órbitas circulares estacionarias de diferente radio $(R_A > R_B)$ alrededor de la Tierra debido a la acción de su campo gravitatorio. Razone cuál de los dos tiene mayor energía cinética, mayor energía potencial y mayor energía total. **(2,5 puntos)**

2. En un determinado instante una carga de 1 μC entra con una velocidad $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ m/s en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico $\mathbf{E} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ N/C y un campo magnético $\mathbf{B} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ T. Calcular la fuerza que experimenta la carga en ese momento. **(2,5 puntos)**

3. -Explicar el principio de Huygens para la propagación de ondas. **(1,5 puntos)**
- Ilustrar con una figura como se aplica este principio para explicar el proceso de propagación de una onda circular. **(1 punto)**

4. El cesio emite electrones para una longitud de onda máxima de 579 nm. Calcular la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos si se ilumina con luz verde de 500 nm. **(2,5 puntos)**
Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s $= 4,14 \times 10^{-15}$ eV·s. $c = 3 \times 10^{8}$ m/s.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Supongamos que sólo conocemos el valor de la constante de gravitación universal *G*, el radio de la órbita de la Luna alrededor de la tierra *R* y el periodo de su órbita *T*.

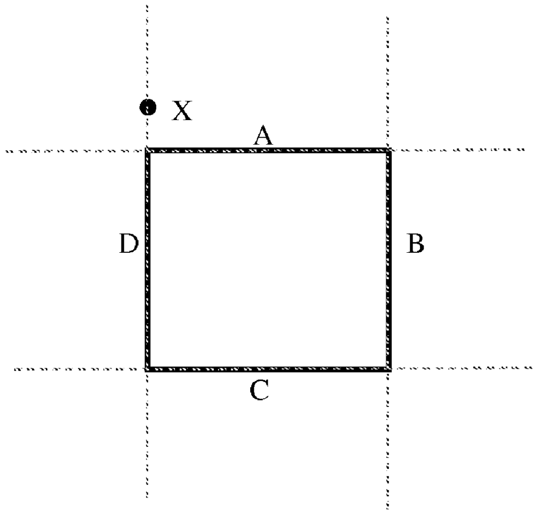
- ¿Cuánto vale la masa de la Tierra en función de estos datos? **(1,5 puntos)**

-¿Qué dato nos faltará para poder calcular la energía mecánica total de la Luna dentro del campo gravitatorio creado por nuestro satélite? **(1,5 puntos)**

2. Según la ley de Biot y Savart, el campo magnético $\mathbf{dB}$ producido por un elemento de corriente $\mathrm{I}\mathrm{d}\mathbf{l}$ de longitud $\mathrm{d}\mathbf{l}$ por el que circula una intensidad de corriente I, viene dado por la ecuación

$$\mathrm{d}\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{I}\mathrm{d}\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{\mathrm{r}^2}$$

Supongamos que tenemos la espira cuadrada mostrada en la figura por la que circula una corriente. ¿Qué lados de la espira contribuirán al campo magnético producido en el punto *X* indicado en la figura? Justificar la respuesta. Las líneas discontinuas sólo indican las direcciones de los lados de la espira. **(2,5 puntos)**



3. Una partícula oscila en el eje X con un movimiento armónico simple cuya ecuación es $x(t) = 2\cos(4\pi t)$ cm. Calcular el espacio total que ha recorrido la partícula cuando $t = 1{,}2$ s. **(2,5 puntos)**

4. ¿Cómo es la longitud de onda de De Broglie de los objetos macroscópicos que forman parte de nuestra vida diaria?
a) mucho menor que el tamaño de los núcleos atómicos.
b) mucho mayor que el tamaño de los núcleos atómicos.
c) aproximadamente igual.
Escoger la opción correcta considerando, por ejemplo, una pelota de tenis de 100 g que se mueve a 100 km/h, y sabiendo que el radio de un núcleo atómico es del orden de 10^{-15} m. **(2 puntos)**
Datos: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J $\cdot$ s $= 4{,}14 \times 10^{-15}$ eV $\cdot$ s.

OPCIÓN B

1. La velocidad de escape del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $v_e = 11{,}2$ m/s. Calcular la velocidad de escape del campo gravitatorio lunar en la superficie de la Luna, sabiendo que el radio terrestre es 3,7 veces mayor que el lunar, y que la masa de la Tierra es 81,4 veces la masa de la Luna. **(2 puntos)**

2. Se sitúa un electrón con velocidad inicial nula dentro de un campo eléctrico constante $\mathbf{E} = 5000\,\mathbf{i} - 2000\,\mathbf{j} + 1000\,\mathbf{k} \quad \mathrm{N/C}$.
- Calcular la velocidad del electrón en función del tiempo *t*. **(1,5 puntos)**
- Supongamos que el electrón recorre una cierta trayectoria debido a la acción del campo eléctrico, si la diferencia de potencial entre el punto final y el inicial es de 300 V, ¿cuánto valdrá la velocidad final del electrón? **(1,5 puntos)**

Datos: $m_e = 9{,}1\times10^{-31}$ kg; $e = 1{,}6\times10^{-19}$ C.

3. Un rayo de luz monocromática incide oblicuamente desde un medio de índice de refracción n_1 hacia otro medio de índice de refracción n_2. Obtener el ángulo que forma el rayo reflejado con la línea de separación de los dos medios sabiendo que el ángulo de refracción es ϕ. **(2 puntos)**

4. La radiación gamma emitida durante la desintegración beta del ^{60}Co se utiliza frecuentemente en el tratamiento del cáncer. El cobalto $^{60}\mathrm{Co}$ decae a $^{60}\mathrm{Ni}$ mediante la siguiente desintegración beta, emitiendo dos fotones γ (radiación gamma):

$$^{60}\mathrm{Co} \to {}^{60}\mathrm{Ni} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e} + 2\gamma$$

- Despreciando la masa del electrón e^- y la del antineutrino $\bar{\nu}_\mathrm{e}$, calcular la energía liberada en la desintegración. **(1,5 puntos)**
- De esa energía liberada, una parte aparece en forma de energía cinética de las partículas beta y el resto en forma de dos fotones gamma. Sabiendo que la energía cinética de las partículas beta es de 325 keV, calcular la frecuencia de los dos fotones emitidos suponiendo que son iguales. **(1,5 puntos)**

Datos: $m_{^{60}\mathrm{Co}} = 59{,}93382\ \mathrm{u}$; $m_{^{60}\mathrm{Ni}} = 59{,}9307864\ \mathrm{u}$; $c^2 = 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}$; $h = 4{,}14\times10^{-15}\ \mathrm{eV\cdot s}$.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

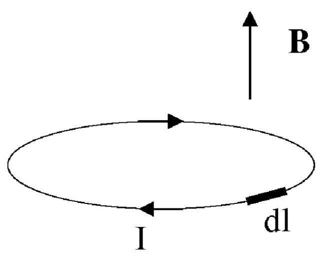
1. Una estación espacial se encuentra en reposo con respecto al Sol a una distancia *R*.

-Sabiendo que en el punto en el que se encuentra la estación la velocidad de escape del campo gravitatorio solar es de 30 km/s, calcular *R*. **(1,5 puntos)**

-Desde la estación se quiere lanzar una sonda para que orbite en torno al Sol siguiendo una trayectoria circular estacionaria. Determine la velocidad angular que debe tener la sonda. **(1,5 puntos)**

Datos: $G = 6{,}67\times10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$. $M_{Sol} = 2.0\times10^{30}\ \mathrm{kg}$.

2. Una espira circular por la que circula una corriente de intensidad *I* en el sentido mostrado en la figura se encuentra dentro de un campo magnético B constante y perpendicular al plano de la espira, tal y como se muestra en la figura.



- Calcular el módulo y dibujar el vector fuerza ejercido por el campo magnético sobre el pequeño elemento de corriente dl indicado en la figura. **(1,5 puntos)**
- Discutir razonadamente el efecto neto que producirá la fuerza total debida al campo magnético sobre la espira: ninguno, desplazarla, rotarla, expandirla o contraerla. **(1 punto)**

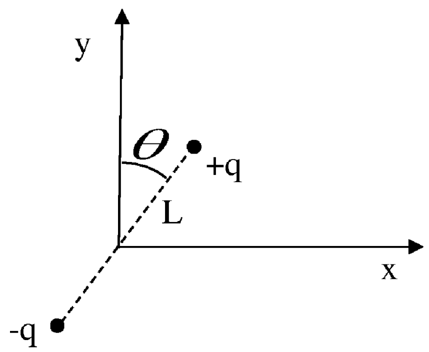
3. Una partícula oscila en el eje X con un movimiento armónico simple cuya ecuación es $x(t) = 10^{-2} \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \mathrm{cm}$. Calcular el tiempo que tarda la partícula en pasar por tercera vez por la posición de equilibrio ($x = 0 \mathrm{~cm}$). **(2,5 puntos)**

4. ¿Cómo es la longitud de onda de De Broglie de los objetos macroscópicos que forman parte de nuestra vida diaria?
a) mucho menor que el tamaño de los núcleos atómicos.
b) mucho mayor que el tamaño de los núcleos atómicos.
c) aproximadamente igual.
Escoger la opción correcta considerando, por ejemplo, una pelota de tenis de 100 g que se mueve a 100 km/h, y sabiendo que el radio de un núcleo atómico es del orden de 10^{-15} m. **(2 puntos)**
Datos: $h = 6{,}63 \times 10^{-34} \mathrm{~J \cdot s} = 4{,}14 \times 10^{-15} \mathrm{~eV \cdot s}$.

