EXAMEN FÍSICA

Universidad Complutense de Madrid

Convocatoria Ordinaria. Curso 2017-2018

OPCIÓN A

1.

a)

La fuerza que ejerce la masa 1 sobre la masa 2 es:

$$\overrightarrow{F_{1,2}} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{{d_{1,2}}^2}\,\overrightarrow{u_{1,2}} = -(6{,}67 \cdot 10^{-11}) \cdot \frac{20 \cdot 10}{1^2}\,\vec{\imath} = \mathbf{-1{,}33 \cdot 10^{-8}}\,\vec{\boldsymbol{\imath}}\ (\boldsymbol{N})$$

El peso de la masa 2 en la superficie de la Tierra es:

$$\overrightarrow{P_2} = m_2 \cdot \vec{g} = m_2 \cdot \left(-G \cdot \frac{M_T}{{R_T}^2}\,\vec{u}\right) = 20 \cdot \left(-(6{,}67 \cdot 10^{-11}) \cdot \frac{(5{,}97 \cdot 10^{24})}{(6{,}37 \cdot 10^6)^2}\,\vec{\jmath}\right) = \mathbf{-196{,}27}\,\vec{\boldsymbol{\jmath}}\ (\boldsymbol{N})$$

b)

El módulo del peso de la masa 2 es mayor que el módulo de la fuerza que ejerce la masa 1 sobre la masa 2 debido a la diferencia entre las masas que intervienen en ambas fórmulas y las distancias entre los cuerpos, es decir, cuanto mayor es la diferencia entre las masas y menor es la distancia entre ellas, mayor será el módulo de la fuerza.

2.

a)

Calculamos el nivel de intensidad sonora en el punto P = (4, 3, 0) debido a cada uno de los altavoces será:

$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \begin{cases} I: Intensidad\ de\ la\ onda\ sonora\ (W/m^2) \\ I_0: Intensidad\ umbral\ (W/m^2) \end{cases}$$

$$\mathrm{I} = \frac{P}{S}\ (W/m^2) \begin{cases} P: Potencia\ de\ la\ onda\ sonora\ (W) \\ S: Superficie\ de\ la\ onda\ sonora \rightarrow S = 4\pi r^2 \end{cases}$$

$$\text{Altavoz 1} \rightarrow \mathrm{I}_1 = \frac{P}{S} = \frac{60}{100\pi} = 0{,}19\frac{W}{m^2}\begin{cases} P = 60\,W \\ S = 4\pi {d_1}^2 \rightarrow d_1 = |\overrightarrow{AP}| = \sqrt{4^2+3^2+0^2} = 5\,m \end{cases}$$

$$\beta_1 = 10\cdot\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\cdot\log\left(\frac{0{,}19}{10^{-12}}\right) = 10\cdot 11{,}28 = \mathbf{112{,}8\ dB}$$

$$\text{Altavoz 2} \rightarrow \mathrm{I}_2 = \frac{P}{S} = \frac{40}{36\pi} = 0{,}35\frac{W}{m^2}\begin{cases} P = 40\,W \\ S = 4\pi {d_2}^2 \rightarrow d_2 = |\overrightarrow{BP}| = \sqrt{0^2+3^2+0^2} = 3\,m \end{cases}$$

$$\beta_2 = 10\cdot\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\cdot\log\left(\frac{0{,}35}{10^{-12}}\right) = 10\cdot 11{,}55 = \mathbf{115{,}5\ dB}$$

b)

Calculamos el nivel de intensidad sonora en el punto P = (4, 3, 0) debido a ambos altavoces será:

$$\mathrm{I} = \mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2 = 0{,}19 + 0{,}35 = 0{,}54\frac{W}{m^2}$$

$$\beta = 10\cdot\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\cdot\log\left(\frac{0{,}54}{10^{-12}}\right) = 10\cdot 11{,}73 = \mathbf{117{,}3\ dB}$$

3.

a)

