EXAMEN FÍSICA UNED. SEPTIEMBRE 2017

PARTE OBJETIVA

Desde la superficie de un planeta de M = 6,42 x 10^{23} kg de masa y R = 4500 km de radio se lanza verticalmente hacia arriba un objeto de masa *m* con una velocidad inicial v_0 = 2 km/s. Sabemos además que el movimiento se realiza sin rozamiento.
Dato: constante de la gravitación universal G = 6,67 x 10^{-11} N m^2/kg^2.

1. Elija la frase para completar: Cuando la masa *m* alcanza la altura *h* sobre la superficie del planeta detiene su movimiento de subida porque (indique la frase correcta):

a) Su energía mecánica es cero.
b) Toda su energía mecánica es energía cinética.
c) Toda su energía mecánica es potencial.

$$Si\ no\ hay\ rozamiento \rightarrow Em_A = Em_B$$

$$Em = Ec + Ep \begin{cases} Ec = 1/2 \cdot m \cdot v^2 \\ Ep = m \cdot g \cdot h \end{cases}$$

$$Si\ la\ masa\ m\ al\ alcanzar\ una\ altura\ h\ se\ detiene \begin{cases} Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 = 0\,J \\ Ep = m \cdot g \cdot h_{máx} = Ep_{máx} \end{cases}$$

$$Em = Ec + Ep = 0 + Ep_{máx} = Ep_{máx}$$

2. ¿Cuál es la máxima distancia *r* que alcanza la masa *m* medida desde el centro del planeta?

a) $r = \frac{GM}{\frac{GM}{R^2} - \frac{1}{2}{v_0}^2}$
b) $\boldsymbol{r = \frac{GM}{\frac{GM}{R} - \frac{1}{2}{v_0}^2}}$
c) $r = \frac{GM}{\frac{GM}{R} + \frac{1}{2}{v_0}^2}$

$$Como\ no\ hay\ rozamiento \rightarrow Em_0 = Em_f$$

$$Em_0 = Ec_0 + Ep_0 \begin{cases} Ec_0 = 1/2 \cdot m \cdot {v_0}^2 \\ Ep_0 = m \cdot g \cdot h = m \cdot \left(-\frac{G \cdot M}{R^2}\right) \cdot R = -\frac{GMm}{R} \end{cases}$$

$$Em_f = Ec_f + Ep_f \begin{cases} Ec_f = 1/2 \cdot m \cdot {v_f}^2 = 1/2 \cdot m \cdot 0^2 = 0\,J \\ Ep_0 = m \cdot g \cdot h = m \cdot \left(-\frac{G \cdot M}{(R+h)^2}\right) \cdot (R+h) = -\frac{GMm}{R+h} \end{cases}$$

$$Em_0 = Em_f \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_0}^2 - \frac{GMm}{R} = -\frac{GMm}{R+h}$$

$$m\left(\frac{1}{2} \cdot {v_0}^2 - \frac{GM}{R}\right) = m\left(-\frac{GM}{R+h}\right) \rightarrow \frac{1}{2} \cdot {v_0}^2 - \frac{GM}{R} = -\frac{GM}{R+h}$$

$$r = R + h = \frac{-GM}{\frac{1}{2} \cdot {v_0}^2 - \frac{GM}{R}} = \frac{GM}{\frac{GM}{R} - \frac{1}{2} \cdot {v_0}^2}$$

3. El valor de *r* es, aproximadamente:

a) r = 5,7 x 10^6 m.
b) r = 5,7 x 10^6 km.
c) r = 6,7 x 10^6 m.

$$Hay\ que\ pasar\ todas\ las\ magnitudes\ a\ SI \begin{cases} R = 4500\ km = 4{,}5 \cdot 10^6\ m \\ v_0 = 2\ km\ s^{-1} = 2 \cdot 10^3\ m\ s^{-1} \end{cases}$$

$$r = \frac{GM}{\frac{GM}{R} - \frac{1}{2} \cdot {v_0}^2} = \frac{(6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2 kg^{-2}) \cdot (6{,}42 \cdot 10^{23}\ kg)}{\frac{(6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2 kg^{-2}) \cdot (6{,}42 \cdot 10^{23}\ kg)}{(4{,}5 \cdot 10^6\ m)} - \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 10^3\ m\ s^{-1})^2}$$

$$r = 5{,}7 \cdot 10^6\ m$$

En el momento en el que la masa *m* se encuentra a la distancia *r* del centro del planeta se le transfiere el momento lineal necesario para que describa una órbita circular entorno al planeta.

