OPCIÓN A

A.1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) **Determine los valores del parámetro real a para los cuales la matriz A es invertible.**

b) **Calcule, para $a = 0$, la matriz inversa A^{-1}**

RESOLUCIÓN:

a) Para averiguar cuándo la matriz A es invertible, deberá calcularse $|A| = 0$; y, sobre eso, despejar el parámetro a:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2a + 1 - 4 - 1 = 2a - 4 = 0 \rightarrow a = 2$$

Conclusión:

Si $a \neq 2 \rightarrow |A| \neq 0 \rightarrow \exists A^{-1}$

Si $a = 2 \rightarrow |A| = 0 \rightarrow \nexists A^{-1}$

b) Para obtener la matriz inversa de A, se utilizará el método de los determinantes:

i) Si $a = 0$, entonces: $|A| = -4$

ii) Matriz adjunta de A: $Adj(A) = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$

iii) Matriz adjunta de A traspuesta: $[Adj(A)]^t = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

iv) Reemplazo en la fórmula general: $A^{-1} = \frac{1}{-4} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

A.2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Sea S la región del plano definida por:

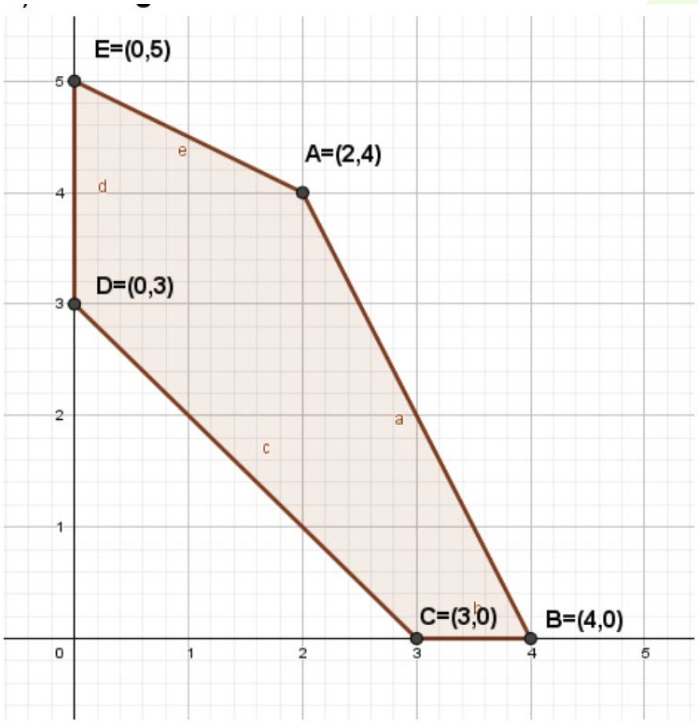
$$x + y \geq 3, 2x + y \leq 8, x + 2y \leq 10, x \geq 0, y \geq 0$$

a) Represente gráficamente la región S y calcule las coordenadas de sus vértices.

b) Obtenga el valor máximo de la función $f(x, y) = 2x + 3y$ en S, indicando el punto de la región el cual se alcanza el máximo y el valor máximo alcanzado.

RESOLUCIÓN:

a) La región factible será:



Las coordenadas de los vértices de la región factible son:

$$A = (2,4); B = (4,0); C = (3,0); D = (0,3); E = (0,5)$$

b) Una vez obtenidos los vértices, se reemplaza cada uno de ellos en la función objetivo $f(x, y) = 2x + 3y$:

$$f_A(2,4) = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 16$$

$$f_B(4,0) = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 0 = 8$$

$$f_C(3,0) = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 0 = 6$$

$$f_D(0,3) = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 3 = 9$$

$$f_E(0,5) = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 5 = 15$$

Conclusión:

El valor máximo de la función se alcanza en el vértice $A = (2{,}4)$, obteniéndose un valor máximo de 16.