A medida que la varilla se desplaza hacia la derecha, la superficie afectada por el campo magnético aumenta, incrementándose el flujo a través de la misma.
El tamaño de la superficie varía en función de la velocidad y tiempo de desplazamiento de la varilla.
Como la velocidad es constante, es decir, como se trata de un movimiento rectilíneo uniforme, el espacio recorrido será:

$$Longitud\ horizontal\ recorrido\ por\ la\ varilla \rightarrow s = v\cdot t = 3\cdot 2 = 6\,m\begin{cases} v = 3\,m/s \\ t = 2\,s \end{cases}$$

Asimismo, la superficie afectada por el campo magnético y el flujo a través de la misma serán:

$$Superficie\ afectada\ por\ el\ campo\ magnético \rightarrow S = a\cdot b = 3{,}5\,m^2\begin{cases} a = 1+6 = 7\,m \\ b = 0{,}5\,m \end{cases}$$

$$Flujo\ a\ través\ de\ la\ superficie \rightarrow \Phi = B\cdot S\cdot\cos(wt)$$

$$\Phi = B\cdot S\cdot\cos(wt) = 0{,}3\cdot 3{,}5\cdot(-1) = \mathbf{-1{,}05\ wb}\begin{cases} B = 0{,}3\,T \\ S = 3{,}5\,m^2 \\ \cos(wt) = \cos\widehat{B,S} = \cos 180° = -1 \end{cases}$$

La fuerza electromotriz inducida en la espira es la variación del flujo en función del tiempo:

$$Fem\ inducida\ en\ la\ espira \rightarrow \varepsilon = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{\Phi_f - \Phi_0}{\mathrm{t}_f - \mathrm{t}_0}$$

$$\varepsilon = -1 \cdot \frac{-1{,}05 + 0{,}15}{2-0} = \mathbf{0,45\ V} \begin{cases} \Phi_0 = B \cdot S \cdot \cos(wt) = 0{,}3 \cdot (1 \cdot 0{,}5) \cdot (-1) = -0{,}15\ wb \\ \Phi_f = B \cdot S \cdot \cos(wt) = 0{,}3 \cdot (7 \cdot 0{,}5) \cdot (-1) = -1{,}05\ wb \\ N = 1\ espira \end{cases}$$

b)

Análogamente al caso anterior, calcularemos el flujo a través de la espira y la fuerza electromotriz inducida en la misma de igual manera. Sin embargo, en este caso la velocidad no es constante, hay aceleración, por lo que se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.
En este caso el espacio recorrido será:

$$Longitud\ horizontal\ recorrido\ por\ la\ varilla \rightarrow s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 1 + 0 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2^2 = 5\ m \begin{cases} v_0 = 0\ m/s \\ t = 2\ s \\ a = 2\ m/s^2 \end{cases}$$

Asimismo, la superficie afectada por el campo magnético y el flujo a través de la misma serán:

$$Superficie\ afectada\ por\ el\ campo\ magnético \rightarrow S = a \cdot b = 2{,}50\ m^2 \begin{cases} a = 5\ m \\ b = 0{,}50\ m \end{cases}$$

$$Flujo\ a\ través\ de\ la\ superficie \rightarrow \Phi = B \cdot S \cdot \cos(wt)$$

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos(wt) = 0{,}3 \cdot 2{,}5 \cdot (-1) = \mathbf{-0,75\ wb} \begin{cases} B = 0{,}30\ T \\ S = 2{,}50\ m^2 \\ \cos(wt) = \cos \widehat{B,S} = \cos 180° = -1 \end{cases}$$

La fuerza electromotriz inducida en la espira es la variación del flujo en función del tiempo:

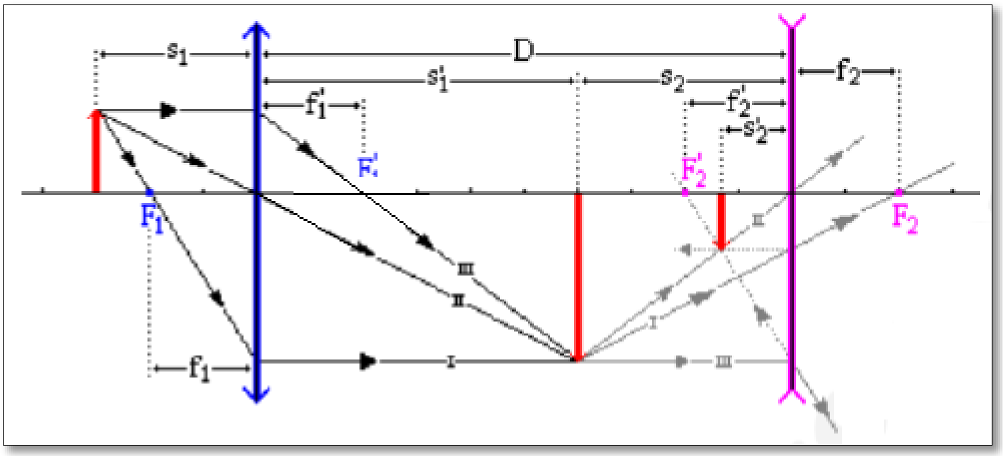
$$Fem\ inducida\ en\ la\ espira \rightarrow \varepsilon = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{\Phi_f - \Phi_0}{\mathrm{t}_f - \mathrm{t}_0}$$

$$\varepsilon = -1 \cdot \frac{-0{,}75 + 0{,}15}{2-0} = \mathbf{0,30\ V} \begin{cases} \Phi_0 = B \cdot S \cdot \cos(wt) = 0{,}3 \cdot (1 \cdot 0{,}5) \cdot (-1) = -0{,}15\ wb \\ \Phi_f = B \cdot S \cdot \cos(wt) = 0{,}3 \cdot (5 \cdot 0{,}5) \cdot (-1) = -0{,}75\ wb \\ N = 1\ espira \end{cases}$$

4.

Sabemos que la lente de 10 dioptrías es convergente (por su carácter positivo) y que la lente de - 10 dioptrías es divergente (por su carácter negativo).

Siguiendo las pautas del enunciado realizamos la siguiente representación:



Estando el objeto situado a una distancia de 15 cm a la izquierda de la lente convergente y siendo la distancia entre las lentes es de 50 cm.
La altura del objeto es de 10 cm.

a)

Las características de la imagen producida por la primera imagen son:

$$Objeto\ situado\ a\ 15\ cm \rightarrow \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'_1} \rightarrow \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{-0{,}15} = 10 \begin{cases} P = \dfrac{1}{f'_1} = 10\ dioptrías \\ s_1 = -15\ cm = -0{,}15\ m \end{cases}$$

$$\frac{1}{s'_1} - \frac{1}{-0{,}15} = 10 \rightarrow \frac{1}{s'_1} = 3{,}33 \rightarrow s'_1 = \mathbf{0{,}30\ m} \rightarrow Distancia\ de\ la\ imagen\ a\ la\ lente$$

$$Aumento\ lateral \rightarrow A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \begin{cases} y_1 = 10\ cm = 0{,}10\ m \rightarrow Altura\ del\ objeto \\ s'_1 = 0{,}30\ m \rightarrow Distancia\ de\ la\ imagen\ a\ la\ lente \\ s_1 = -0{,}15\ m \rightarrow Distancia\ del\ objeto\ a\ la\ lente \end{cases}$$

$$y'_1 = \frac{s'_1 \cdot y_1}{s_1} = \mathbf{-0{,}20\ m} \rightarrow Altura\ de\ la\ imagen\ (está\ invertida\ ya\ que\ es\ negativa)$$

Las características de la imagen final formada por el sistema son:

$$Distancia\ de\ la\ imagen\ a\ la\ lente\ divergente \rightarrow s_2 = 0{,}50 - s'_1 = 0{,}20\ m$$

