

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las características siguientes: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, almacenamiento de datos alfanuméricos, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales o resolución de ecuaciones. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 4 & 2 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- Calcúlense los valores de a para los cuales la matriz A no tiene matriz inversa.
- Para $a = 3$, calcúlese la matriz inversa de A y resuélvase la ecuación matricial $A \cdot X = B$.

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real $f(x) = 2x^3 - 8x$.

- Determiné en qué puntos la tangente a la curva $y = f(x)$ es horizontal.
- Calcúlese el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de f , el eje de abscisas y las rectas $x = 0$, $x = 2$.

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 - 9} & \text{si } x < 3, \\ x^2 - 4 & \text{si } x \geq 3. \end{cases}$$

- Estúdiense la continuidad de f .
- Determiné si f tiene asíntotas horizontales, verticales u oblicuas.

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Los escolares de un cierto colegio de Madrid fueron encuestados acerca de su alimentación y de su ejercicio físico. Una proporción de $2/5$ hacían ejercicio regularmente y $2/3$ siempre desayunaban. Además, entre los que siempre desayunan, una proporción de $9/25$ hacían ejercicio regularmente. Se elige al azar un escolar de ese colegio

- ¿Es independiente que siempre desayune y que haga ejercicio regularmente?
- Calcúlese la probabilidad de que no siempre desayune y no haga ejercicio regularmente.

Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

Una máquina rellena paquetes de harina. El peso de la harina en cada paquete se puede aproximar por una distribución normal de media μ y desviación típica 25 gramos.

- Se analiza el peso del contenido de 15 paquetes. La media muestral de estos pesos resulta ser 560 gramos. Determiné un intervalo de confianza con un nivel del 95 % para la media poblacional.
- Se sabe que la media poblacional del peso de la harina de un paquete es 560 gramos. Calcúlese la probabilidad de que la media muestral no sea menor que 565 gramos para una muestra de 50 paquetes.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Un alcalde quiere instalar un estanque rectangular en un parque de la ciudad con las siguientes características. El estanque deberá tener al menos 2 metros de ancho y al menos 5 metros de largo. Además su largo debe ser al menos 2 veces su ancho pero no más de tres veces su ancho. Cada metro del ancho del estanque cuesta 1000 euros y cada metro de largo 500 euros. Y se cuenta con un presupuesto de 9000 euros.

- a) Determinése la región del plano delimitada por las restricciones anteriores sobre las dimensiones del estanque.
- b) Si se desea que el estanque respetando esas características tenga el mayor ancho posible, determinése el largo del estanque y su coste.

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 10 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

y la matriz B es tal que

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

- a) Calcúlese A^{-1} .
- b) Calcúlese B^{-1} .

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$.

- a) Determinése los puntos de corte con los ejes de coordenadas así como los límites de la función cuando x tiende a infinito y a menos infinito.
- b) Determinése los valores de x en los que la pendiente de la recta tangente a la función es igual a 3.

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Sean A y B dos sucesos con $P(A) = 0'3$, $P(B | A) = 0'4$, $P(B | \bar{A}) = 0'6$. Calcúlese:

- a) $P(A | B)$
- b) $P(\bar{A} | \bar{B})$

Nota: \bar{S} denota al suceso complementario del suceso S

Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

Para estudiar el absentismo laboral injustificado, se desea estimar la proporción de trabajadores, P , que no acuden a su puesto de trabajo sin justificación al menos un día al año.

- a) Sabiendo que la proporción poblacional de absentismo laboral injustificado es $P = 0'22$, determinése el tamaño mínimo necesario de una muestra de trabajadores para garantizar que, con una confianza del 99%, el margen de error en la estimación no supera el 4%.
- b) Tomada al azar una muestra de 1000 trabajadores, se encontró que 250 había faltado injustificadamente a su puesto de trabajo al menos una vez al año. Determinése un intervalo de confianza al 95% para la proporción de individuos que se ausentan en el trabajo al menos una vez al año sin ninguna justificación.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,50 puntos.

Determinación correcta de los valores críticos..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la inversa de A 0,50 puntos.

Expresión correcta de X en términos de los datos..... 0,25 puntos

Determinación correcta de la matriz X 0,25 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de la derivada 0,50 puntos.

Obtención correcta de los puntos de tangente horizontal 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,25 puntos

Cálculo correcto de la integral indefinida 0,50 puntos.

Cálculo correcto del área..... 0,25 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Estudio de la continuidad cuando x no es 3..... 0,25 puntos.

Expresión correcta de la condición de continuidad en $x = 3$ 0,25 puntos.

Cálculo correcto de los límites laterales en $x = 3$ 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto

Discusión correcta de la existencia de asíntota vertical..... 0,25 puntos

Obtención correcta de las asíntotas verticales 0,25 puntos.

Obtención correcta del comportamiento en los infinitos..... 0,50 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto

Discusión correcto de la independencia 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Planteamiento correcto..... 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Expresión correcta de la distribución de la media muestral 0,25 puntos.

Tipificación correcta de la variable..... 0,25 puntos.

Determinación correcta de la probabilidad..... 0,50 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de las restricciones del enunciado..... 0,50 puntos.

Representación correcta de la región..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación correcta del largo del estanque 0,50 puntos.

Determinación correcta del coste del estanque 0,50 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Obtención correcta de A^{-1} 1,00 punto

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto..... 0,50 puntos.

Obtención correcta de B^{-1} 0,50 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de los puntos de corte con los ejes 0,50 puntos.

Cálculo correcto de los límites 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de la derivada..... 0,25 puntos.

Planteamiento correcto de la ecuación a resolver..... 0,25 puntos.

Obtención correcta de los valores de x pedidos..... 0,50 puntos

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Planteamiento correcto 0,25 puntos.

Obtención correcta del tamaño mínimo de la muestra 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza 0,25 puntos.

Determinación correcta del intervalo 0,50 puntos.