

**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**  
**Calificación:** Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.  
**Tiempo:** 90 minutos.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dada las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \gamma & 0 & \alpha \\ 1 & \beta & \gamma \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1,5 puntos) Calcular  $\alpha, \beta, \gamma$  para que  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  sea solución del sistema  $AX = B$ .
- (1 punto) Si  $\beta = \gamma = 1$  ¿Qué condición o condiciones debe cumplir  $\alpha$  para que el sistema lineal homogéneo  $AX = O$  sea compatible determinado?
- (0,5 puntos) Si  $\alpha = -1, \beta = 1$  y  $\gamma = 0$ , resuelve el sistema  $AX = B$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dados el punto  $P(1, 0, 1)$ , el plano  $\pi \equiv x + 5y - 6z = 1$ , y la recta  $r \equiv \begin{cases} x = 0, \\ z = 0, \end{cases}$  se pide:

- (1 punto) Calcular el punto  $P'$  simétrico a  $P$  respecto de  $\pi$ .
- (1 punto) Hallar la distancia de  $P$  a  $r$ .
- (1 punto) Calcular el volumen del tetraedro formado por el origen de coordenadas  $O(0, 0, 0)$  y las intersecciones de  $\pi$  con los ejes coordenados  $OX, OY$  y  $OZ$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

- (1 punto) Sea  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  una función dos veces derivable. Sabiendo que el punto de abscisa  $x = -2$  es un punto de inflexión de la gráfica de  $f(x)$  y que la recta de ecuación  $y = 16x + 16$  es tangente a la gráfica de  $f(x)$  en dicho punto, determinar:

$$f(-2), \quad f'(-2) \quad \text{y} \quad f''(-2).$$

- (1 punto) Determinar el área de la región acotada limitada por la gráfica de la función  $g(x) = x^4 + 4x^3$  y el eje  $OX$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

Calcular justificadamente:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2x - e^x + \operatorname{sen}(3x)}{x^2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5x^2 + 2)(x - 6)}{(x^2 - 1)(2x - 1)}$$

OPCIÓN B

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a + \ln(1-x), & \text{si } x < 0, \\ x^2 e^{-x}, & \text{si } x \geq 0, \end{cases}$$

(donde  $\ln$  denota logaritmo neperiano) se pide:

- (1 punto) Calcular  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- (1 punto) Calcular el valor de  $a$ , para que  $f(x)$  sea continua en todo  $\mathbf{R}$ .
- (1 punto) Estudiar la derivabilidad de  $f$  y calcular  $f'$ , donde sea posible.

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dados el plano  $\pi \equiv 2x - y = 2$ , y la recta  $r \equiv \begin{cases} x = 1, \\ y - 2z = 2, \end{cases}$  se pide:

- (1 punto) Estudiar la posición relativa de  $r$  y  $\pi$ .
- (1 punto) Determinar el plano que contiene a  $r$  y es perpendicular a  $\pi$ .
- (1 punto) Determinar la recta que pasa por  $A(-2, 1, 0)$ , corta a  $r$ , y es paralela a  $\pi$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & a \\ -3 & 2 & a \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1 punto) Hallar el valor o valores de  $a$  para que la matriz  $A$  tenga inversa.
- (1 punto) Calcular la matriz inversa  $A^{-1}$  de  $A$ , en el caso  $a = 2$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

Por la compra de cinco cuadernos, dos rotuladores y tres bolígrafos se han pagado veintidós euros. Si se compran dos cuadernos, un rotulador y seis bolígrafos, el coste es de catorce euros. Se pide:

- (1 punto) Expresar, en función del precio de un bolígrafo, lo que costaría un cuaderno y lo que costaría un rotulador.
- (1 punto) Calcular lo que deberíamos pagar si adquirimos ocho cuadernos y tres rotuladores.