4. La velocidad lineal de la masa *m* en esa órbita viene dada por:

a) $\boldsymbol{v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}}$
b) $v = \sqrt{\frac{G \cdot M^2}{r}}$
c) $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r^2}}$

5. El valor de la velocidad angular *w* de la masa *m* en esa órbita de radio *r* viene dado por:

a) $\boldsymbol{w = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r^3}}}$
b) $w = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r^5}}$
c) $w = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$

$$Periodo\ de\ revolución\ de\ un\ satélite \rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v_{órb.}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M}}$$

$$Velocidad\ angular\ de\ un\ satélite \rightarrow w = \frac{2\pi}{T} = \frac{v_{órb.}}{r} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r^3}}$$

Una espira circular de R = 4 cm de radio está dentro de un campo magnético uniforme, de dirección normal al plano de la espira y cuya intensidad es variable con el tiempo. Sabemos además, que el módulo de dicho campo magnético varía con el tiempo de acuerdo a: $B(t) = 2t + 4t^2$ T y que el ángulo formado por los vectores dS y B es cero.

6. ¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular, de forma correcta, el valor de la fuerza electromotriz inducida ε(t) en la espira?

a) $\varepsilon(t) = -\pi R^2 \frac{dB(t)}{dt}$
b) $\varepsilon(t) = -\pi R^2 \frac{d^2B(t)}{dt^2}$
c) $\varepsilon(t) = -\pi B^2 \frac{dR}{dt}$

$$Fuerza\ electromotriz \rightarrow \ \varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S})}{dt} = -NS\frac{dB(t)}{dt} = -1 \cdot \pi R^2 \frac{dB(t)}{dt}$$

7. La fuerza electromotriz inducida en la espira en el tiempo t = 5 s es:

a) ε(5) = -0,21 μV.
b) ε(5) = -0,21 mV.
c) ε(5) = -0,21 V.

$$\varepsilon(t) = -\pi R^2 \frac{dB(t)}{dt} = -\pi R^2 \cdot (2 + 8t)$$

$$\begin{cases} R = 4\ cm = 0{,}04\ m \\ t = 5\ s \end{cases} \rightarrow \ \varepsilon(5) = -\pi \cdot 0{,}004^2 \cdot (2 + 8 \cdot 5) = -0{,}21\ V$$

8. Indique cuál de las siguientes expresiones permite calcular, de forma correcta, el valor del flujo magnético $\Phi_B(t)$ a través de la espira:

a) $\Phi_B(t) = B(t) \cdot \pi R^2$
b) $\Phi_B(t) = B(t) \cdot \pi R^2 \cdot \cos(\pi/2)$
c) $\Phi_B(t) = B^2(t) \cdot \pi R^2$

$$Flujo\ magnético\ a\ través\ de\ una\ espira \rightarrow \ \Phi = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot cos\varphi$$

$$\Phi(\mathrm{t}) = N \cdot B(t) \cdot S \cdot cos\varphi = 1 \cdot B(t) \cdot \pi R^2 \cdot \cos 0 = B(t) \cdot \pi R^2$$

Una niña se encuentra parada en la acera y observa como una ambulancia se aleja de ella a una velocidad de 40 m/s. Sabemos que la sirena de la ambulancia emite el sonido con una frecuencia de f_0 = 300 Hz y que la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s.