OPCIÓN B

1. La velocidad de escape del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $v_e = 11{,}2 \mathrm{~m/s}$. Calcular la velocidad de escape del campo gravitatorio lunar en la superficie de la Luna, sabiendo que el radio terrestre es 3,7 veces mayor que el lunar, y que la masa de la Tierra es 81,4 veces la masa de la Luna. **(2 puntos)**

2. Un dipolo consta de dos cargas iguales pero de distinto signo separadas por una distancia L. Supongamos el dipolo mostrado en la figura, que forma un ángulo θ con el eje *y*. El punto medio de su eje imaginario pasa por el origen de coordenadas.



- Calcular la energía potencial electrostática de esta configuración de carga. **(1 punto)**
- Supongamos que el dipolo se encuentra dentro de un campo eléctrico externo que produce un potencial eléctrico que para cada punto del espacio tiene la función $V(x,y) = x^2 + y^2$ (en voltios). Calcular la energía potencial electrostática del dipolo (suma de las energías potenciales de las dos cargas) debida al campo externo. **(2 puntos)**

3. Supongamos que el índice de refracción de un material varía con la longitud onda λ del modo: $n(\lambda) = \frac{\lambda_0}{\lambda}$, donde λ_0 es una constante tal que $\lambda_0 > \lambda$. Un rayo de luz blanca incide desde el aire $(n = 1)$ sobre el material con un ángulo de incidencia ϕ. Calcular, en función de los datos del problema, qué rango de longitudes de onda atravesarán el material. **(2,5 puntos)**

4. La actividad inicial de una muestra radiactiva es de 15 desintegraciones por minuto. Calcular el tiempo que ha transcurrido para que la actividad disminuya a 2 desintegraciones por minuto sabiendo que el periodo de semidesintegración es de 5730 años. **(2,5 puntos)**

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

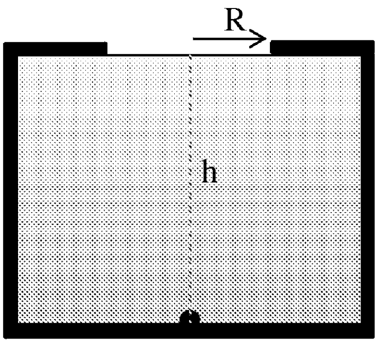
OPCIÓN A

1. La intensidad del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $g_0 = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$. Calcular la intensidad del campo gravitatorio generado por la Luna en su propia superficie sabiendo que el radio terrestre es 3,7 veces mayor que el lunar, y que la masa de la Tierra es 81,4 veces la masa de la Luna. **(2 puntos)**

2. Supongamos la siguiente distribución de carga: una carga *q* en el punto (-1,1), una carga 2*q* en (1,1), una carga –3*q* en (+1,–1) y otra de 6*q* en (–1, –1).
- Calcular el potencial eléctrico en el origen. **(1,5 puntos)**
- Si situamos una quinta carga *q* y masa *m* en el origen, y la liberamos desde el reposo, calcular su velocidad cuando se encuentre a una distancia infinita de las cargas. **(1,5 puntos)**

3. Una partícula de 0,5 kg de masa describe un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud, realizando 2 oscilaciones en cada segundo. Calcular la energía cinética que poseerá la partícula cuando pase por su posición de equilibrio. **(2 puntos)**

4. Como se ilustra en la figura, tenemos un líquido contenido en un recipiente opaco que tiene un orificio en su superficie con forma circular de radio R = 4 cm. Los lados del recipiente tienen un grosor despreciable. En el fondo del recipiente, dentro del líquido, colocamos un objeto puntual situado en la vertical que pasa por el centro del orificio. Calcular la profundidad h que debe tener el recipiente para que el objeto se vea desde cualquier posición exterior a través del orificio. El índice de refracción del líquido con respecto al aire es 2. **(3 puntos)**



OPCIÓN B

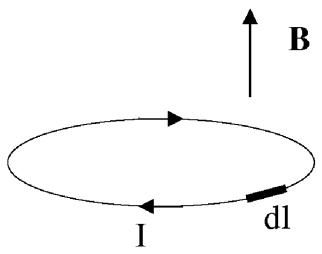
1. La velocidad angular con la que un satélite de 100 kg de masa describe una órbita circular estacionaria en torno al planeta Venus es $\omega = 10^{-4}$ rad/s.

-Calcular la energía total que tiene el satélite durante la órbita. Considerar que el origen de energía potencial se encuentra en un punto infinitamente alejado. **(2 puntos)**

-¿Qué energía sería necesaria para cambiar a otra órbita circular con velocidad angular $\omega = 10^{-5}$ rad/s? **(1 punto)**

Datos: $M_{Venus} = 5\times10^{24}$ kg. $G = 6{,}67\times10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

2. Una espira circular por la que circula una corriente de intensidad I en el sentido mostrado en la figura se encuentra dentro de un campo magnético B constante y perpendicular al plano de la espira, tal y como se muestra en la figura.



- Calcular el módulo y dibujar el vector fuerza ejercido por el campo magnético sobre el pequeño elemento de corriente dl indicado en la figura. **(1,5 puntos)**
- Discutir razonadamente el efecto neto que producirá la fuerza total debida al campo magnético sobre la espira: ninguno, desplazarla, rotarla, expandirla o contraerla. **(1 punto)**

3. Una onda armónica transversal $y(x,t)$ se propaga en la dirección y sentido positivo del eje X con una velocidad de 10 m/s. La distancia horizontal entre dos puntos de la onda con la misma fase es de 0,2 m. En el instante inicial, la amplitud del punto situado en el origen es de 0,01 m. Sabiendo que el módulo de la velocidad máxima de cualquier punto de la onda es π m/s, determinar la ecuación de la onda. **(2,5 puntos)**

4. Escoger la opción que mejor responde a la pregunta: ¿por qué las reacciones nucleares de fusión y fisión liberan tanta energía? Razonar la elección. **(2 puntos)**

a) En realidad, las reacciones en sí mismas no liberan energía puesto que en el caso de la fisión es necesario bombardear los núcleos pesados con partículas muy energéticas (como los neutrones), mientras que en la caso de la fusión es necesario utilizar partículas también muy energéticas, como las partículas alfa.

b) Porque la masa total en reposo de los productos de la reacción es significativamente mayor que la de los reactivos.

c) Porque la energía de enlace (o energía de ligadura) por nucleón en los productos de la reacción es considerablemente mayor que la energía de enlace en los reactivos.

d) Porque las reacciones de fisión y fusión son, en realidad, desintegraciones radiactivas en las que se produce la emisión espontánea de radiaciones muy energéticas.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

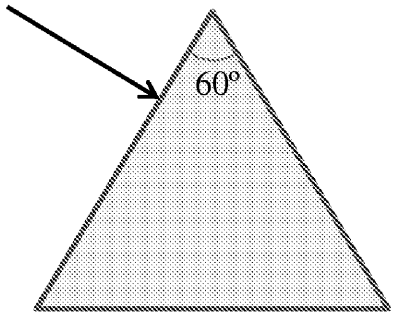
Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Sabiendo que la gravedad en la superficie de la Luna es 1/5 de la terrestre (siendo ésta $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$), calcular la velocidad de escape de la Luna sabiendo que la velocidad de escape en la Tierra es de 11,2 km/s y que la relación entre los radios terrestre y lunar es de $R_T = 3,67 \times R_L$. **(2,5 puntos)**

2. Una carga puntual positiva q_1 está situada en el origen de coordenadas. Otra carga puntual q_2 se sitúa en el punto (0,1) m. Calcular el campo eléctrico creado por estas cargas en el punto (1/2,1/2) m en función de q_1, q_2 y la constante de Coulomb k. **(2,5 puntos)**

3. Un rayo de luz monocromática incide desde el aire ($n = 1$) perpendicularmente sobre la superficie lateral de un prisma triangular con índice de refracción 1,5 (ver figura). Describir qué ocurrirá dentro del prisma y calcular la desviación del rayo que sale del prisma con respecto a la dirección inicial. **(2,5 puntos)**