Como la imagen, que ahora actúa como objeto, está situada a la izquierda de la lente divergente:

$$s_2 = -0{,}20\ m$$

La imagen final obtenida estará situada:

$$\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f'_2} \rightarrow \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{-0{,}20} = -10 \begin{cases} P = \dfrac{1}{f'_2} = -10\ dioptrías \\ s_2 = -0{,}20\ m \end{cases}$$

$$\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{-0{,}20} = -10 \rightarrow \frac{1}{s'_2} = -15 \ \rightarrow s'_2 = \mathbf{-0{,}07\ m} \ \rightarrow Dist.\, de\ la\ imagen\ a\ la\ lente$$

$$Aumento\ lateral \rightarrow A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \begin{cases} y_2 = -0{,}20\ m \rightarrow Altura\ del\ objeto \\ s'_2 = -0{,}07\ m \ \rightarrow Distancia\ de\ la\ imagen\ a\ la\ lente \\ s_2 = -0{,}20\ m \rightarrow Distancia\ del\ objeto\ a\ la\ lente \end{cases}$$

$$y'_2 = \frac{s'_2 \cdot y_2}{s_2} = \mathbf{-0{,}07\ m} \ \rightarrow Altura\ de\ la\ imagen\ (está\ invertida\ ya\ que\ es\ negativa)$$

NOTA: Tenemos en cuenta el siguiente criterio de signos:
- *Zona a la derecha de la lente: +*
- *Zona a la izquierda de la lente: -*
- *Parte superior del eje x: +*
- *Parte inferior del eje x: -*

Solución: La imagen es virtual, invertida y de menor tamaño.

b)

El diagrama de rayos de la formación de la imagen final es el realizado al comienzo del ejercicio.

5.

a)

El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones por un material al incidir sobre él una radiación electromagnética (luz).
Este efecto se produce cuando un electrón absorbe la energía de un fotón del rayo de luz. Si la energía de la radiación electromagnética que incide sobre el material es mayor que el trabajo de extracción del mismo entonces el electrón es arrancado. Si la energía del fotón es demasiado baja, el electrón no puede escapar.

$$Energía\ de\ la\ radiación \rightarrow E_f = W_{ext.} + E_{e^-}$$

b)

Para que se produzca el efecto fotoeléctrico la energía de la radiación electromagnética (fotones) que incide sobre el metal tiene que ser mayor que el trabajo de extracción del mismo.

$$Trabajo\ de\ extracción\ del\ metal \rightarrow W_{ext.} = 2\ eV = 2 \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}) = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ J$$

La frecuencia de los fotones con los que se ilumina el metal, para que la velocidad de los electrones que salen disparados del mismo sea la indicada en el apartado, es:

$$Energía\ cinética\ elect. \rightarrow E_e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot (9{,}11 \cdot 10^{-31}) \cdot (7 \cdot 10^5)^2 = 2{,}23 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$Energía\ de\ radiación \rightarrow E_f = W_{ext.} + E_e = (3{,}2 \cdot 10^{-19}) + (2{,}23 \cdot 10^{-19}\ ) = 5{,}43 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$Energía\ de\ radiación \rightarrow E_f = h \cdot f \begin{cases} h: Constante\ de\ Planck\ (J \cdot s) \\ f: Frecuencia\ de\ los\ fotones\ (s^{-1}) \end{cases}$$

$$Frecuencia\ de\ los\ fotones \rightarrow f = \frac{E_f}{h} = \frac{5{,}43 \cdot 10^{-19}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}} = \mathbf{8{,}19 \cdot 10^{14}\ s^{-1}}$$

OPCIÓN B

1.

a)