A.3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real $f(x) = \sqrt{1+x^2}$.

a) **Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de** $f(x)$ **en el punto de abscisa** $x = 0$

b) **Calcule:** $\int_0^1 2xf(x)dx$

RESOLUCIÓN:

a) Para obtener la ecuación de la recta tangente se deberán realizar los siguientes pasos:

i) Obtener el valor de y_0: $y_0 = f(x_0) = \sqrt{1+0^2} \to y_0 = 1$

ii) Obtener el valor de m: $m = f'^{(x_0)} \to f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} \to f'(0) = \frac{2\cdot 0}{\sqrt{1+0^2}} = 0 \to m = 0$

iii) Reemplazar los valores de x_0, y_0 y m en la ecuación general de la recta:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \to y - 1 = 0(x-0) \to y = 1$$

La ecuación de la recta tangente será $y = 1$

b) Para resolver $\int_0^1 2xf(x)dx$ se seguirán los siguientes pasos:

i) Determinar los puntos de corte de la función con el eje de abscisas:

$$2x\cdot f(x) = 2x\cdot\sqrt{1+x^2} = 0 \to \begin{cases} 2x = 0 \to x = 0 \\ \left(\sqrt{1+x^2}\right)^2 = (0)^2 \to 1+x^2 = 0 \to x^2 = -1 \to \nexists \end{cases}$$

ii) Considerando los puntos de corte con el eje de abscisas, la integral a resolver pasará a ser $\int_0^1 2x\cdot\sqrt{1+x^2}dx$. Sobre esto, se procede a su resolución, comenzando, primeramente, con un cambio de variable:

$$\begin{matrix} u = x^2+1 \\ du = 2xdx \end{matrix} \to \left|\int_0^1 \sqrt{u}du\right| = \left|\left[\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^1\right| = \left|\left[\frac{2\sqrt{u^3}}{3}\right]_0^1\right| = \left|\left[\frac{2\sqrt{(1+x^2)^3}}{3}\right]_0^1\right|$$

iii) Una vez resuelta la integral, se aplica la Regla de Barrow:

$$\left|\left[\frac{2\sqrt{(1+x^2)^3}}{3}\right]_0^1\right| = |F(1) - [F(0)]| = \left|\frac{2\sqrt{(1+1^2)^3}}{3} - \left[\frac{2\sqrt{(1+0^2)^3}}{3}\right]\right| =$$

$$= \left|\frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{2}{3}\right| = \left|\frac{-2+4\sqrt{2}}{3}\right| = |-1'22| = 1'22u^2$$

A.4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Una empresa de reparto de comida a domicilio reparte platos de dos restaurantes: El 60% de los platos que reparte proceden del primer restaurante y el 40% restante del segundo. El 50% de los platos que reparte del primer restaurante están cocinados con productos ecológico, siendo este porcentaje de un 80% para el segundo restaurante. Elegido un plato al azar:

a) Calcule la probabilidad de que esté cocinado con productos ecológicos.

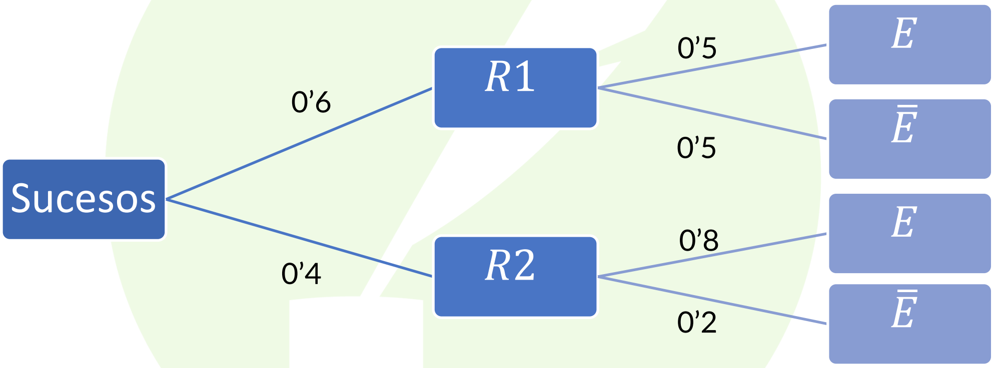
b) Si el plato seleccionado no está cocinado con productos ecológicos, obtenga la probabilidad de que proceda del segundo restaurante.

