1. **Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$**
   a. **Calcule la matriz $A^2 + B$**
   b. **Calcule la matriz inversa de A**
   c. **Calcule la matriz X de dimensión 2x2 que verifique AX=B**

a.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 + B = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 5 \\ 12 & 2 \end{pmatrix}$$

b.

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}(Adj(A))^T = \frac{1}{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}^T = -1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

c.

$$AX = B; X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$$

2. **Lucía, Raquel y Antonio han recaudado un total de 1240 euros para su viaje de estudios. Se sabe que Lucía ha recaudado tanto como Raquel y Antonio juntos, y que Raquel ha recaudado las dos terceras parte de lo recaudado por Antonio. Calcule cuánto ha recaudado cada uno de ellos.**

$$\begin{cases} x + y + z = 1240 \\ x = y + z \\ y = \frac{2}{3}z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1240 \\ x - y - z = 0 \\ 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

$$x = 620; y = 248; z = 372$$

Solución: Lucía recaudó 620€; Raquel, 248€; y Antonio, 372€

3. **Dada la función real de variable real definida por $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$**

   a. **Determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus máximos y sus mínimos.**
   b. **Calcule el área de la región plana acotada, limitada por la función $f(x) = e^x$; el eje OX y las rectas x=0; x=1**

a.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow 3x(x-2) = 0 \rightarrow x = 0; x = 2$$

$(-\infty, 0)$	$(0,2)$	$(2, \infty)$
$f'(a) > 0, a \in (-\infty, 0)$	$\mathbf{f'(a) < 0, a \in (0,2)}$	$\mathbf{f'(a) > 0, a \in (2, \infty)}$

Intervalo de crecimiento: $(-\infty, \mathbf{0}) \cup (\mathbf{2}, \infty)$
Intervalo de decrecimiento: $(0,2)$
La función tiene un máximo en el punto $(0,4)$ y un mínimo en el punto $(2,0)$

b.

$$A = \int_0^1 e^x dx = e^1 - e^0 = e - 1\, uds^2$$

4. Un jugador realiza un lanzamiento de un dado y si la puntuación obtenida es mayor o igual que 4, gana la partida.

a. Calcule la probabilidad de que un jugador gane la partida, si realiza un solo lanzamiento.

b. Si el jugador realiza 5 lanzamientos consecutivos, calcule la probabilidad de que gane exactamente tres de las cinco partidas.

c. Si el jugador realiza 5 lanzamientos consecutivos, calcule la probabilidad de que gane al menos una de las cinco partidas

a. Un dado tiene 6 caras. Si para ganar necesita un número mayor o igual a 4, hay 3 número que puede sacar y ganar. Por tanto, $\mathrm{P} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

b. $P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}5^2 = 0{,}3125$

c. $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left[\binom{5}{0} \cdot 0{,}5^0 \cdot 0{,}5^5\right] = 0{,}96875$