CUESTIONES

1.- En el Sistema Internacional de Unidades, la constante de gravitación G puede medirse en

a) $m^2s^{-2}kg^{-2}$.

b) $m^3s^{-2}kg^{-1}$.

c) $m^2s^{-1}kg^{-2}$.

2.- Dos masas m_1 y $m_2=4m_1$ están separadas una distancia r. El módulo de la fuerza gravitatoria sobre la masa m_1, debido a la masa m_2, es F_1 y el módulo de la fuerza gravitatoria ejercida por m_1 sobre la masa m_2 es F_2. Se verifica que

a) $F_1=F_2$.

b) $F_1=4F_2$.

c) $F_1=F_2/4$.

3.- Un planeta tiene dos satélites que realizan órbitas circulares de radios R_1 y $R_2=1,84R_1$, respectivamente. Los periodos de las órbitas de los satélites están aproximadamente relacionados por

a) $T_2=0,40T_1$.

b) $T_2=2,50T_1$.

c) $T_2=3,39T_1$.

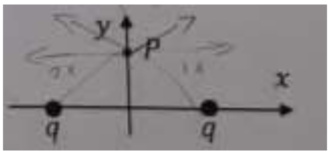
4.- Tomando la energía potencial gravitatoria igual a cero cuando dos masas están muy alejadas entre sí, cuando se encuentran a una distancia d, esta energía potencial es

a) positiva.

b) negativa.

c) nula si las masas están en reposo.

5.- En el esquema de la figura, dos cargas iguales y positivas q están fijas a una cierta distancia. El campo eléctrico **E** generado por ambas cargas en un punto P situado en el eje y de la figura (eje que pasa por el punto medio entre ambas cargas),



a) es paralelo al eje x.

b) está dirigido según el eje y.

c) es nulo.

6.- Cuando un electrón, partiendo del reposo, es acelerado por una diferencia de potencial de 1 V, su energía cinética es

a) 1 eV.

b) 1 J

c) 1 N.

7.- En el campo eléctrico creado por una carga puntual positiva, el potencial

a) aumenta con la distancia a la carga.

b) disminuye con la distancia a la carga.

c) no depende de la distancia a la carga.

8.- Cuando se introduce en una región con un campo eléctrico, un electrón inicialmente en reposo, se desplaza

a) siguiendo una línea equipotencial.

b) a lo largo de una línea de campo eléctrico, en sentido contrario a la línea.

c) hacia regiones de potencial eléctrico decrecientes.

9.- La fuerza magnética entre dos conductores rectilíneos indefinidos y paralelos por los que circula la misma corriente I, separadas una distancia d, es proporcional a

a) I/d.

b) I^2/d.

c) I^2/d^2.

10.- En un movimiento armónico simple, un objeto realiza 10 oscilaciones en 4 segundos. Su periodo es

a) 2,5 Hz.

b) 2,5 s.

c) 0,4 s.

11.- En una onda armónica plana de longitud de onda λ, dos puntos separados una distancia d, en la dirección de propagación de la onda, están en oposición de fase si

a) $d= \lambda$.

b) $d= \lambda /2$.

c) $d= \lambda /4$.

12.- En una onda armónica, la frecuencia angular, ω, longitud de onda λ y velocidad de fase v están relacionadas por

a) $v= \omega \lambda$.

b) $v= \omega \lambda/2\pi$.

c) $v= \lambda /\omega$.

13.- En la Teoría de Relatividad, la masa en reposo de una partícula

a) aumenta cuando la velocidad de la partícula se acerca a la velocidad de la luz.

b) disminuye cuando la velocidad de una partícula se acerca a la velocidad de la luz.

c) no depende de la velocidad de la luz.

14.- La energía de un fotón de luz

a) disminuye con la frecuencia de la luz.

b) disminuye con la longitud de onda de la luz.

c) es nula.

15.- Las centrales de energía nuclear en funcionamiento en el mundo son

a) centrales nucleares de fusión.

b) centrales nucleares de fisión.

c) de los dos tipos, tanto de fusión como de fisión (las más modernas).

PROBLEMAS

1.- El radio de Marte, r, y la velocidad de escape de la superficie de Marte, v_e, se conocen y están dados en la tabla.

a) Demostrar que la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte está dada por $g = \frac{v_e^2}{2r}$ y calcular el valor de g.

La velocidad de escape se calcula empleando conservación de la energía, considerando que el objeto se aleja infinitamente y queda en reposo, de modo que $E_{c0} + E_{p0} = E_{cf} + E_{pf} \rightarrow \frac{1}{2}m{v_e}^2 - \frac{GMm}{r} = 0$. Despejando la velocidad de escape se obtiene $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$.

Por otra parte, se define el módulo del vector intensidad de campo gravitatorio como $g = \frac{GM}{r^2}$.

Juntando ambas expresiones, $v_e = \sqrt{2gr} \rightarrow g = \frac{{v_e}^2}{2r}$, que es la expresión que se quería obtener.