Cuando un satélite recorre una órbita circular a una velocidad constante (movimiento circular uniforme), la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él es igual a la fuerza responsable de su movimiento, la fuerza centrípeta. Por ello, para calcular el radio de una órbita circular que sigue un satélite, recurrimos a la siguiente estrategia:

$$\text{Órbita circular} \rightarrow F_C = m \cdot a_C = m \cdot \frac{v^2}{R} \begin{cases} v\text{: velocidad orbital } (v.\text{ lineal}) \ (m/s) \\ m\text{: masa del satélite } (kg) \\ R\text{: radio de la órbita } (m) \end{cases}$$

$$\text{Fuerza gravitatoria} \rightarrow F_G = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \begin{cases} M\text{: masa del planeta } (kg) \\ m\text{: masa del satélite } (kg) \\ R\text{: dist. del satélite a la sup. del planeta } (m) \end{cases}$$

$$F_C = F_G \rightarrow m \cdot \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \rightarrow v^2 = G \cdot \frac{M}{R} \begin{cases} v = w \cdot R \\ w = \frac{2\pi}{T} \end{cases} \rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R^2 = G \cdot \frac{M}{R}$$

$$R^3 = G \cdot \frac{M \cdot T^2}{4\pi^2} \rightarrow R = \sqrt[3]{G \cdot \frac{M \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

Sabiendo que un satélite geoestacionario en la Tierra tiene un periodo de 24 horas, y que se desea conocer el radio de la órbita cuando el periodo es el doble:

$$T = 48\ h = 48 \cdot 3600 = 1{,}73\ \cdot 10^5\ s$$

$$R = \sqrt[3]{G \cdot \frac{M \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{(6{,}67 \cdot 10^{-11}) \cdot \frac{(5{,}97 \cdot 10^{24}) \cdot (1{,}73\ \cdot 10^5)^2}{4\pi^2}} = \mathbf{6{,}70\ \cdot 10^7\ m}$$

b)

Sabiendo que:

$$V.\text{orbital} \rightarrow v_o = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R_T + h}} \begin{cases} R\text{: Radio de la órbita } (m) \\ G\text{: Constante de Gravit. Univ. } (N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}) \\ M\text{: Masa de la Tierra } (kg) \\ m\text{: Masa del satélite } (kg) \end{cases}$$

La energía mecánica de un satélite que recorre una órbita circular es:

$$Energía\ mecánica\ del\ satélite \rightarrow E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_o}^2 - G \cdot \frac{m \cdot M}{R}$$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_o}^2 - G \cdot \frac{m \cdot M}{R} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{G \cdot M}{R}\right) - G \cdot \frac{m \cdot M}{R} = -\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{m \cdot M}{R}$$

La diferencia de energía entre las dos órbitas se calcula:

$$\Delta E = E_{m2} - E_{m1} = \left(-\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{m \cdot M}{R_2}\right) - \left(-\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{m \cdot M}{R_1}\right) \begin{cases} Órbita\ 1 \rightarrow T = 24\ h \\ Órbita\ 2 \rightarrow T = 48\ h \end{cases}$$

$$\Delta E = E_{m2} - E_{m1} = \frac{1}{2} \cdot G \cdot m \cdot M \cdot \left(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right)$$

El radio de la órbita 1 lo podemos calcular aplicando la tercera ley de Kepler:

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2} \rightarrow R_1 = \sqrt[3]{\frac{R_2^3 \cdot T_1^2}{T_2^2}} = R_2 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1^2}{T_2^2}} = (6{,}70\ \cdot 10^7) \cdot \sqrt[3]{\frac{24^2}{48^2}} = 4{,}22 \cdot 10^7\ m$$

Introduciendo todos los datos en la fórmula de la diferencia de energía entre las dos órbitas obtenemos:

$$\Delta E = \frac{G \cdot m \cdot M}{2} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{(6{,}70\ \cdot 10^7) \cdot (5{,}97 \cdot 10^{24}) \cdot 10^3}{2} \cdot \left(\frac{1}{4{,}22 \cdot 10^7} - \frac{1}{6{,}70\ \cdot 10^7}\right)$$

$$\boldsymbol{\Delta E = 1{,}74\ \cdot 10^9\ J}$$

2.

a)