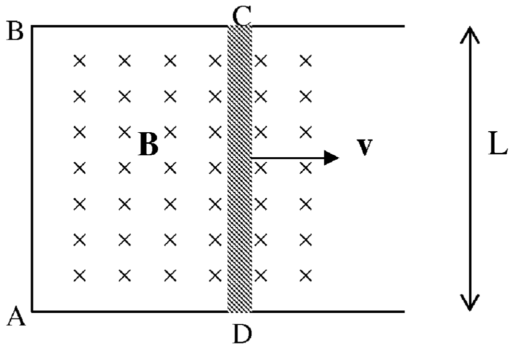


4. La actividad inicial de una muestra radiactiva es de 15 desintegraciones por minuto. Calcular el tiempo que ha transcurrido para que la actividad disminuya a 2 desintegraciones por minuto sabiendo que el periodo de semidesintegración es de 5730 años. **(2,5 puntos)**

OPCIÓN B

1. Un astronauta de 80 kg se encuentra en un globo espacial en reposo con respecto a la Tierra. Sabiendo que en el globo tiene un peso de 640 N, calcular la distancia del globo al centro del planeta. **(2,5 puntos)**
Datos: $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg. $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

2. El sistema de conductores representado en la figura se encuentra dentro de un campo magnético constante e uniforme **B**, de módulo *B*, perpendicular al plano del papel y entrando hacia el mismo. El segmento conductor CD, de longitud *L*, se mueve sin rozamiento con velocidad constante **v**. Suponer que la resistencia total del circuito ABCD es *R*.
- Aplicar la ley de Faraday para calcular la f.e.m. inducida sobre la espira ABCD y la corriente que circulará sobre la misma. **(2 puntos)**
- A partir de la ley de Lenz, ¿cuál será el sentido de circulación de la corriente? **(1 punto)**



3. Una partícula oscila en el eje X con un movimiento armónico simple cuya ecuación es $x(t) = 10^{-2} \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm. Calcular el tiempo que tarda la partícula en pasar por tercera vez por la posición de equilibrio ($x = 0$ cm). **(2,5 puntos)**

4. Según el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, la energía total del electrón tiene la forma $E(n) = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}$ eV. Calcular la longitud de onda del fotón emitido como consecuencia de la relajación del electrón desde el estado excitado $(n = 2)$ hasta el estado fundamental $(n = 1)$. **(2 puntos)**

Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s $= 4,14 \times 10^{-15}$ eV·s. $c = 3 \times 10^8$ m/s.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Sabiendo que la Luna tiene una masa M_L, que está situada a una distancia d de la Tierra, y que el campo gravitatorio de la Tierra en la superficie terrestre g_0 es 3600 mayor que el campo gravitatorio terrestre en el centro de la Luna, deducir la expresión de la energía cinética de la Luna en función, exclusivamente, de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

2. Se disponen 4 cargas puntuales en los vértices de un cuadrado de lado $2L$ centrado en el origen: una carga $+q$ en el punto $(-L, L)$, una carga $-q$ en (L, L), una carga $-q$ en $(L, -L)$, y otra de $+q$ en $(-L, -L)$.
- Calcular el potencial eléctrico creado por la distribución de carga en el origen. **(1,5 puntos)**
- Calcular el trabajo total necesario para llevar una carga Q, inicialmente en reposo en el infinito, hasta situarla en el origen de coordenadas también en reposo. **(1 punto)**

3. - Explicar el principio de Huygens para la propagación de ondas. **(1,5 puntos)**
- Ilustrar con una figura como se aplica este principio para explicar el proceso de propagación de una onda plana. **(1 punto)**

4. Calcular el número total de emisiones α y β que permitirían completar la transmutación de ${}^{235}_{92}\mathrm{X}$ a ${}^{207}_{82}\mathrm{Y}$. **(2,5 puntos)**

OPCIÓN B

1. Un satélite geoestacionario es aquél cuya posición permanece siempre en la vertical de un determinado punto de la superficie terrestre (más concretamente en la vertical del ecuador). Calcular el radio de la órbita de este tipo de satélites. **(2,5 puntos)**

Datos: $\mathrm{M_T} = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg. $\mathrm{G} = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $\mathrm{Nm^2/kg^2}$.

2. Supongamos una espira cuadrada de lado L situada en el plano xy por la que circula una corriente de intensidad I en el sentido horario. La espira se encuentra en un campo magnético uniforme **B**=*B* **j** con *B* positivo.

- Calcular y representar en una figura la fuerza que el campo magnético ejerce sobre cada lado de la espira. **(2 puntos)**
- Explicar razonadamente cuál será el efecto de la fuerza total del campo magnético sobre la espira: desplazarla, girarla, oprimirla o agrandarla. **(1 punto)**

3. Los valores extremos de la aceleración de un movimiento armónico simple en el eje X son $\pm 16\pi^2$ $\mathrm{cm/s^2}$. Obtener la ecuación completa de la posición en función del tiempo sabiendo que la frecuencia de la oscilación es de 4 Hz y que cuando t = 1/8 s la posición es x = 0,125 cm con velocidad negativa. **(2,5 puntos)**

4. Un rayo de luz monocromática incide oblicuamente desde un medio de índice de refracción $\mathrm{n_1}$ hacia otro medio de índice de refracción $\mathrm{n_2}$. Obtener el ángulo que forma el rayo reflejado con la línea de separación de los dos medios sabiendo que el ángulo de refracción es ϕ. **(2 puntos)**

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

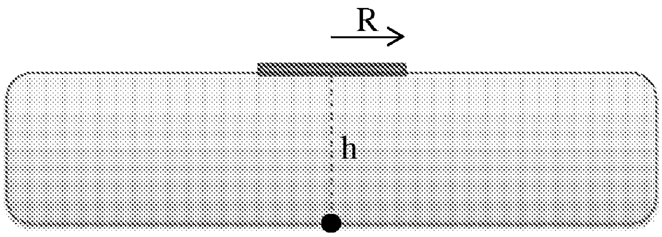
OPCIÓN A

1. La velocidad angular con la que un satélite describe una órbita circular estacionaria alrededor de la Tierra por la acción de su campo gravitatorio es ω Sabiendo que la energía mecánica total del satélite dentro del campo gravitatorio creado por la Tierra es E (donde para la energía potencial se ha tomado como origen de energía un punto infinitamente alejado del centro terrestre), calcular la masa del satélite en función de los datos del problema, G y la masa de la Tierra M_T. **(2,5 puntos)**

2. Una carga puntual positiva q_1 está situada en el origen de coordenadas. Otra carga puntual q_2 se sitúa en el punto (0,1) m. Calcular el campo eléctrico creado por estas cargas en el punto (1/2,1/2) m en función de q_1, q_2 y la constante de Coulomb k. **(2,5 puntos)**

3. Una partícula de 0,5 kg de masa describe un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud, realizando 2 oscilaciones en cada segundo. Calcular la energía cinética que poseerá la partícula cuando pase por su posición de equilibrio. **(2 puntos)**

4. La relación entre los índices de refracción del hielo y el aire es $n_{hielo} / n_{aire} = 1,41$. Supongamos que tenemos un objeto puntual en el fondo de una placa de hielo de espesor *h* = 10 cm, tal y como se muestra en la figura. ¿Cuál debe ser el radio mínimo *R* de un disco opaco plano que, colocado en la vertical del objeto sobre la superficie del hielo, no permita ver desde ningún punto del aire el objeto? **(3 puntos)**



OPCIÓN B

1. La intensidad del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $g_0 = 9,81\ \mathrm{m/s^2}$. Calcular la intensidad del campo terrestre a una distancia *d* del centro de la Tierra dada por $d = 6R_T$, siendo R_T el radio terrestre. **(2 puntos)**

2. Un campo magnético uniforme forma un ángulo de 30º con el eje de una bobina circular de 300 vueltas, radio 4 cm y resistencia total 200 Ω. El módulo del campo varía a razón de 85 T/s, permaneciendo fija su dirección.
- Determinar la corriente inducida sobre la bobina y el sentido de la misma. Este sentido podrá ser horario o antihorario, y para determinarlo supondremos que una de las espiras de la bobina se encuentra en el plano del papel (la bobina atraviesa el papel) y que el campo magnético sale del mismo. **(2 puntos)**
-¿Qué cambiará si en lugar de aumentar, el módulo del campo disminuyese a razón de -85 T/s? **(1 punto)**

3. – Explicar en qué consiste la difracción de una onda y poner un ejemplo de difracción (se recomienda ilustrar el ejemplo con un dibujo). ¿Ocurre este fenómeno en todo tipo de ondas? **(1,5 puntos)**
- Explicar la relevancia de este fenómeno en el desarrollo de la física cuántica. **(1 punto)**

4. Calcular el número total de emisiones α y β que permitirían completar la transmutación de ${}^{249}_{92}\mathrm{X}$ a ${}^{233}_{86}\mathrm{Y}$. **(2,5 puntos)**

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Una estación espacial se encuentra en reposo con respecto al Sol a una distancia *R*.