RESOLUCIÓN:

En primer lugar, antes de comenzar a resolver los apartados, conviene plantear el problema en base a un árbol de probabilidad. Se deberán definir los nombres de los sucesos:

- Que sea del restaurante 1: $R1$
- Que sea del restaurante 2: $R2$
- Que sea un plato con productos ecológicos: E
- Que no sea un plato con productos ecológicos: $\bar{E}$

Sobre esto, el árbol quedará de la siguiente manera:



En base a esto, ahora sí puede resolverse el problema:

a) Para averiguar la probabilidad de que un plato sea cocinado con productos ecológicos, se aplicará el Teorema de la Probabilidad Total:

$$P(E) = P(R1 \cap E) + P(R2 \cap E) = P(R1) \cdot P(E/R1) + P(R2) \cdot P(E/R2) =$$

$$= 0'6 \cdot 0'5 + 0'4 \cdot 0'8 = 0'3 + 0'32 = 0'62$$

La probabilidad de que un plato esté preparado con productos ecológicos es del 62%

b) Para averiguar la probabilidad de que un plato proceda del segundo restaurante, si un plato seleccionado no está cocinado con productos ecológicos, se utilizará la probabilidad condicionada.

$$P(R2/\bar{E}) = \frac{P(R2 \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{P(R2) \cdot P(\bar{E}/R2)}{1 - P(E)} = \frac{0'4 \cdot 0'2}{1 - 0'62} = \frac{0'16}{0'38} = 0'2105$$

La probabilidad de que, escogido un plato que no está cocinado con productos ecológicos, sea del segundo restaurante es de un 21'05%

A.5. (Calificación máxima: 2 puntos)

El tiempo diario de juego con videoconsolas de un estudiante de secundaria sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 0'25 horas.

a) Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 25. Calcule la probabilidad de que la media muestral $\bar{X}$ no supere 2'9 horas si $\mu = 2'75$ horas.

b) Sabiendo que para una muestra aleatoria simple de 64 personas se ha obtenido un intervalo de confianza $(2'9388;\ 3'0613)$ para μ, determine el nivel de confianza con el que se obtuvo dicho intervalo.

RESOLUCIÓN:

a) Para resolver este apartado, hay que tener en cuenta que lo que se pide es obtener una probabilidad relacionada con la media de la variable. Así pues, los pasos a seguir serán:

i) Calcular el valor de Z:

$$P(\bar{X} < 25) = P\left(Z < \frac{2'9 - 2'75}{\frac{0'25}{\sqrt{25}}}\right) = P(Z < 3)$$

ii) Habiéndose obtenido el valor de Z, y dado que no es necesario hacer ninguna modificación en su cálculo, se consulta en la Tabla de la Distribución Normal cuál es la probabilidad asociada al valor de Z obtenido.

$$P(Z < 3) = 0'9987$$

La probabilidad de que la media muestral no supere 2'9 horas de tiempo de juego es de un 99'87%.

b) Para averiguar la probabilidad con la que se obtuvo ese intervalo, se realizará el siguiente procedimiento:

i) Primeramente, se obtiene la longitud del intervalo:

$$IC(\bar{X})_{1-\alpha} = (2'9388;\ 3'0613) \rightarrow L = 3'0613 - 2'9338 = 0'1275$$

ii) Conocida la Longitud, dividiendo entre dos, obtenemos el Error:

$$E = \frac{L}{2} \rightarrow E = \frac{0'1275}{2} = 0'06375$$

iii) Una vez conocido cuál es el error, planteamos la fórmula para el cálculo del error, reemplazamos los datos conocidos, y se despeja $Z_{\alpha/2}$:

$$E = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 0'06375 = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{0'25}{\sqrt{64}} \rightarrow Z_{\alpha/2} = \frac{0'06375 \cdot \sqrt{64}}{0'25} = 2'04$$

iv) Ya conocido el valor de $Z_{\propto/2}$, se consulta en la Tabla de la Distribución Normal cuál es la probabilidad asociada a ese valor:

$$P(Z_{\alpha/2} = 2'04) = 0'9793$$

v) Ahora que ya se conoce la probabilidad, se busca puede determinar el nivel de confianza con el que se creó el intervalo de confianza:

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0'9773 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'0227 \rightarrow \alpha = 0'0454 \rightarrow 1 - \alpha = 0'9546$$

El nivel de confianza es de un 95’46%.

OPCIÓN B

B.1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x - y + az = -1 \\ 2x + y + z = 6 \end{cases}$$

a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro real a:

b) Resuelva el sistema para $a = -2$

RESOLUCIÓN:

a) Para discutir el sistema, se hará el siguiente procedimiento:

i) Primeramente, se igualará a cero el determinante de la matriz A, y con ello se despejará el parámetro a:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1 - 2a + 1 + 2 - a + 1 = -3a + 3 = 0 \rightarrow a = 1$$

ii) Una vez conocido el valor del parámetro, se pasa a analizar, mediante casos, qué tipo de sistema se obtendrá:

<u>Caso 1:</u> $a \neq 1$

$$\left.\begin{array}{r} |A| \neq 0 \rightarrow Rg(A) = 3 \\ |A^*| \neq 0 \rightarrow Rg(A^*) = 3 \end{array}\right. \rightarrow Rg(A) = Rg(A^*) = Nº\ incógnitas \rightarrow SCD$$

<u>Caso 2:</u> $a = 1 \rightarrow A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & 6 \end{array}\right)$

$$|A| = 0 \rightarrow Rg(A) < 3 \rightarrow |M_{2x2}| = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \rightarrow Rg(A) = 2$$

$$|A^*| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} = -2 - 6 - 1 + 6 + 2 - 1 = -2 \neq 0 \rightarrow Rg(A^*) = 3 \rightarrow$$

$$\rightarrow Rg(A) \neq Rg(A^*) \rightarrow SI$$

Si $a = 1$, el sistema es incompatible (no tiene solución); mientras que, si $a \neq 1$, el sistema es compatible determinado (tiene solución única).

b) Para resolver el sistema, se utilizará el Método de Cramer:

Para $a = 2 \rightarrow |A| = -3(2) + 3 = -3$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \\ 6 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-3} = 2;\ y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}}{-3} = 1;\ z = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix}}{-3} = 1$$

Si $a = 1$, la solución para el sistema será $(x, y, z) = (2,1,1)$

B.2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{10}{x^2 + 2x - 3}$$

a) **Determine el dominio de $f(x)$ y calcule sus asíntotas.**
b) **Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y determine los extremos relativos si corresponden a máximos o mínimos.**

RESOLUCIÓN:

a) Al tratarse de un cociente, para estudiar el dominio de la función, se igualará a cero el denominador:

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \to x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} -3 \\ 1 \end{cases} \to Dom\, f(x) = R - \{-3; 1\}$$

En cuanto a las asíntotas de la función, haremos el siguiente desarrollo:

Asíntotas Verticales	Asíntotas Horizontales
$\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = \infty$ $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = -\infty$	$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 0$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

La función tiene asíntotas verticales en $x = -3$ y $x = 1$, y una asíntota horizontal en $y = 0$. No tiene asíntotas oblicuas

b) Para estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento se necesitará la siguiente información:

i) Se buscan los valores de x que anulan al dominio, los puntos de corte con los ejes, y los puntos críticos de la función:

Dominio de la función: $Dom\, f(x) = R - \{-3; 1\}$

Corte con el eje OX: $f(x) = 0 \to \frac{10}{x^2+2x-3} = 0 \to 0 \neq 10 \to$ No tiene

Corte con el eje OY: $x = 0 \to f(0) = -\frac{10}{3} \to$ Corta en la coordenada $\left(0, -\frac{10}{3}\right)$

Puntos críticos de la función:

$$f'(x) = \frac{10(-(-2x-2)}{(x^2-2x+3)^2} = 0 \to 10(-(-2x-2) = 0 \to -2x - 2 = 0 \to x = -1$$

ii) Ahora que ya se tienen los puntos críticos, se divide por intervalos el dominio de la función, se escoge un valor dentro de cada intervalo, y se reemplaza en la derivada de la función:

Dominio	$(-\infty, -3)$	$(-3, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
x	-4	-2	0	2
$f'(x)$	+	+	-	-
Conclusión	Creciente	Creciente	Decreciente	Decreciente

La función es creciente en los intervalos $(-\infty,-3) \cup (-3,-1)$, y es decreciente en los intervalos $(-1,1) \cup (1,\infty)$. Presenta un máximo en $x=-1$.

B.3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considere la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x, & si\ x < 2 \\ ln\ (x-1), & si\ x \geq 2 \end{cases}$$

a) **Determine para qué valores de $a \in R$ la función es continua en su dominio.**

b) **Para $\boldsymbol{a = 1}$, halle el área de la región acotada delimitada por la función $\boldsymbol{f(x)}$, el eje de abscisas, y las rectas $\boldsymbol{x = -1}$, $\boldsymbol{x = 0}$.**

RESOLUCIÓN:

a) Para averiguar los valores de a que hacen que la función sea continua, en este caso, cuando $x = 2$, se aplicará la definición de continuidad:

$$f(2) = \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) \ \to 4a - 4 = 4a - 4 = 0$$

Nos centraremos exclusivamente en la igualdad de los límites laterales:

$$4a - 4 = 0 \to 4a = 4 \to a = 1$$

Si $a = 1$, la función es continua en todo su dominio.

b) Este apartado pide que se obtenga un área. Para ello, realizaremos el siguiente procedimiento:

i) Planteamos la integral a calcular, considerando $a = 1$:

$$\int_{-1}^{0} (x^2 - 2x)dx$$

ii) A continuación, se buscan los puntos de corte con el eje x para determinar si será necesario o no descomponer la integral en trozos:

$$x^2 - 2x = 0 \to x(x-2) = 0 \to \{x = 0\ x = 2$$

La función corta con el eje x en los puntos $x = 0$ y $x = 2$; pero, como la integral está comprendida en el intervalo $[-1{,}0]$, no afectarán de cara a su resolución. Así pues, no es necesario descomponer la integral en trozos.

iii) A continuación, se resuelve la integral; y, posteriormente, se aplica la Regla de Barrow:

$$\left|\int_{-1}^{0} (x^2 - 2x)dx\right| = \left|\left[\frac{x^3}{3} - x^2\right]_{-1}^{0}\right| = \left|\frac{0^3}{3} - 0^2 - \left(\frac{(-1)^3}{3} - (-1)^2\right)\right| = \left|\frac{1}{3} + 1\right| = \left|\frac{4}{3}\right| = 1'25u^2$$

El área de la región acotada delimitada por la función $f(x)$, el eje de abscisas, y las rectas $x = -1$, $x = 0$ es de $1'25u^2$

B.4. (Calificación máxima. 2 puntos)

Entre los deportistas profesionales, el 50% disfrutan de une beca de alto rendimiento y el 30% está cursando estudios superiores. Se sabe también que el 10% de los deportistas profesionales disfrutan de una beca de alto rendimiento y además están cursando estudios superiores. Seleccionado un deportista al azas, calcule la probabilidad de que:

a) Disfrute de una beca de alto rendimiento o esté cursando estudios superiores.
b) No disfrute de una beca de alto rendimiento, sabiendo que no está cursando estudios superiores.