Sustituyendo en esta expresión los datos proporcionados en la tabla se obtiene $g = 3{,}73 m/s^2$.

b) Demostrar que la masa de Marte está dada por $M = \frac{rv_e^2}{2G}$ y calcular el valor de M.

A partir de la expresión de la velocidad de escape obtenida en el apartado anterior, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$, se despeja el valor de M, de modo que $M = \frac{rv_e^2}{2G}$.

Sustituyendo los valores de la tabla en esta expresión, se obtiene $M = 6{,}43 \cdot 10^{23}\ kg$.

c) Calcular la altura h por encima de la superficie de Marte de un objeto que realiza una órbita circular de periodo T alrededor de Marte.

El radio orbital vendrá dado por r'=r+h.

El periodo, en segundos, será T=86400s.

Siendo un movimiento circular, se cumplirá $T = \frac{2\pi r\prime}{v}$.

Sabiendo que la fuerza centrípeta y la fuerza gravitatoria tienen que ser iguales, e introduciendo la fórmula anterior, se tiene $\frac{GMm}{r\prime^2} = \frac{mv^2}{r\prime} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r\prime^3}{GM} \rightarrow r' = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}}$.

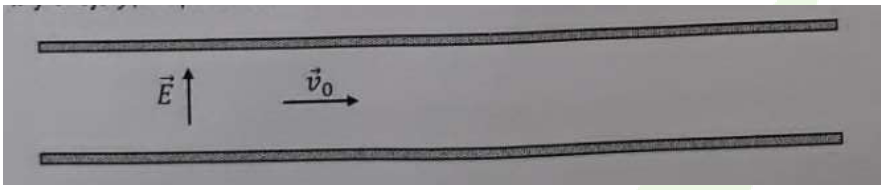
Sustituyendo los datos de la tabla se obtiene $r' = 2{,}01 \cdot 10^7 m$.

Despejando h, $h = 16600\ km$.

Datos:

G, constante de gravitación universal	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}
r, radio de Marte	$3{,}39 \cdot 10^6$ m
v_e, velocidad de escape de Marte	$5{,}03 \cdot 10^3$ m/s
T, periodo	1 día

2. Se tiene un campo eléctrico **E** generado entre dos placas paralelas infinitas con cargas opuestas separadas una distancia d. Un electrón se lanza con velocidad inicial $\mathbf{v_0}$ (en un punto que tomamos como el origen de coordenadas) en la línea central entre las placas. Tómese el eje x en la dirección de la velocidad inicial, el eje y en la dirección del campo eléctrico, mientras que **i**, **j** denotan los vectores unitarios según el eje x y el eje y, respectivamente.



a) Deducir las unidades (en el sistema internacional de unidades) de las magnitudes en la tabla.

La masa, carga y distancia son unidades fundamentales, que están en kg, C y m, respectivamente. La velocidad es espacio/tiempo, por lo que sus unidades son m/s. El campo eléctrico es fuerza/carga, por lo que sus unidades son N/C. Es decir:

E → N/m.

m_e → kg.

-e → C

v_0 → m/s.

d → m.

b) Obtener la aceleración del electrón y las coordenadas del punto P donde incide el electrón sobre la placa positiva.

La fuerza eléctrica viene dada, en módulo, por $F = eE$. Se puede igualar a la fuerza dada por la segunda ley de Newton, $F = ma$, de modo que $eE = m_e a \rightarrow a = \frac{eE}{m_e} = 2{,}63 \cdot 10^{12} m/s^2$. En forma vectorial, $\vec{a} = -2{,}63 \cdot 10^{12} \vec{j}\, m/s^2$.

Para calcular las coordenadas del punto P, se considera que en el eje x hay un MRU y en el eje y un MRUA:

Eje x → $x = vt$.

Eje y → $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$.

Considerando que y_0=0 e y=-d/2, se combinan ambas ecuaciones y se resuelve la ecuación de segundo grado que proporciona la posición x. De este modo, x=0,64m.

Por lo tanto el punto P será P(0.64, -0.2).

c) Calcular la diferencia de potencial entre las placas y la energía cinética del electrón cuando colisiona con la placa positiva.

La diferencia de potencial entre dos placas se obtiene como $V = E \cdot d = 3V$.

La energía cinética se calcula como $E_c = \frac{1}{2}mv^2$. La velocidad del electrón se puede calcular considerando el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, de modo que $v_{fy}^2 - v_{0y}^2 = 2a(y - y_0)$

De este modo se obtiene la velocidad del electrón, $v = 1{,}12 \cdot 10^6 m/s$.

Por lo tanto, $E_c = 5{,}69 \cdot 10^{-19} J$

Datos (todos en unidades del sistema internacional de unidades):

E, intensidad del campo eléctrico	15
m_e, masa del electrón	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$
carga del electrón	$-e=-1{,}60 \cdot 10^{-19}$
v_0 velocidad inicial del electrón	$8{,}50 \cdot 10^5$
d distancia entre las placas	0,20

3. La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda estirada según el eje x (en Unidades del Sistema Internacional) es

$$y(x,t) = 0{,}20 sen\left[2\pi\left(\frac{t}{5} - x\right) + \frac{\pi}{4}\right]$$

Siendo y la elongación de la onda en la dirección del eje y (perpendicular al eje x).

a) Determinar el periodo (T), la longitud de onda (λ) y la velocidad de fase (v) de la onda.