De la figura 1 obtenemos:

$$Longitud\ de\ onda \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 2\ m}\ (dist.\ entre\ dos\ vientres\ consecutivos)$$
$$Amplitud \rightarrow \boldsymbol{A = 2{,}5\ m}\ (dist.\ entre\ pto\ más\ alejado\ de\ la\ onda\ y\ pto\ de\ equilibrio)$$

De la figura 2 obtenemos los siguientes datos:

$$Periodo \rightarrow \boldsymbol{T = 9\ s}\ (tiempo\ que\ tarda\ la\ onda\ en\ realizar\ un\ ciclo\ completo)$$

La velocidad de propagación de la onda la calcularemos:

$$Velocidad\ de\ propagación \rightarrow v_p = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{9} = \boldsymbol{0{,}22\ m/s}$$

b)

La ecuación de una onda armónica transversal (movimiento ondulatorio) se puede expresar mediante una función seno o coseno. Para pasar de una expresión senoidal a una cosenoidal restaremos 90 grados a la fase, y para pasar de una expresión cosenoidal a una senoidal se los sumaremos.

$$y(x,t) = A \cdot sen\,(wt \pm kx + \varphi) \begin{cases} Velocidad\ angular: w = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{9}\ rad/s \\ Número\ de\ onda: k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{2} = \pi\ m^{-1} \\ Ángulo\ de\ fase\ inicial: \varphi \\ Desplazam.\ onda\ hacia\ parte\ positiva\ del\ eje\ x:\ - \end{cases}$$

Para completar la ecuación anterior tenemos que calcular el ángulo de fase inicial, para ello utilizaremos información obtenida en la figura 2:

$$Elongación\ en\ un\ instante\ concreto \rightarrow y(x,t) = y(1{,}0) = 0\ m \begin{cases} x = 1\ m \\ t = 0\ s \end{cases}$$

$$0 = y(1{,}0) = 2{,}5 \cdot sen\ \left(\frac{2\pi}{9} \cdot 0 - \pi \cdot 1 + \varphi\right) \rightarrow sen\ (-\pi + \varphi) = 0$$

$$-\pi + \varphi = sen^{-1}\ 0 \begin{cases} -\pi + \varphi = 0 \rightarrow \varphi = \pi\ rad \\ -\pi + \varphi = \pi \rightarrow \varphi = 2\pi = 0\ rad \end{cases}$$

Dado que la pendiente de la recta tangente (derivada = variación del espacio con respecto al tiempo) a la curva de la figura 2 en el origen es positiva:

$$v(x,t) = \frac{dy}{dt} \rightarrow v(x,t) = v(1{,}0) > 0\ m/s \begin{cases} x = 1\ m \\ t = 0\ s \end{cases}$$

De los dos ángulos obtenidos tomamos el que cumpla esta condición:

$$v(x,t) = Aw \cdot \cos(wt \pm kx + \varphi)$$

$$v(1{,}0) = 2{,}5 \cdot \frac{2\pi}{9} \cdot cos\left(\frac{2\pi}{9} \cdot 0 - \pi \cdot 1 + \varphi\right) \begin{cases} \boldsymbol{\varphi = \pi\ rad \rightarrow v(1,0) > 0} \\ \varphi = 0\ rad \rightarrow v(1{,}0) < 0 \end{cases}$$

Por lo tanto, el ángulo de fase inicial es $\varphi = \pi\ rad$.

Sustituyendo, la expresión matemática de la onda será:

$$\boldsymbol{y(x,t) = 2,5 \cdot sen\ \left(\frac{2\pi}{9}t - \pi x + \pi\right)\ m}$$

3.

a)