9. Definimos el cambio en la frecuencia Δf debido al efecto Doppler como $\Delta f = f_0 - f$; donde f_0 es la frecuencia de la sirena de la ambulancia y f es la frecuencia que recibe la niña. Sabemos que Δf:

a) **Es directamente proporcional al valor de f_0.**
b) No depende del valor de f_0.
c) No depende de la velocidad de la ambulancia.

$$\textit{Si la niña está en reposo y la ambulancia se aleja de ella} \rightarrow f_{niña} = f_{amb.}\left(\frac{v}{v + v_{amb.}}\right)$$

$$\Delta f = f_{amb.} - f_{niña} = f_{amb.} - f_{amb.}\left(\frac{v}{v + v_{amb.}}\right) = f_{amb.}\left(1 - \frac{v}{v + v_{amb.}}\right)$$

$$\Delta f = f_{amb.}\left(\frac{v + v_{amb.} - v}{v + v_{amb.}}\right) = f_{amb.}\left(\frac{v_{amb.}}{v + v_{amb.}}\right) = f_0\left(\frac{v_0}{v + v_0}\right)$$

10. La frecuencia del sonido que le llega a la niña es:

a) De 300 Hz.
b) Superior a 300 Hz.
c) **Inferior a 300 Hz.**

PARTE DE PROBLEMAS

PROBLEMA 1

a) Determine la velocidad que debe tener un electrón para que su longitud de onda asociada sea la misma que la de un fotón de 1,5 eV.
b) ¿Cuál es la longitud de onda de dicho electrón? Explique cómo se ha obtenido este resultado.

Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\, J\, s$; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\, kg$; $1\, eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, J$; $c = 3 \cdot 10^{8}\, m/s$

a)

$$Energía\ de\ un\ fotón\ de\ 1{,}5\ eV \rightarrow E_f = 1{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 2{,}4 \cdot 10^{-19}\, J$$

$$Energía\ de\ un\ fotón \rightarrow E = h\left(\frac{c}{\lambda}\right) \begin{cases} h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \\ c = 3 \cdot 10^{8}\, m/s \\ E = 1{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 2{,}4 \cdot 10^{-19}\, J \end{cases}$$

$$2{,}4 \cdot 10^{-19} = (6{,}63 \cdot 10^{-34})\left(\frac{3 \cdot 10^{8}}{\lambda}\right) \rightarrow \lambda = 8{,}29 \cdot 10^{-7}\, m$$

$$\lambda_{fotón} = \lambda_{electrón} = 8{,}29 \cdot 10^{-7}\, m$$

$$Longitud\ de\ onda\ electrón\ (Ppio.De\ Broglie) \rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot v} \begin{cases} h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \\ \lambda = 8{,}29 \cdot 10^{-7}\, m \\ m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\, kg \end{cases}$$

$$v = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{(9{,}1 \cdot 10^{-31}) \cdot (8{,}29 \cdot 10^{-7})} = 8{,}79 \cdot 10^{2}\, m/s$$

$$\boldsymbol{Solución\text{: } v = 8{,}79 \cdot 10^{2}\, m/s}$$

b)

$$\boldsymbol{Solución\text{: } \lambda = 8{,}29 \cdot 10^{-7}\, m}$$

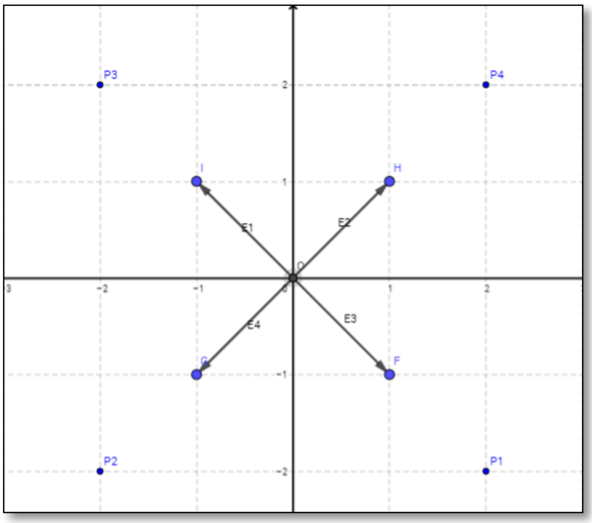
PROBLEMA 2.