-Sabiendo que en el punto en el que se encuentra la estación la velocidad de escape del campo gravitatorio solar es de 30 km/s, calcular *R*. **(1,5 puntos)**

-Desde la estación se quiere lanzar una sonda para que orbite en torno al Sol siguiendo una trayectoria circular estacionaria. Determine la velocidad angular que debe tener la sonda. **(1,5 puntos)**

Datos: $\mathrm{G} = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$. $\mathrm{M_{Sol}} = 2.0 \times 10^{30}\ \mathrm{kg}$.

2. En una bobina de 250 espiras el flujo magnético por espira varía uniformemente desde 10^{-4} Wb hasta 10^{-5} Wb en una décima de segundo. Halla la f.e.m. inducida sobre la bobina. **(2 puntos)**

3. –Explicar en qué consiste la difracción de una onda y poner un ejemplo de difracción (se recomienda ilustrar el ejemplo con un dibujo). ¿Ocurre este fenómeno en todo tipo de ondas? **(1,5 puntos)**

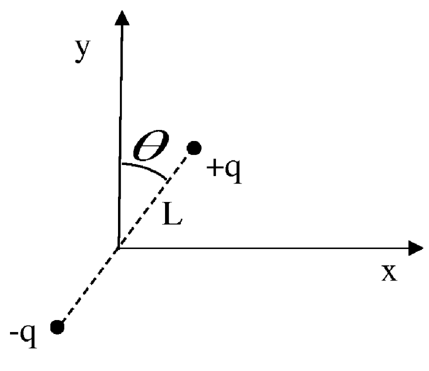
- Explicar la relevancia de este fenómeno en el desarrollo de la física cuántica. **(1 punto)**

4. La serie de Lyman del espectro de emisión del átomo de hidrógeno corresponde a transiciones electrónicas que terminan en el estado fundamental ($n = 1$). Sabiendo que según el modelo de Bohr de este átomo, la energía total del electrón tiene la forma $E(n) = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}$ eV, determinar la línea de la serie de Lyman que tiene la longitud de onda más corta. **(2,5 puntos)**
Datos: $h = 6,63\times10^{-34}$ J·s $= 4,14\times10^{-15}$ eV·s. $c = 3\times10^{8}$ m/s.

OPCIÓN B

1. La intensidad del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $g_0 = 9,81$ m/s^2. Calcular la intensidad del campo terrestre a una distancia *d* del centro de la Tierra dada por $d = 6R_T$, siendo R_T el radio terrestre. **(2 puntos)**

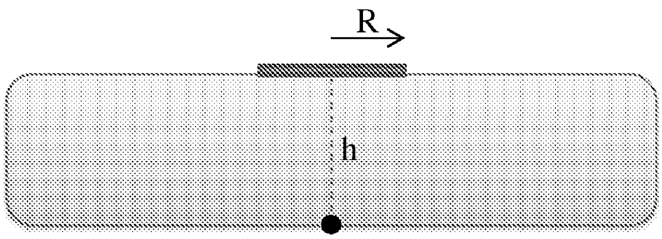
2. Un dipolo consta de dos cargas iguales pero de distinto signo separadas por una distancia L. Supongamos el dipolo mostrado en la figura, que forma un ángulo θ con el eje *y*. El punto medio de su eje imaginario pasa por el origen de coordenadas.



- Calcular la energía potencial electrostática de esta configuración de carga. **(1 punto)**
- Supongamos que el dipolo se encuentra dentro de un campo eléctrico externo que produce un potencial eléctrico que para cada punto del espacio tiene la función $V(x, y) = x^2 + y^2$ (en voltios). Calcular la energía potencial electrostática del dipolo (suma de las energías potenciales de las dos cargas) debida al campo externo. **(2 puntos)**

3. Demostrar que la energía total (cinética más potencial) de una partícula que describe un movimiento armónico simple tiene la forma $E = 2\pi^2 MA^2 f^2$, donde M es la masa de la partícula, A la amplitud y f la frecuencia (en Hz). **(2 puntos)**

4. La relación entre los índices de refracción del hielo y el aire es $n_{hielo} / n_{aire} = 1{,}41$. Supongamos que tenemos un objeto puntual en el fondo de una placa de hielo de espesor *h* = 10 cm, tal y como se muestra en la figura. ¿Cuál debe ser el radio mínimo *R* de un disco opaco plano que, colocado en la vertical del objeto sobre la superficie del hielo, no permita ver desde ningún punto del aire el objeto? **(3 puntos)**



NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Supongamos que sólo conocemos el valor de la constante de gravitación universal G, el radio de la órbita de la Luna alrededor de la tierra R y el periodo de su órbita T.

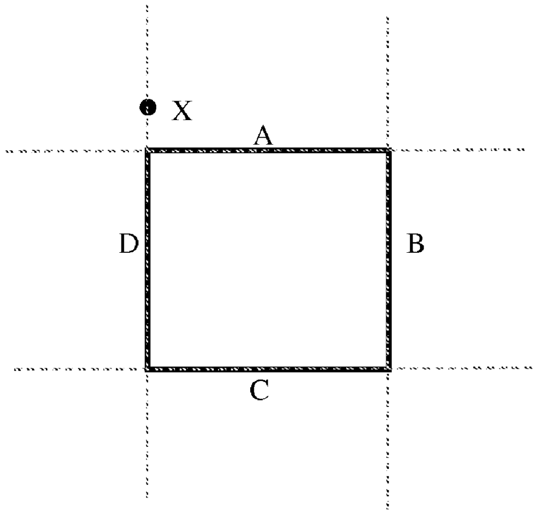
- ¿Cuánto vale la masa de la Tierra en función de estos datos? **(1,5 puntos)**

-¿Qué dato nos faltará para poder calcular la energía mecánica total de la Luna dentro del campo gravitatorio creado por nuestro satélite? **(1,5 puntos)**

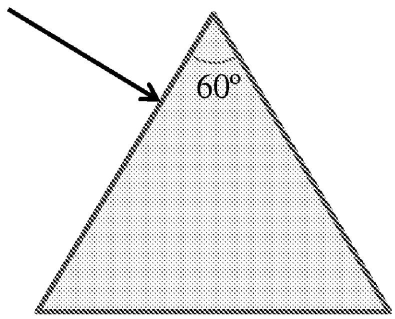
2. Según la ley de Biot y Savart, el campo magnético $\mathrm{d}\mathbf{B}$ producido por un elemento de corriente $\mathrm{Id}\mathbf{l}$ de longitud $\mathrm{d}\mathrm{l}$ por el que circula una intensidad de corriente I, viene dado por la ecuación

$$\mathrm{d}\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{Id}\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{\mathrm{r}^2}$$

Supongamos que tenemos la espira cuadrada mostrada en la figura por la que circula una corriente. ¿Qué lados de la espira contribuirán al campo magnético producido en el punto X indicado en la figura? Justificar la respuesta. Las líneas discontinuas sólo indican las direcciones de los lados de la espira. **(2,5 puntos)**



3. Un rayo de luz monocromática incide desde el aire ($n = 1$) perpendicularmente sobre la superficie lateral de un prisma triangular con índice de refracción 1,5 (ver figura). Describir qué ocurrirá dentro del prisma y calcular la desviación del rayo que sale del prisma con respecto a la dirección inicial. **(2,5 puntos)**



4. En el análisis de ciertas sustancias se emplea la difracción de neutrones, que se basa en efectos ondulatorios que suceden cuando la longitud de onda de De Broglie de los neutrones es comparable a la separación entre átomos del material. Estímese el orden de magnitud de las distancias interatómicas que se pueden distinguir cuando se usan neutrones con energía cinética de $0{,}027\ \mathrm{eV}$. **(2 puntos)**

Datos: la masa del neutrón es $m_n = 1{,}67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$.

$h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} = 4{,}14 \times 10^{-15}\ \mathrm{eV \cdot s}$. $\quad \mathrm{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$.

OPCIÓN B

1. La intensidad del campo gravitatorio terrestre en la superficie de la Tierra es $g_0 = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$. Calcular la intensidad del campo gravitatorio generado por la Luna en su propia superficie sabiendo que el radio terrestre es 3,7 veces mayor que el lunar, y que la masa de la Tierra es 81,4 veces la masa de la Luna. **(2 puntos)**

2. Se sitúa un electrón con velocidad inicial nula dentro de un campo eléctrico constante $\mathbf{E} = 5000\,\mathbf{i} - 2000\,\mathbf{j} + 1000\,\mathbf{k}\quad \mathrm{N/C}$.
- Calcular la velocidad del electrón en función del tiempo *t*. **(1,5 puntos)**
- Supongamos que el electrón recorre una cierta trayectoria debido a la acción del campo eléctrico, si la diferencia de potencial entre el punto final y el inicial es de 300 V, ¿cuánto valdrá la velocidad final del electrón? **(1,5 puntos)**

Datos: $m_e = 9{,}1\times10^{-31}$ kg; $e = 1{,}6\times10^{-19}$ C.