La carga 2 está bajo la influencia del campo eléctrico generado por la carga 1, y viceversa.
El trabajo necesario para trasladar la carga 2 desde un punto del campo eléctrico a otro es:

$$W_{A\to B} = -q \cdot \Delta V = -q_2 \cdot (V_B - V_A)$$

El potencial eléctrico en un punto del campo creado por la carga 1 es:

$$V = K \cdot \frac{q}{r}\ (V) \begin{cases} K\text{: } Constante\ de\ la\ ley\ de\ Coulomb\ (N \cdot m^2 \cdot C^{-2}) \\ q\text{: } Carga\ eléctrica\ que\ genera\ el\ campo\ (C) \\ r\text{: } Distancia\ de\ la\ carga\ al\ punto\ de\ estudio\ (m) \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_A = 10\ m \to V_A = K \cdot \frac{q_1}{r_A} = (9 \cdot 10^9) \cdot \frac{(6 \cdot 10^{-6})}{10} = 5{,}4 \cdot 10^3\ V \\ r_B = \infty \to V_B = K \cdot \frac{q_1}{r_B} = (9 \cdot 10^9) \cdot \frac{(6 \cdot 10^{-6})}{\infty} = 0\ V \end{cases}$$

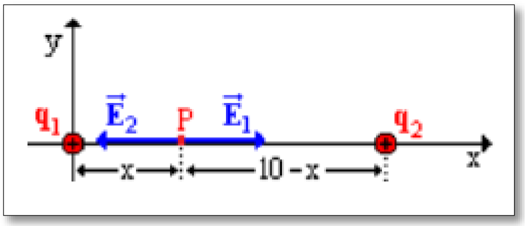
Sustituyendo en la expresión del trabajo:

$$W_{A\to B} = -q_2 \cdot (V_B - V_A) = -(10 \cdot 10^{-6}) \cdot (0 - 5{,}4 \cdot 10^3) = \mathbf{-5{,}4 \cdot 10^{-2}\ J}$$

NOTA: El signo negativo del trabajo indica que la fuerza aplicada para desplazar la carga se opone al desplazamiento natural que realizaría dicha carga, que por ser del mismo signo tendería a alejarse de la carga 1.

b)

Para que una carga 'q' esté en equilibrio en un punto, el campo eléctrico en dicho punto debe ser nulo.
Las cargas 1 y 2 generan un campo eléctrico a su alrededor. Como las dos cargas son positivas las líneas de campo salen de ellas.
Si unimos mediante una línea recta dichas cargas, observamos que los vectores de los campos generados tienen sentidos opuestos pero sus valores diferentes:



$$\vec{E} = K \cdot \frac{q}{r^2}\,\overrightarrow{u_r}\,(N/C)\begin{cases} K\text{: Constante de la ley de Coulomb } (N \cdot m^2 \cdot C^{-2}) \\ q\text{: Carga eléctrica que genera el campo } (C) \\ r\text{: Distancia de la carga al punto de estudio } (m) \end{cases}$$

$$E_1 = E_2 \rightarrow K \cdot \frac{q_1}{x^2} = K \cdot \frac{q_2}{(10-x)^2}\begin{cases} \overrightarrow{E_1} = K \cdot \frac{q_1}{x^2}\,\vec{\imath} \rightarrow E_1 = K \cdot \frac{q_1}{x^2} \\ \overrightarrow{E_2} = -K \cdot \frac{q_2}{(10-x)^2}\,\vec{\imath} \rightarrow E_2 = K \cdot \frac{q_2}{(10-x)^2} \end{cases}$$

$$K \cdot \frac{q_1}{x^2} = K \cdot \frac{q_2}{(10-x)^2} \rightarrow \frac{(10-x)^2}{x^2} = \frac{q_2}{q_1} \rightarrow \frac{10-x}{x} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \rightarrow 10 - x = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \cdot x$$

$$\left(1 + \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}\right)x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{1 + \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-6}}}} = \mathbf{4{,}36\ m}$$

4.

a)

La longitud de onda del rayo luminoso es:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{14}} = \mathbf{5 \cdot 10^{-7} m}\begin{cases} c\text{: Velocidad de la luz en el vacío } (m/s) \\ f\text{: Frecuencia del rayo luminoso } (Hz) \end{cases}$$

b)

La frecuencia del rayo depende del foco emisor, no del medio de propagación, por lo que no camba. Sin embargo, la longitud de onda si depende del medio:

$$n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{\lambda_0 \cdot f}{\lambda_2 \cdot f} = \frac{\lambda_0}{\lambda_2} \rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_0}{n_2} = \frac{\lambda_0}{1{,}25 \cdot n_1} = \frac{5 \cdot 10^{-7}}{1{,}25 \cdot 1} = \mathbf{4 \cdot 10^{-7} m}$$

5.

a)

La velocidad a la que debe desplazarse el electrón se puede deducir de la fórmula de la longitud de onda de De Blogie asociada a los fotoelectrones.

