

PREGUNTAS TIPO TEST

Conteste a un máximo de 10 cuestiones:

- Sea el polinomio $p(x) = \begin{vmatrix} x^2 & x^2 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix}$ (determinante). Entonces
 - $p(a) = 0$ para algún valor $a > 0$
 - El grado de $p(x)$ es menor que 4
 - Ninguna de las otras dos
- Sean la matriz $B = A^4$ dónde $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $b_{3,1}$ el número de la tercera fila y primera columna de B . Entonces
 - $b_{3,1}$ es un número par
 - $b_{3,1} > 10$
 - Ninguna de las otras dos
- Sea el sistema de ecuaciones lineales $S \equiv$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}z = 1 \\ 3x - y + z = 2 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 3 \end{cases}$$
Entonces la solución cumple:
 - $x < z$
 - $y > x + z$
 - Ninguna de las otras dos
- Sea el rombo $ABCD$ de vértices $A = (3, 2, 1)$, $B = (4, 5, 2)$, $C = (3, 8, 3)$ y $D = (a, b, c)$. Entonces
 - $a > c$
 - $b > c$
 - Ninguna de las otras dos
- Sea s la recta que pasa por los puntos $A = (0, 1, 1)$ y d la distancia del punto $Q = (0, 3, 0)$ a la recta s . Entonces
 - $d < 1$
 - $d > 2$
 - Ninguna de las otras dos
- Sea el plano π determinado por los puntos $A = (0, 1, 1)$, $B = (1, 0, 2)$ y $C = (1, 3, 1)$. Entonces
 - El plano $2x + y + z - 2 = 0$ es perpendicular a π
 - El plano $3x + y + 7z - 10 = 0$ es perpendicular a π
 - Ninguna de las otras dos

7. Sean la recta r determinada por los puntos $A = (0, 1, 1)$ y $B = (1, 0, 2)$ y la recta s determinada por los puntos $C = (1, 0, 1)$ y $D = (1, -2, 0)$. Entonces
- r y s se cruzan
 - r y s se cortan en un punto
 - Ninguna de las otras dos
8. Sea la función $f(x) = \frac{x^2+3x+2}{\sqrt[3]{x^5+3}}$ (raíz cúbica). Entonces
- La recta $y - 2 = 0$ es una recta asíntota de la gráfica de f
 - La recta $2y + 1 = 0$ es una recta asíntota de la gráfica de f
 - Ninguna de las otras dos
9. Sea la función $f(x) = \cos \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. Entonces
- $f'(0) = 0$ y $f''(0) < 0$
 - $f'(0) > 0$ y $f''(0) < 1$
 - Ninguna de las otras dos
10. Sea $k = \int_0^1 \frac{x-1}{x^2+1} dx$. Entonces
- $k > \ln 2$ (logaritmo neperiano)
 - $k < \frac{1}{2} \ln 2$
 - Ninguna de las otras dos
11. Sean la función $f(x) = \sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-1}$, D su dominio o campo de existencia y $k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$. Entonces
- $k = 1$
 - $D = (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
 - Ninguna de las otras dos
12. De una urna con 10 bolas blancas, 6 bolas son negras y 4 bolas rojas, se extraen dos bolas una tras otra sin introducir la primera. Sean p la probabilidad de extraer dos bolas blancas, q la probabilidad de extraer dos bolas negras y r la probabilidad de extraer dos bolas rojas, Entonces
- $q = \frac{3}{38}$ y $r = \frac{3}{95}$
 - $p = \frac{28}{153}$ y $q = \frac{5}{51}$
 - Ninguna de las otras dos

13. Se considera que la probabilidad de que, al nacer un perro, este sea macho, es 0,40. Sea p la probabilidad de que haya al menos un macho entre los 5 cachorros de una camada. Entonces