3. Una partícula oscila en el eje X con un movimiento armónico simple cuya ecuación es $x(t) = 2\cos(4\pi t)\ \mathrm{cm}$. Calcular el espacio total que ha recorrido la partícula cuando $t = 1{,}2\ \mathrm{s}$. **(2,5 puntos)**

4. Calcular la energía liberada en la reacción nuclear $\mathrm{O} + \mathrm{O} \rightarrow \mathrm{He} + \mathrm{Si}$ sabiendo que la masa nuclear del O es 15,99491 u, la del Si es 27,97693 u y la del He es 4,00260 u. **(2,5 puntos)**

Datos: $c^2 = 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

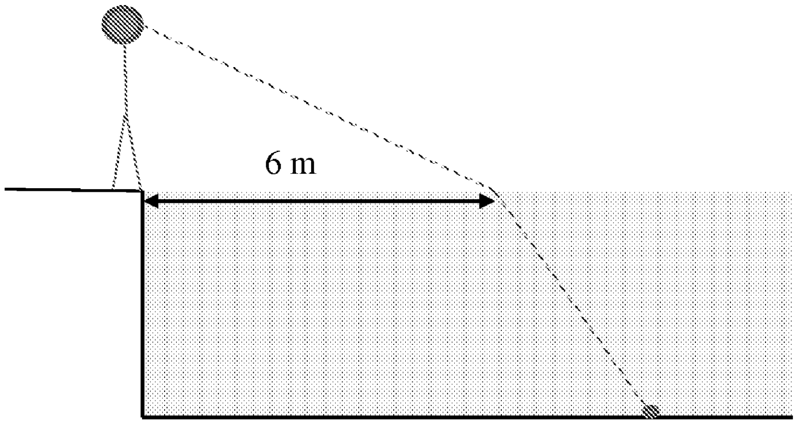
OPCIÓN A

1. A una altura *h* con respecto a la superficie de un planeta una persona tiene un cierto peso. Calcular el radio del planeta en función de *h* sabiendo que en su superficie, el peso de la persona se ha duplicado. (Considerar únicamente el campo gravitatorio creado por el planeta) **(2,5 puntos)**

2. En una región del espacio en donde existe un campo eléctrico uniforme $\mathbf{E} = \mathrm{E}\mathbf{i}$ con E positivo, depositamos una carga negativa $-\mathrm{q}$ de masa m sin velocidad inicial.

- Explicar razonadamente el tipo de movimiento que experimentará la carga debido al campo. **(1 punto)**
- Al cabo de un cierto tiempo la partícula ha recorrido una distancia d bajo la acción del campo eléctrico. Calcular el trabajo realizado por el campo eléctrico entre los dos puntos. **(1 punto)**
- Calcular la velocidad de la carga después de recorrer esa distancia. **(1 punto)**

3. Un objeto se encuentra sumergido en el fondo de una piscina a una distancia horizontal del borde de 18 m. Un observador, cuyos ojos están a 1,5 m del suelo, se encuentra en el borde de la piscina y ve la imagen del objeto en la superficie del agua a 6 m del borde (ver figura). Si el índice de refracción del agua con respecto al aire es 4/3, calcular la profundidad de la piscina. **(2,5 puntos)**



4. Según el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, la energía total del electrón tiene la forma $E(n) = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}$ eV. Calcular la longitud de onda del fotón emitido como consecuencia de la relajación del electrón desde el estado excitado $(n = 2)$ hasta el estado fundamental $(n = 1)$. **(2 puntos)**

Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s $= 4,14 \times 10^{-15}$ eV·s. $c = 3 \times 10^8$ m/s.

OPCIÓN B

1. La distancia media entre la Tierra y el Sol es de 150×10^9 m. Supongamos que nos encontramos en la superficie terrestre, calcular el cociente entre la velocidad con la que debemos lanzar un objeto para superar el campo gravitatorio terrestre y la velocidad que debe tener el mismo objeto lanzado desde el mismo punto para escapar del campo gravitatorio del Sol. **(2,5 puntos)**

Datos: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2. $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg. $M_{Sol} = 2,0 \times 10^{30}$ kg. $R_T = 6370$ km.

2. En un determinado instante una carga de 1 μC entra con una velocidad $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ m/s en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico $\mathbf{E} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ N/C y un campo magnético $\mathbf{B} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ T. Calcular la fuerza que experimenta la carga en ese momento. **(2,5 puntos)**

3. Una onda armónica transversal $y(x,t)$ se propaga en la dirección y sentido positivo del eje X con una velocidad de 10 m/s. La distancia horizontal entre dos puntos de la onda con la misma fase es de 0,2 m. En el instante inicial, la amplitud del punto situado en el origen es de 0,01 m. Sabiendo que el módulo de la velocidad máxima de cualquier punto de la onda es π m/s, determinar la ecuación de la onda. **(2,5 puntos)**

4. Calcular la energía liberada en la reacción nuclear $O + O \rightarrow He + Si$ sabiendo que la masa nuclear del O es 15,99491 u, la del Si es 27,97693 u y la del He es 4,00260 u. **(2,5 puntos)**

Datos: $c^2 = 931{,}5\ \mathrm{MeV/u}$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

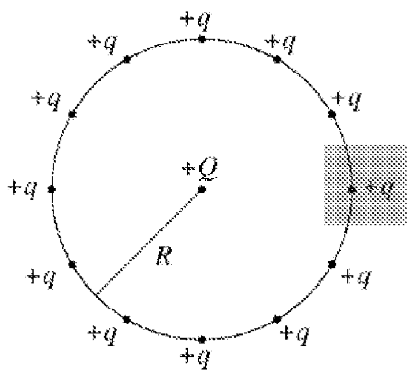
En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. La velocidad angular con la que un satélite describe una órbita circular estacionaria alrededor de la Tierra por la acción de su campo gravitatorio es ω Sabiendo que la energía mecánica total del satélite dentro del campo gravitatorio creado por la Tierra es E (donde para la energía potencial se ha tomado como origen de energía un punto infinitamente alejado del centro terrestre), calcular la masa del satélite en función de los datos del problema, G y la masa de la Tierra M_T. **(2,5 puntos)**

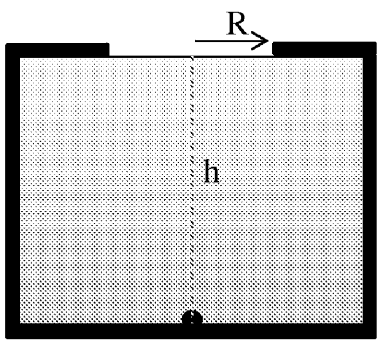
2. Como se muestra en la figura, se colocan 12 cargas positivas iguales $+q$ distribuidas equitativamente sobre una circunferencia de radio R, es decir, los arcos de circunferencia entre cargas contiguas son todos iguales.



- Calcule la fuerza neta que actúa sobre una carga +*Q* en el centro del círculo. **(1 punto)**
- Calcule la fuerza neta que actúa sobre la misma carga +*Q* situada en el centro del círculo si se quita la carga marcada con el recuadro gris. **(1,5 puntos)**

3. Una masa unida al extremo de un muelle horizontal de masa despreciable describe un movimiento armónico simple de amplitud 1 m. Calcular la elongación del muelle en el instante en el que la aceleración de la masa es la mitad de su valor máximo. **(2 puntos)**

4. Como se ilustra en la figura, tenemos un líquido contenido en un recipiente opaco que tiene un orificio en su superficie con forma circular de radio *R* = 4 cm. Los lados del recipiente tienen un grosor despreciable. En el fondo del recipiente, dentro del líquido, colocamos un objeto puntual situado en la vertical que pasa por el centro del orificio. Calcular la profundidad *h* que debe tener el recipiente para que el objeto se vea desde cualquier posición exterior a través del orificio. El índice de refracción del líquido con respecto al aire es 2. **(3 puntos)**

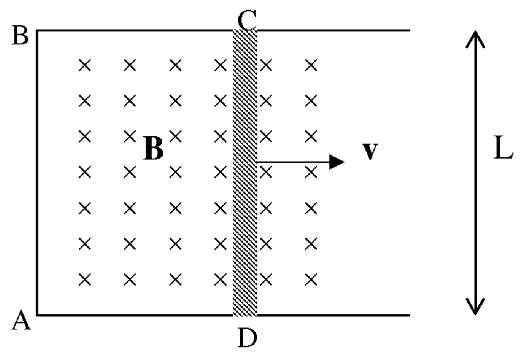


OPCIÓN B

1. La distancia media entre la Tierra y el Sol es de 150×10^9 m. Supongamos que nos encontramos en la superficie terrestre, calcular el cociente entre la velocidad con la que debemos lanzar un objeto para superar el campo gravitatorio terrestre y la velocidad que debe tener el mismo objeto lanzado desde el mismo punto para escapar del campo gravitatorio del Sol. **(2,5 puntos)**

Datos: $G = 6{,}67\times10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$. $M_T = 5{,}98\times10^{24}$ kg. $M_{Sol} = 2{,}0\times10^{30}$ kg. $R_T = 6370$ km.