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{m \cdot v} \rightarrow v = \frac{h}{m \cdot \lambda_{DB}}\begin{cases} h\text{: Constante de Planck } (J \cdot s) \\ m\text{: Masa de la partícula } (kg) \\ v\text{: Velocidad de la partícula } (m/s) \end{cases}$$

Sabemos que su longitud de onda asociada corresponde a la longitud de onda de un fotón de energía 0,02 MeV.

$$E_f = 0{,}02\ MeV = 0{,}02 \cdot 10^6 eV = (0{,}02 \cdot 10^6) \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}) = 3{,}2 \cdot 10^{-15}\ J$$

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \rightarrow \lambda = h \cdot \frac{c}{E_f} = (6{,}63 \cdot 10^{-34}) \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{3{,}2 \cdot 10^{-15}} = 6{,}21 \cdot 10^{-11}\ m$$

Por lo tanto, sustituyendo en la expresión de la velocidad:

$$v_{e^-} = \frac{h}{m_{e^-} \cdot \lambda_{DB}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{(9{,}11 \cdot 10^{-31}) \cdot (6{,}21 \cdot 10^{-11})} = \mathbf{1{,}17 \cdot 10^6\ m/s}$$

Si comparamos la velocidad del electrón con la de la Luz vemos que la velocidad del electrón es un 4% menor a la velocidad de la Luz. Como no llega al 20% no podemos considerar la velocidad del electrón relativista, por lo que el electrón no es una partícula relativista.

$$\frac{v_{e^-}}{c} \approx 4\% \rightarrow v_{e^-} = 4\%\ \cdot c$$

b)

En este apartado entendemos que nos piden la energía relativista del electrón:

$$E^2 = (m \cdot c^2)^2 + (p \cdot c)^2 \begin{cases} E: Energía\ relativista\ (J) \\ m \cdot c^2: Energía\ de\ la\ partícula\ en\ reposo\ (J) \\ p \cdot c: Energía\ de\ la\ partícula\ en\ movimiento\ (J) \end{cases}$$

Como el electrón no es una partícula relativista, la velocidad a la que se desplaza es despreciable frente a la energía de la partícula en reposo, por lo que:

$$m \cdot c^2 \gg p \cdot c \rightarrow E^2 = (m \cdot c^2)^2 \rightarrow E = m \cdot c^2$$

Por este motivo, para poder utilizar la expresión anterior, debemos efectuar una corrección en la masa. Para ello utilizaremos el factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(1{,}17 \cdot 10^7)^2}{(3 \cdot 10^8)^2}}} = 1{,}00076 \approx 1$$

$$Masa\ relativista\ aparente \rightarrow M = \gamma \cdot m = 1 \cdot (9{,}11 \cdot 10^{-31}) = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ kg$$

La energía del electrón será entonces:

$$E = M \cdot c^2 = (9{,}11 \cdot 10^{-31}) \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8{,}2 \cdot 10^{-14}\ J \rightarrow E = \frac{(8{,}2 \cdot 10^{-14}) \cdot 10^6}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = \mathbf{0{,}512\ MeV}$$

El momento lineal será:

$$\vec{p} = M \cdot \vec{v} \rightarrow p = M \cdot v = (9{,}11 \cdot 10^{-31}) \cdot (1{,}17 \cdot 10^7) = \mathbf{1{,}07 \cdot 10^{-23}\ kg \cdot m/s}$$