A partir de la ecuación de la onda se obtiene $\omega = \frac{2\pi}{5}$. $\omega = 2\pi f$, y $T = \frac{1}{f}$. Sustituyendo los valores se obtiene T=5s.

Por otra parte, $k = 2\pi$. La relación entre k y λ viene dada por $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Sustituyendo λ se obtiene λ=1m.

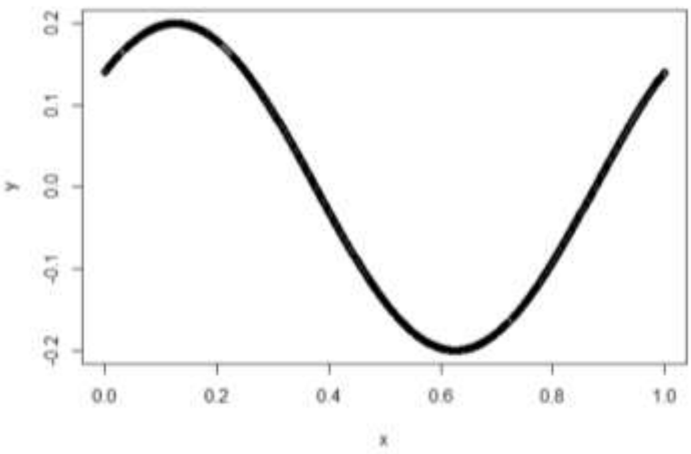
La velocidad de fase se relaciona con la longitud de onda y el periodo a través de $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{5} = 0{,}2 m/s$.

b) Calcular la diferencia de fase entre los estados de vibración de un mismo punto de la cuerda en los instantes t_1=2,5s y t_2=4s.

La diferencia de fase entre dos instantes t_1 y t_2 en un mismo punto x viene dada por:

$$\varphi = \left[2\pi\left(\frac{t_2}{5} - x\right) + \frac{\pi}{4}\right] - \left[2\pi\left(\frac{t_1}{5} - x\right) + \frac{\pi}{4}\right] = 2\pi\left(\frac{t_2}{5} - \frac{t_1}{5}\right) = 2\pi\left(\frac{1{,}5}{5}\right) = \frac{3\pi}{5}.$$

c) Representar de manera esquemática en una gráfica la elongación de la cuerda entre los puntos x_1=0 y x_2=λ, en el instante t=1,25s. Obtener los valores de x para los que la elongación toma valores máximos y mínimos, dentro de este intervalo y en ese instante.



Los puntos de máxima y mínima elongación vendrán dados por aquellos puntos en los que el seno valga 1 y -1, respectivamente. Entre 0 y λ eso ocurrirá cuando

$$sen\left(\frac{3\pi}{4} - 2\pi x\right) = 1 \rightarrow \frac{3\pi}{4} - 2\pi x = \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{1}{8} = 0{,}125m$$

$$sen\left(\frac{3\pi}{4} - 2\pi x\right) = -1 \rightarrow \frac{3\pi}{4} - 2\pi x = \frac{3\pi}{2} \rightarrow x = \frac{5}{8} = 0{,}625m$$

4.- Los núcleos de polonio radiactivo, ${}^{216}_{84}Po$, emiten una partícula α y se transforman en isótopos de plomo (Pb).

a) Determinar el número atómico, número másico y número de neutrones del isótopo de plomo generado en esta transformación.

Se trata de una desintegración alfa, por lo que se emite una partícula alfa, que es un núcleo de helio zon Z=2 y A=4. Por tanto, A(Pb)=A(Po)-4=212, y Z(Pb)=Z(Po)-2=82.

El número atómico del plomo será Z=82, el número másico será A=212, y el número de neutrones será N=212-82=130.

b) El periodo de semidesintegración del ${}^{216}_{84}Po$ es 0,145 s. Si inicialmente se tiene una muestra de 25 g de ${}^{216}_{84}Po$, calcular la masa de polonio que se tiene al cabo de 2 segundos.

La ley de desintegración para masas viene dada por $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$, donde $\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}}$.

Para $T_{1/2} = 0{,}145s$, $\lambda = 4{,}78s^{-1}$.

Para t=2, m(t=2)=25$e^{-4{,}78\cdot 2}$=0,0018g.

Por otra parte, el plomo generado en la anterior desintegración nuclear emite a su vez una partícula β y se transforma en bismuto (Bi).

c) Determinar el número másico, número atómico y número de neutrones del bismuto generado en esta transformación de plomo.

Al producirse una desintegración beta se emite un electrón. El número atómico se conserva, por lo que A=212. El número másico aumenta en 1, por lo que Z=83. El número de neutrones, por tanto, será N=129.