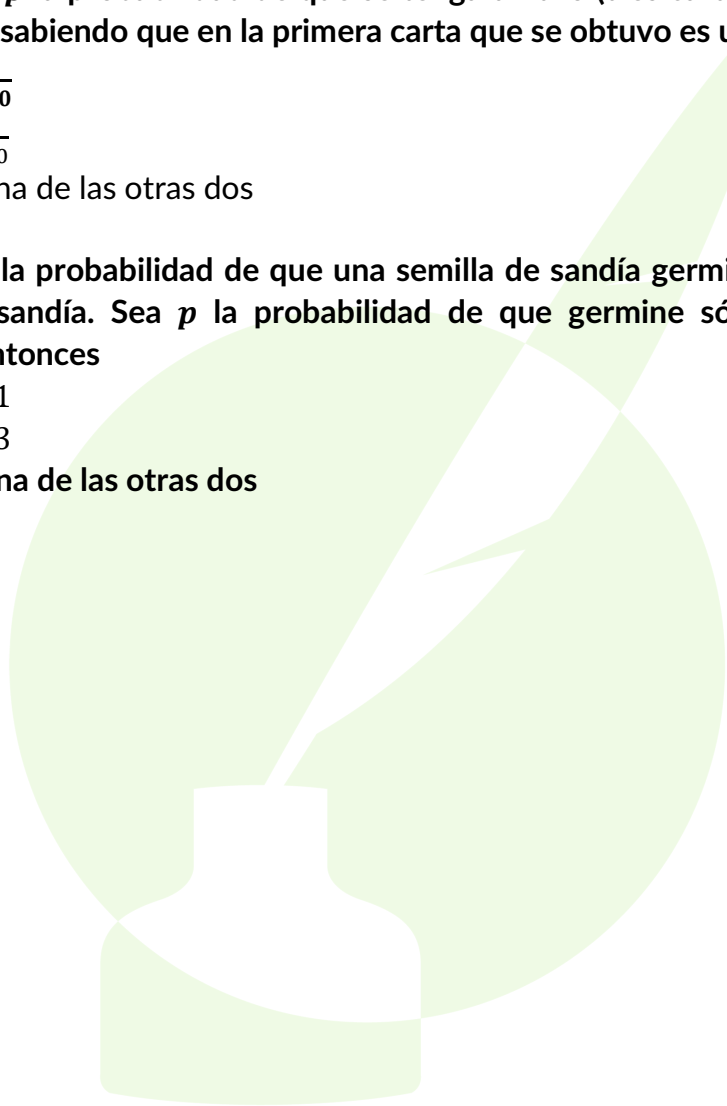
- a) $p < 0,8$
- b) $p > 0,9$
- c) Ninguna de las otras dos

14. De una baraja de 40 cartas se saca una carta y se deja descubierta, y se sacan otras dos tapadas. Sea p la probabilidad de que se tenga un trío (tres cartas de igual numeración o tres figuras), sabiendo que en la primera carta que se obtuvo es un caballo. Entonces

- a) $p < \frac{1}{250}$
- b) $p < \frac{1}{200}$
- c) Ninguna de las otras dos

15. Se sabe que la probabilidad de que una semilla de sandía germine es 0,4. Se plantan 10 semillas de sandía. Sea p la probabilidad de que germine sólo 6 de las 10 semillas plantadas. Entonces

- a) $p < 0,1$
- b) $p > 0,3$
- c) Ninguna de las otras dos



PREGUNTAS DE DESARROLLO

OPCIÓN1

1. Sea la matriz $C = A^2 - 4A - 6B$

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Estudie el rango de C en función del valor del miembro real A

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2a^2 & 0 & 2a^2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2a^2 & 0 & 2a^2 \end{pmatrix}; 4A = \begin{pmatrix} 4a & 0 & 4a \\ 0 & 4 & 0 \\ 4a & 0 & 4a \end{pmatrix}; 6B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$C = A^2 - 4A - 6B = \begin{pmatrix} 2a^2 - 4a - 6 & 0 & 2a^2 - 4a - 6 \\ 0 & -9 & 0 \\ 2a^2 - 4a - 6 & 0 & 2a^2 - 4a - 6 \end{pmatrix}$$

$$|C| = 0; \begin{vmatrix} 2a^2 - 4a - 6 & 0 & 2a^2 - 4a - 6 \\ 0 & -9 & 0 \\ 2a^2 - 4a - 6 & 0 & 2a^2 - 4a - 6 \end{vmatrix} = 0$$

Para cualquier valor de a el rango de la matriz C será < 3

Comprobemos ahora para que valores de a la matriz C será rango 2

$$\begin{vmatrix} 2a^2 - 4a - 6 & 0 \\ 0 & -9 \end{vmatrix} = 0; -9(2a^2 - 4a - 6) = 0; -18(a^2 - a - 3) = 0;$$

$$a = 3 \\ a = -1$$

Para $a \neq -1$ y $a \neq 3$ el rango de la matriz C será 2

Para $a = -1$ y $a = 3$ el rango de la matriz C será 1

2. Sean la recta R determinada por los planos $x - 2y - 2z - 1 = 0$ y $x + 5y - z = 0$, y el plano π defino por $2x + y + mz = n$, donde m y n son números reales. Estudie los valores que deben tener m y n para que la recta y el plano sean:

a) Secantes

b) Paralelos

$$a)R: x - 2y - 2z - 1 = 0$$

$$\pi: 2x + y + mz = n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 5y - z = 0 \end{array} \right.$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & m \end{pmatrix}; M^* \begin{pmatrix} 1 & -2 & -20 \\ 1 & 5 & -10 \\ 2 & 1 & m \ n \end{pmatrix}$$

Para que la recta R y el plano π sean secantes $Rg(M) = Rg(M^*) = 3$

$$M = 0; \begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & 5 & -1 \\ 2 & 1 & m \end{vmatrix} = 7m + 23 = 0; \text{ Para } m \neq \frac{-23}{7} \text{ la matriz } M \text{ será rango } 3$$

Para $m \neq \frac{-23}{7}$ la matriz M será rango 3 y por lo tanto también el rango de M^* es 3.