En el plano XY se sitúan tres cargas puntuales iguales de 2 μC en los puntos P_1 = (2,-2); P_2 = (-2,-2) y P_3 = (-2, 2) donde todas las distancias están medidas en centímetros. Determine el valor que debe tener una carga situada en el punto P_4 = (2, 2) cm para que:

a) El campo eléctrico se anule en el punto (0, 0) cm.
b) En esas condiciones, ¿cuál será el potencial eléctrico en dicho punto?
c) El potencial eléctrico se anule en el punto (0, 0) cm.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \, N \, m^2 \, C^{-2}$

a)



$$\overrightarrow{E_T} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} + \overrightarrow{E_3} + \overrightarrow{E_4} \begin{cases} \overrightarrow{E_1} = -E_1 \cos 45° \vec{\imath} + E_1 \operatorname{sen} 45° \vec{\jmath} \\ \overrightarrow{E_2} = E_2 \cos 45° \vec{\imath} + E_2 \operatorname{sen} 45° \vec{\jmath} \\ \overrightarrow{E_3} = E_3 \cos 45° \vec{\imath} - E_3 \operatorname{sen} 45° \vec{\jmath} \\ \overrightarrow{E_4} = -E_4 \cos 45° \vec{\imath} - E_4 \operatorname{sen} 45° \vec{\jmath} \end{cases}$$

$$Para \; que \; \overrightarrow{E_T} = 0 \; \rightarrow E_4 = E_1 = E_2 = E_3$$

$$E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = K \frac{Q}{r^2} \rightarrow Q = 2 \cdot 10^{-6} \, C = 2 \mu C$$

$$\boldsymbol{Soluci\acute{o}n: La \; carga \; situada \; en \; el \; punto \; P_4 \; tiene \; que \; ser \; Q = 2 \cdot 10^{-6} \, C = 2 \mu C}$$

b)

$$Potencial\ eléctrico\ en\ el\ punto\ (0,0) \rightarrow V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

$$Pasar\ las\ magnitudes\ a\ SI \begin{cases} Q = 2 \cdot 10^{-6}\ C \\ K = 9 \cdot 10^{9}\ N\ m^2\ C^{-2} \\ r = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2{,}83\ cm = 0{,}03\ m \end{cases}$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = K\frac{Q}{r} = (9 \cdot 10^9)\frac{(2 \cdot 10^{-6})}{0{,}03} = 6 \cdot 10^5\ V$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 2{,}4 \cdot 10^6\ V$$

$$\boldsymbol{Solución}: \boldsymbol{V = 2,4 \cdot 10^6\ V}$$

c)

$$Potencial\ eléctrico\ en\ el\ punto\ (0,0) \rightarrow V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 0\ V$$

$$Pasar\ las\ magnitudes\ a\ SI \begin{cases} Q = 2 \cdot 10^{-6}\ C \\ K = 9 \cdot 10^{9}\ N\ m^2\ C^{-2} \\ r = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2{,}83\ cm = 0{,}03\ m \end{cases}$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = K\frac{Q}{r} = (9 \cdot 10^9)\frac{(2 \cdot 10^{-6})}{0{,}03} = 6 \cdot 10^5\ V$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 0 \rightarrow 0 = 1{,}8 \cdot 10^6 + V_4 \rightarrow V_4 = -1{,}8 \cdot 10^6\ V$$

$$V_4 = K\frac{Q}{r} \rightarrow -1{,}8 \cdot 10^6 = (9 \cdot 10^9)\frac{Q_4}{0{,}03} \rightarrow Q_4 = \frac{(-1{,}8 \cdot 10^6) \cdot 0{,}03}{9 \cdot 10^9} = -6 \cdot 10^{-6} C = -6 \mu C$$

$$\boldsymbol{Solución}: \boldsymbol{Q_4 = -6 \cdot 10^{-6}\ C = -6\mu C}$$