RESOLUCIÓN:

Antes de empezar a resolver el ejercicio, es necesario definir cada uno de los sucesos, y cuál es la probabilidad que tienen asociada:

- Suceso A: Tener una beca de alto rendimiento. $P(A) = 0'5$
- Suceso B: Estar cursando estudios superiores. $P(B) = 0'3$

Se indica además que el 10% de los deportistas profesionales disfrutan de una beca, también están cursando estudios superiores. Así pues, este suceso se definiría como: $P(A \cap B) = 0'1$

Teniendo ya la información planteada, se puede resolver el ejercicio.

a) En este apartado se pide averiguar que el estudiante disfrute de una beca de alto rendimiento o esté cursando estudios superiores, es decir, la probabilidad de la unión de los dos sucesos. Su cálculo se desarrolla de la siguiente manera:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'5 + 0'3 - 0'1 = 0'7$$

La probabilidad de que un estudiante disfrute de una beca de alto rendimiento o esté cursando estudios superiores es de un 70%

b) En este apartado se pide averiguar una probabilidad condicionada. Se desea saber la probabilidad de que no tenga una beca de alto rendimiento si se sabe que no cursa estudios superiores:

$$P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - 0'7}{1 - 0'3} = 0'4286$$

La probabilidad de que un estudiante no disfrute de una beca de alto rendimiento, sabiendo que no está cursando estudios superiores es de un 42'86%.

B.5. (Calificación máxima: 2 puntos)

Una empresa gestiona una aplicación de movilidad sostenible sabe que el tiempo que tardan en llegar a la universidad en coche los estudiantes se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media μ minutos y desviación típica $\sigma = 6$ minutos.

a) Una muestra aleatoria simple de 81 universitarios proporciona un tiempo medio de traslado hasta la universidad de 44 minutos. Calcule el intervalo de confianza al 90% para estimar μ.

b) Determine el tamaño mínimo de una muestra aleatoria simple para obtener un intervalo de confianza para μ de amplitud a lo sumo de 3 minutos, con un nivel de confianza del 95%.

RESOLUCIÓN:

a) Para obtener el intervalo de confianza para la media, se hará el siguiente procedimiento:

i) Se averigua el valor de $Z_{\alpha/2}$ con el siguiente procedimiento:

$$1-\alpha = 0'9 \rightarrow \alpha = 0'1 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'05 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0'95 \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1'645$$

ii) Una vez conocido el valor de $Z_{\alpha/2}$, se calculará el intervalo de confianza:

$$IC(\bar{X})_{1-\alpha} = \left(\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \rightarrow IC(\bar{X})_{0'9} = \left(44 \pm 1'645 \cdot \frac{6}{\sqrt{81}}\right) = (44 \pm 1'1) = (42'9; 45'1)$$

El tiempo medio estará comprendido entre 42'9 minutos y 45'3 minutos, con una confianza del 90%.

b) Para averiguar el tamaño de la muestra, se hará el siguiente desarrollo:

i) Se averigua el valor de $Z_{\alpha/2}$, considerando que el margen de confianza es del 95%:

$$1-\alpha = 0'95 \rightarrow \alpha = 0'05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'025 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0'975 \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1'96$$

ii) Como se da cuál es la amplitud del intervalo, se divide éste entre dos para obtener el error:

$$E = \frac{L}{2} \rightarrow E = \frac{3}{2} = 1'5$$

iii) Conocidos el valor de $Z_{\alpha/2}$, y el valor del error, se reemplaza toda la información dada en el error de estimación del intervalo:

$$E = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 1'5 = 1'96 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(\frac{1'96 \cdot 6}{1'5}\right)^2 = 61'47 \approx 62$$

El tamaño mínimo de la muestra deberá ser de 62 estudiante si se desea que el error de estimación no supere 1'5 minutos, con una confianza del 95%.