2. El sistema de conductores representado en la figura se encuentra dentro de un campo magnético constante e uniforme **B**, de módulo *B*, perpendicular al plano del papel y entrando hacia el mismo. El segmento conductor CD, de longitud *L*, se mueve sin rozamiento con velocidad constante **v**. Suponer que la resistencia total del circuito ABCD es *R*.
- Aplicar la ley de Faraday para calcular la f.e.m. inducida sobre la espira ABCD y la corriente que circulará sobre la misma. **(2 puntos)**
- A partir de la ley de Lenz, ¿cuál será el sentido de circulación de la corriente? **(1 punto)**



3. El extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda en tensión situada en el eje X oscila con un movimiento armónico en el que el desplazamiento transversal varía con el tiempo según la ecuación $y(t) = 2\mathrm{sen}(-t + \pi/2)$ m. Esto genera una onda armónica transversal que se propaga por la cuerda en el sentido positivo del eje X a 2 m/s. Obtener la ecuación de la onda. (**2,5 puntos)**

4. Escoger la opción que mejor responde a la pregunta: ¿por qué las reacciones nucleares de fusión y fisión liberan tanta energía? Razonar la elección. **(2 puntos)**
a) En realidad, las reacciones en sí mismas no liberan energía puesto que en el caso de la fisión es necesario bombardear los núcleos pesados con partículas muy energéticas (como los neutrones), mientras que en la caso de la fusión es necesario utilizar partículas también muy energéticas, como las partículas alfa.
b) Porque la masa total en reposo de los productos de la reacción es significativamente mayor que la de los reactivos.
c) Porque la energía de enlace (o energía de ligadura) por nucleón en los productos de la reacción es considerablemente mayor que la energía de enlace en los reactivos.
d) Porque las reacciones de fisión y fusión son, en realidad, desintegraciones radiactivas en las que se produce la emisión espontánea de radiaciones muy energéticas.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

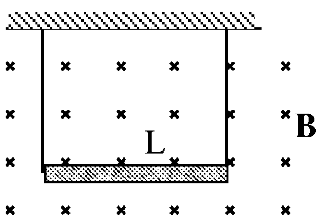
En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. El planeta A tiene una masa 200 veces mayor que el planeta B y su radio es 10 veces también mayor. Calcular el peso de una persona de 80 kg en la superficie del planeta A sabiendo que en la superficie del planeta B pesa 880 N. **(2,5 puntos)**

2. Una varilla conductora de masa *m* y longitud *L* se encuentra suspendida del techo por dos alambres como se muestra en la figura. ¿Qué corriente I debe atravesar el conductor, y en qué sentido, para que la tensión en los alambres sea cero si el campo magnético sobre la región tiene módulo *B* y entra perpendicularmente en el papel? Obtener el resultado en función de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**



3. Responda razonadamente a las siguientes preguntas sobre las ondas estacionarias (puede utilizar como ejemplo una cuerda tensa de longitud *L* con sus dos extremos fijos):
- ¿Cómo se forman las ondas estacionarias y qué son los modos de vibración? **(1 punto)**
- ¿Vibran todos con los puntos con la misma amplitud máxima y frecuencia? **(1 punto)**
- En el ejemplo de la cuerda, ¿cuál será la longitud de onda del modo fundamental de vibración -o primer armónico? **(0,5 puntos)**

4. La energía total del electrón en el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno tiene la forma: $E(n) = -\frac{E_0}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2}\ \mathrm{eV}$. Consideremos el electrón en el estado fundamental ($n = 1$):
- Calcular la velocidad del electrón. **(1,5 puntos)**
- Calcular la longitud de onda de De Broglie del electrón. **(1 punto)**

Datos: $h = 6,63\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s} = 4,14\times10^{-15}\ \mathrm{eV\cdot s}$; $\mathrm{eV} = 1,60\times10^{-19}\ \mathrm{J}$; $m_e = 9,1\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$

OPCIÓN B

1. Sabiendo que el radio medio de la órbita de Marte es 1,52 veces el radio medio de la órbita de la Tierra, ¿cuál será el periodo de la órbita de Marte? Suponer que las órbitas son circulares. **(2 puntos)**

2. En tres vértices de un cuadrado de 1 m de lado existen cargas de 10 μC cada una.
- Calcular el trabajo necesario para llevar una carga negativa de –5 μC desde el cuarto vértice al centro del cuadrado. **(2 puntos)**
- ¿Deberemos realizar un trabajo externo sobre la carga para moverla, o será el propio campo creado por la distribución de cargas el que realice el trabajo? Explicar razonadamente la respuesta. **(1 punto)**

Datos: $k = 9\times10^{9}\ \mathrm{Nm^2C^{-2}}$.

3. El espectro visible de la luz en el vacío está comprendido entre las longitudes de onda de la luz roja, de 780 nm, y la luz violeta, de 380 nm. Calcular entre qué longitudes de onda estará comprendido el espectro visible en el agua, cuyo índice de refracción es 4/3. **(2,5 puntos)**

4. Determinar la energía de enlace (o de ligadura) del último neutrón del ^{4}He sabiendo que las masas atómicas del ^{4}He, ^{3}He y del neutrón son 4,002603 u, 3,016030 u, y 1,008665 u, respectivamente. **(2,5 puntos)**
Datos: c^2 = 931,5 MeV/u.

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. En qué punto o puntos de la línea que pasa por los centros de la Tierra y la Luna, los módulos de los campos gravitatorios creados por ambos astros se igualan. Realizar un diagrama en el que figuren los dos astros así como el punto, o los puntos, obtenidos. Indicar en cada punto el vector campo gravitatorio producido por cada astro. **(2,5 puntos)**

Datos: $M_T = 81 \times M_L$. $d_{\text{Tierra-Luna}} = 3{,}84 \times 10^8$ m.

2. Dos cargas puntuales q_1 y q_2 del mismo signo, con masas m_1 y m_2 respectivamente, se mueven una hacia la otra. Cuando la distancia entre ellas es r_0 sus velocidades son v_1 y v_2. Aplicar el principio de conservación de la energía mecánica total del sistema (cinética + potencial) para calcular la distancia mínima a la que se aproximarán las cargas en función de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

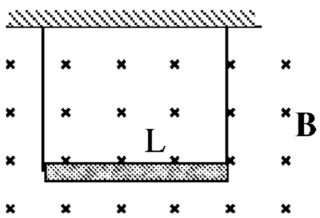
3. El extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda tensa situada en el eje X oscila en el eje Y con un movimiento armónico simple de 10 oscilaciones por segundo y amplitud 1 cm. En el instante inicial $(t = 0)$ el desplazamiento vertical del extremo que oscila es nulo, moviéndose hacia arriba. Obtener la ecuación de la onda armónica transversal generada sabiendo que la longitud de onda es de 10 cm. **(2,5 puntos)**

4. El núcleo de ^{60}Co se desintegra radiactivamente con un período de semidesintegración de 5,27 años, emitiendo dos fotones gamma de energía 1,33 MeV cada uno. Supongamos que tenemos un conjunto de 10^{23} núcleos de ^{60}Co, y que este número es constante en el tiempo. Calcular la energía total emitida por el conjunto de núcleos en cada segundo. **(2,5 puntos)**

OPCIÓN B

1. Un satélite describe una órbita circular estacionaria de 1 hora de periodo y radio 5000 km alrededor de un planeta debido a la acción de su campo gravitatorio. Calcular el módulo del campo gravitatorio que actúa sobre el satélite utilizando exclusivamente los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

2. Una varilla conductora de masa *m* y longitud *L* se encuentra suspendida del techo por dos alambres como se muestra en la figura. ¿Qué corriente I debe atravesar el conductor, y en qué sentido, para que la tensión en los alambres sea cero si el campo magnético sobre la región tiene módulo *B* y entra perpendicularmente en el papel? Obtener el resultado en función de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**



3. Una partícula describe un movimiento armónico simple realizando 0,3 oscilaciones en cada segundo. En el momento de máximo desplazamiento con respecto a la posición de equilibrio, la aceleración de la partícula es de -0,5 cm/s^2. Calcular la amplitud de la oscilación. **(2 puntos)**

4. Supongamos que la longitud de onda de una cierta luz monocromática en dos medios diferentes es λ_1 y λ_2, siendo $\lambda_1 / \lambda_2 = 1{,}5$. Un rayo de esa luz incide desde uno de los medios hacia el otro. Discutir razonadamente desde cuál de los dos medios debe incidir para que se pueda producir la reflexión total. **(3 puntos)**