Para que la recta y el plano sean secantes $m \neq \frac{-23}{7}$ y $n \in \mathbb{R}$

b) Para que la recta R y el plano π sean paralelos

$$Rg(M) = 2 \text{ y } Rg(M^*) = 3$$

Para $m = -23/7 \rightarrow Rg(M) = 2$

Habr  que ver para que valores de n el rango de $M^* = 3$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & n \end{vmatrix} = 7n - 9 = 0 \rightarrow n = \frac{9}{7}$$

$$\begin{vmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -1 & 5 & 0 \\ -\frac{23}{7} & 1 & n \end{vmatrix} = 2n + \frac{32}{7} = 0 \rightarrow n = -\frac{16}{7}$$

Nos sale un valor distinto de n probando con otro determinante por lo tanto serán las rectas paralelas para $m = -23/7$ y para $n \in \mathbb{R}$

OPCIÓN 2

3. Estudie y represente la siguiente función $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$

- a) Dominio: $Dom f(x) = \mathbb{R} - \{-2,2\}$
 b) Punto de corte

Con el eje $OX(y = 0)$

$$\frac{x}{x^2-4} = 0; x = 0 \rightarrow (0,0)$$

Con el eje $OY(x = 0)$

$$y = \frac{0}{0^2-4} = 0 \rightarrow (0,0)$$

c) Asíntotas

Asíntotas Verticales

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x}{x^2-4} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x}{x^2-4} = -\infty \end{array} \right\}$$

Asíntota vertical en $x = -2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x^2-4} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x^2-4} = +\infty$$

Asíntota vertical en $x = 2$

Asíntotas Horizontales

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2-4} = 0$$

Asíntota horizontal en $y = 0$

Asíntotas Oblicuas: No existen al existir asíntota horizontal

d) Crecimiento, decrecimiento, máximo y mínimo

$$f'(x) = 0; \frac{x}{x^2-4} = 0; x^2 \neq -4 \rightarrow \text{No existen puntos críticos}$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	-	-	-
$f(x)$	↘	↘	↘

$f(x)$ será decreciente en todo su dominio

e) Curvatura

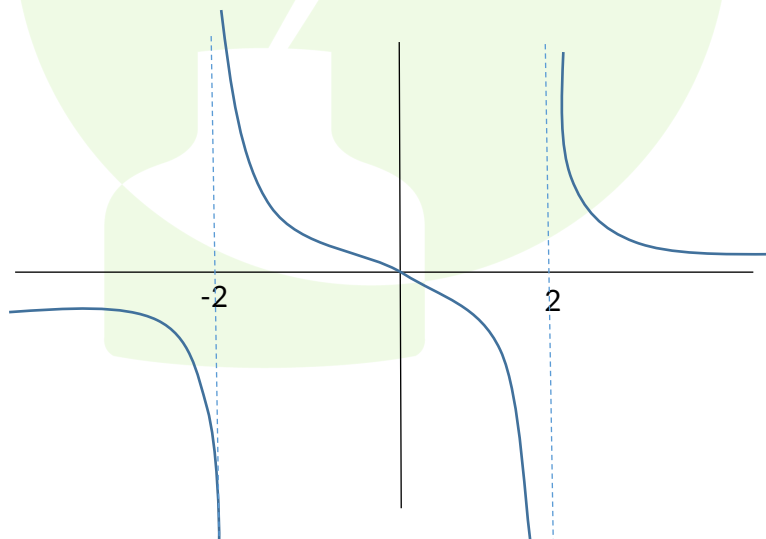
$$f''(x) = 0; \frac{2x(-x^2 - 12)}{(x^2 - 4)^3} = 0; x = 0$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 0)$	$(0, 2)$	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	-	+	-	+
$f(x)$	∩	∪	∩	∪

$f(x)$ será convexa en el intervalo $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

$f(x)$ será cóncava en el intervalo $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$

Tendremos un punto de inflexión en $(0, f(0)) = (0, 0)$



4. Se elige un número entero al azar entre 0 y 9999(ambos incluidos). ¿Cuál es la probabilidad de que el número elegido sea mayor que 4444 y múltiplo de 5?

Para ello partiremos del rango de valores que nos dicen, es decir, del 4444 hasta el 9999.

Sabemos que de 5000 números vamos a tener 1000 múltiplos de 5 ($5000:5=1000$) por lo que:

$4445-9445 = 1000 + 1$ (al escoger ambos números extremos) =1001 múltiplos de 5

$9445-9995 = 109 + 1 = 110$ múltiplos de 5

Por lo que tendremos $1001 + 110 = 1111$ casos posibles de 10.000

$$P = \frac{1111}{10000} = 0,1111$$