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Un satélite de 100 kg de masa describe una órbita circular estacionaria de 1 hora y radio 5000 km alrededor de un planeta debido a la acción de su campo gravitatorio. Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía total del satélite utilizando exclusivamente los datos del enunciado. Tomar como origen de energía potencial un punto infinitamente alejado del planeta. **(2,5 puntos)**

2. Una carga q está situada sobre el eje *x* en el punto $x = a$. ¿Explicar razonadamente cuál de estas cinco expresiones proporciona la expresión correcta del vector campo eléctrico generado por la carga en un punto cualquiera del eje *x*? **(2,5 puntos)**

a) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x+a)^3}\dfrac{x+a}{|x+a|}\mathbf{i}$

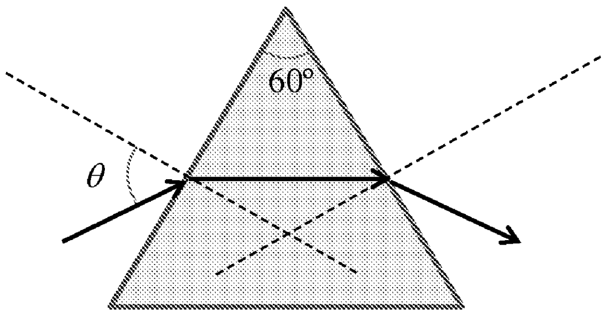
b) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x-a)^2}\mathbf{i}$

c) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x+a)^2}\mathbf{i}$

d) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{x^2}\mathbf{i}$

e) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x-a)^2}\dfrac{x-a}{|x-a|}\mathbf{i}$

3. En rayo de luz monocromática incide desde el aire ($n = 1$) sobre la superficie lateral de un prisma triangular <u>*equilátero*</u> con índice de refracción $\sqrt{3}$ (ver figura).
- Calcular el ángulo inicial de incidencia θ para que la trayectoria del rayo sea la ilustrada en la figura (no se han representado los rayos reflejados por las caras). **(1,5 puntos)**
- Calcular la desviación del rayo que sale del prisma con respecto a la dirección inicial. (**1,5 puntos)**



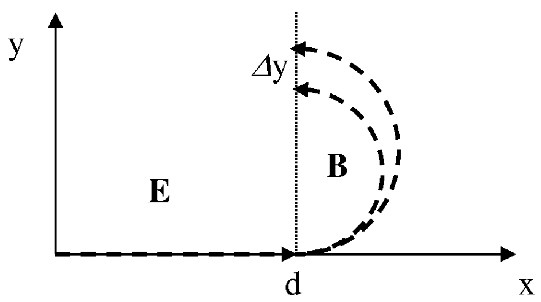
4. Una partícula describe un movimiento armónico simple realizando 0,3 oscilaciones en cada segundo. En el momento de máximo desplazamiento con respecto a la posición de equilibrio, la aceleración de la partícula es de -0,5 cm/s^2. Calcular la amplitud de la oscilación. **(2 puntos)**

OPCIÓN B

1. Supongamos que nos encontramos en la superficie de la Tierra. ¿Con qué velocidad deberíamos lanzar horizontalmente un objeto para que, despreciando cualquier tipo de rozamiento, diera la vuelta a la Tierra y nos golpease en la espalda? **(2,5 puntos)**

Utilizar exclusivamente los siguientes datos: $g_0 = 9{,}81\ \text{m/s}^2$. $R_T = 6370\ \text{km}$.

2. Supongamos que dos tipos de iones con la misma carga positiva q pero diferentes masas m_1 y m_2 son acelerados desde el reposo en la dirección positiva del eje *X* mediante un campo eléctrico uniforme de módulo E en el que recorren una distancia *d*. Una vez acelerados penetran en un espectrógrafo de masas, que consiste básicamente en un campo magnético perpendicular a la dirección de la velocidad, dirigido en la dirección del eje *Z* negativo y de intensidad *B*. Dentro del campo magnético, los iones describen una semicircunferencia antes de impresionar una placa fotográfica situada en la dirección del eje y, tal y como se indica en la figura. Encontrar la separación Δy entre las marcas producidas por los dos iones. **(2,5 puntos)**



3. Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda en tensión en el sentido negativo del eje X a una velocidad de 0,5 m/s. Si en el instante inicial hacemos una foto a la cuerda vemos que los desplazamientos de la cuerda están descritos por la función $y(x) = 2\ \text{sen}(x + \pi)\ \text{m}$. Obtener la ecuación completa de la onda armónica. (**2,5 puntos)**

4. La energía total del electrón en el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno tiene la forma: $E(n) = -\dfrac{E_0}{n^2} = -\dfrac{13{,}6}{n^2}\ \text{eV}$. Consideremos el electrón en el estado fundamental ($n = 1$):

- Calcular la velocidad del electrón. **(1,5 puntos)**
- Calcular la longitud de onda de De Broglie del electrón. **(1 punto)**

Datos: $h = 6{,}63\times10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s} = 4{,}14\times10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s}$; $\quad \text{eV} = 1{,}60\times10^{-19}\ \text{J}$;
$m_e = 9{,}1\times10^{-31}\ \text{kg}$

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. El planeta A tiene una masa 200 veces mayor que el planeta B y su radio es 10 veces también mayor. Calcular el peso de una persona de 80 kg en la superficie del planeta A sabiendo que en la superficie del planeta B pesa 880 N. **(2,5 puntos)**

2. Una carga q está situada sobre el eje *x* en el punto $x = a$. ¿Explicar razonadamente cuál de estas cinco expresiones proporciona la expresión correcta del vector campo eléctrico generado por la carga en un punto cualquiera del eje *x*? **(2,5 puntos)**

a) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x+a)^3}\dfrac{x+a}{|x+a|}\mathbf{i}$

b) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x-a)^2}\mathbf{i}$

c) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x+a)^2}\mathbf{i}$

d) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{x^2}\mathbf{i}$

e) $\mathbf{E}(x) = k\dfrac{q}{(x-a)^2}\dfrac{x-a}{|x-a|}\mathbf{i}$

3. Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda en tensión en el sentido negativo del eje X a una velocidad de 0,5 m/s. Si en el instante inicial hacemos una foto a la cuerda vemos que los desplazamientos de la cuerda están descritos por la función $y(x) = 2\ \mathrm{sen}(x + \pi)\ \mathrm{m}$. Obtener la ecuación completa de la onda armónica. **(2,5 puntos)**

4. El núcleo de ^{60}Co se desintegra radiactivamente con un período de semidesintegración de 5,27 años, emitiendo dos fotones gamma de energía 1,33 MeV cada uno. Supongamos que tenemos un conjunto de 10^{23} núcleos de ^{60}Co, y que este número es constante en el tiempo. Calcular la energía total emitida por el conjunto de núcleos en cada segundo. **(2,5 puntos)**

OPCIÓN B

1. Un satélite describe una órbita circular estacionaria de 1 hora de periodo y radio 5000 km alrededor de un planeta debido a la acción de su campo gravitatorio. Calcular el módulo del campo gravitatorio que actúa sobre el satélite utilizando exclusivamente los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

2. Una bobina de 80 vueltas tiene un radio de 5 cm y una resistencia de 30 Ω. Determinar cuál debe ser el módulo de la variación de un campo magnético paralelo al eje de la bobina (perpendicular al plano de las espiras) para inducir en ésta una corriente de 4 A. **(2,5 puntos)**

3. El espectro visible de la luz en el vacío está comprendido entre las longitudes de onda de la luz roja, de 780 nm, y la luz violeta, de 380 nm. Calcular entre qué longitudes de onda estará comprendido el espectro visible en el agua, cuyo índice de refracción es 4/3. **(2,5 puntos)**

4. La aceleración de un movimiento armónico simple en el eje X está determinada por la expresión $a(t) = -16\pi^2 x(t)\ \ \mathrm{cm/s^2}$, siendo $x(t)$ la posición con respecto a la posición de equilibrio ($x = 0\ \mathrm{cm}$). Sabiendo que el desplazamiento máximo es 4 cm y que $a(t = 0) = 64\pi^2\ \mathrm{cm/s^2}$, determinar la ecuación completa de la posición en función del tiempo. **(2,5 puntos)**

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. Un satélite de 100 kg de masa describe una órbita circular estacionaria de 1 hora y radio 5000 km alrededor de un planeta debido a la acción de su campo gravitatorio. Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía total del satélite utilizando exclusivamente los datos del enunciado. Tomar como origen de energía potencial un punto infinitamente alejado del planeta. **(2,5 puntos)**

2. Dos cargas puntuales q_1 y q_2 del mismo signo, con masas m_1 y m_2 respectivamente, se mueven una hacia la otra. Cuando la distancia entre ellas es r_0 sus velocidades son v_1 y v_2. Aplicar el principio de conservación de la energía mecánica total del sistema (cinética + potencial) para calcular la distancia mínima a la que se aproximarán las cargas en función de los datos del enunciado. **(2,5 puntos)**

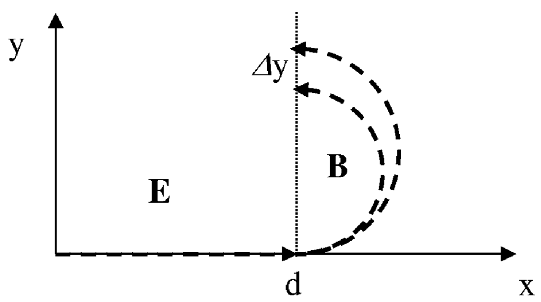
3. La aceleración de un movimiento armónico simple en el eje X está determinada por la expresión $a(t) = -16\pi^2 x(t)\ \text{cm/s}^2$, siendo $x(t)$ la posición con respecto a la posición de equilibrio ($x = 0$ cm). Sabiendo que el desplazamiento máximo es 4 cm y que $a(t=0) = 64\pi^2\ \text{cm/s}^2$, determinar la ecuación completa de la posición en función del tiempo. **(2,5 puntos)**

4. La longitud de onda media de los fotones que llegan a la superficie de la Tierra procedentes del Sol es de 500 nm (visible).
-Calcular la energía de cada fotón. **(1,5 puntos)**
-Sabiendo que la intensidad de la luz del Sol en la superficie de la Tierra (energía recibida por unidad de tiempo y superficie) es aproximadamente de 1400 W/m^2, calcular el número de fotones que inciden por unidad de área cada segundo. **(1 punto)**
Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} = 4,14 \times 10^{-15}\ \mathrm{eV \cdot s}$; $c = 3 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}$.
$\mathrm{eV} = 1,60 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$.

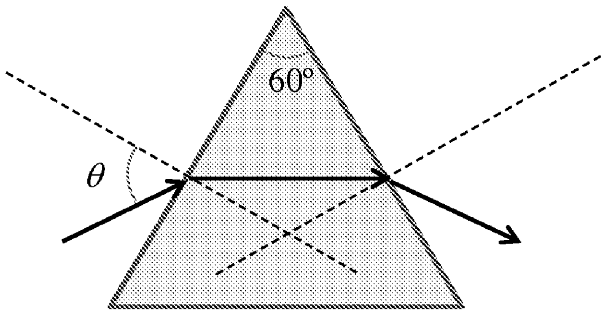
OPCIÓN B

1. Sabiendo que el radio medio de la órbita de Marte es 1,52 veces el radio medio de la órbita de la Tierra, ¿cuál será el periodo de la órbita de Marte? Suponer que las órbitas son circulares. **(2 puntos)**

2. Supongamos que dos tipos de iones con la misma carga positiva q pero diferentes masas m_1 y m_2 son acelerados desde el reposo en la dirección positiva del eje *X* mediante un campo eléctrico uniforme de módulo E en el que recorren una distancia *d*. Una vez acelerados penetran en un espectrógrafo de masas, que consiste básicamente en un campo magnético perpendicular a la dirección de la velocidad, dirigido en la dirección del eje *Z* negativo y de intensidad *B*. Dentro del campo magnético, los iones describen una semicircunferencia antes de impresionar una placa fotográfica situada en la dirección del eje y, tal y como se indica en la figura. Encontrar la separación Δy entre las marcas producidas por los dos iones. **(2,5 puntos)**



3. Un rayo de luz monocromática incide desde el aire $(n=1)$ sobre la superficie lateral de un prisma triangular <u>*equilátero*</u> con índice de refracción $\sqrt{3}$ (ver figura).
- Calcular el ángulo inicial de incidencia θ para que la trayectoria del rayo sea la ilustrada en la figura (no se han representado los rayos reflejados por las caras). **(1,5 puntos)**
- Calcular la desviación del rayo que sale del prisma con respecto a la dirección inicial. (**1,5 puntos)**



4. El extremo izquierdo (origen de coordenadas) de una cuerda tensa situada en el eje X oscila en el eje Y con un movimiento armónico simple de 10 oscilaciones por segundo y amplitud 1 cm. En el instante inicial $(t=0)$ el desplazamiento vertical del extremo que oscila es nulo, moviéndose hacia arriba. Obtener la ecuación de la onda armónica transversal generada sabiendo que la longitud de onda es de 10 cm. (**2,5 puntos)**

NOTA IMPORTANTE:

Este documento incluye DOS MODELOS DE EXAMEN denominados OPCIÓN A y OPCIÓN B. Cada una de las opciones está compuesta de cuatro ejercicios que podrán contener apartados. La puntuación máxima de cada ejercicio y/o apartado aparece al final del mismo.

El alumno deberá elegir una opción y responder a los ejercicios planteados en la misma. La opción elegida deberá estar claramente indicada en el examen, así como el ejercicio al que se está respondiendo.

En algunos ejercicios no se proporcionan datos numéricos, sino símbolos o expresiones que representan variables. En tal caso deberá desarrollar el problema operando con los símbolos.

En caso de que se responda a ejercicios de ambas opciones sólo se considerarán aquellos pertenecientes a la opción del primer ejercicio que aparezca en las hojas de respuesta.

Está permitido el uso de calculadora científica NO PROGRAMABLE.

OPCIÓN A

1. En qué punto o puntos de la línea que pasa por los centros de la Tierra y la Luna, los módulos de los campos gravitatorios creados por ambos astros se igualan. Realizar un diagrama en el que figuren los dos astros así como el punto, o los puntos, obtenidos. Indicar en cada punto el vector campo gravitatorio producido por cada astro. **(2,5 puntos)**

Datos: $M_T = 81 \times M_L$. $d_{Tierra\text{-}Luna} = 3,84 \times 10^8$ m.

2. En tres vértices de un cuadrado de 1 m de lado existen cargas de 10 μC cada una.

- Calcular el trabajo necesario para llevar una carga negativa de –5 μC desde el cuarto vértice al centro del cuadrado. **(2 puntos)**
- ¿Deberemos realizar un trabajo externo sobre la carga para moverla, o será el propio campo creado por la distribución de cargas el que realice el trabajo? Explicar razonadamente la respuesta. **(1 punto)**

Datos: $k = 9 \times 10^9\ Nm^2C^{-2}$.

3. Supongamos que la velocidad de propagación de una cierta luz monocromática en dos medios diferentes es v_1 y v_2, siendo $v_1 / v_2 = 1,5$. Un rayo de esa luz incide desde uno de los medios hacia el otro. Discutir razonadamente desde cuál de los dos medios debe incidir para que se pueda producir la reflexión total. **(2 puntos)**

4. La longitud de onda media de los fotones que llegan a la superficie de la Tierra procedentes del Sol es de 500 nm (visible).
-Calcular la energía de cada fotón. **(1,5 puntos)**
-Sabiendo que la intensidad de la luz del Sol en la superficie de la Tierra (energía recibida por unidad de tiempo y superficie) es aproximadamente de 1400 W/m^2, calcular el número de fotones que inciden por unidad de área cada segundo. **(1 punto)**
Datos: $\mathrm{h}=6{,}63\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}=4{,}14\times10^{-15}\ \mathrm{eV\cdot s}$; $\mathrm{c}=3\times10^{8}\ \mathrm{m/s}$.
$\mathrm{eV}=1{,}60\times10^{-19}\ \mathrm{J}$.

OPCIÓN B

1. Supongamos que nos encontramos en la superficie de la Tierra. ¿Con qué velocidad deberíamos lanzar horizontalmente un objeto para que, despreciando cualquier tipo de rozamiento, diera la vuelta a la Tierra y nos golpease en la espalda? **(2,5 puntos)**
Utilizar exclusivamente los siguientes datos: $\mathrm{g_0}=9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$. $\mathrm{R_T}=6370\ \mathrm{km}$.

2. Una bobina de 80 vueltas tiene un radio de 5 cm y una resistencia de 30 Ω. Determinar cuál debe ser el módulo de la variación de un campo magnético paralelo al eje de la bobina (perpendicular al plano de las espiras) para inducir en ésta una corriente de 4 A. **(2,5 puntos)**

3. Responda razonadamente a las siguientes preguntas sobre las ondas estacionarias (puede utilizar como ejemplo una cuerda tensa de longitud *L* con sus dos extremos fijos):
- ¿Cómo se forman las ondas estacionarias y qué son los modos de vibración? **(1 punto)**
- ¿Vibran todos con los puntos con la misma amplitud máxima y frecuencia? **(1 punto)**
- En el ejemplo de la cuerda, ¿cuál será la longitud de onda del modo fundamental de vibración -o primer armónico? **(0,5 puntos)**

4. Determinar la energía de enlace (o de ligadura) del último neutrón del ^{4}He sabiendo que las masas atómicas del ^{4}He, ^{3}He y del neutrón son 4,002603 u, 3,016030 u, y 1,008665 u, respectivamente. **(2,5 puntos)**
Datos: c^2 = 931,5 MeV/u.