NOTAS ACLARATORIAS: El examen consta de 10 cuestiones tipo test y 2 problemas. Cada cuestión vale 0,5 puntos y cada problema vale 2,5 puntos. Los errores en las cuestiones no restan. Las cuestiones se encuentran traducidas al inglés al final del examen. Está permitido el uso de calculadora no gráfica ni programable.

CUESTIONES

1.- Si A y B son sucesos de un espacio de probabilidad, la afirmación $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ es correcta:

a) Si A y B son sucesos disjuntos
b) Solo si A y B son sucesos independientes
c) Para cualquier par de sucesos A y B.

2.- Una urna contiene seis bolas blancas y 4 negras. Si se extraen al azar y simultáneamente 3 bolas, la probabilidad de obtener 2 bolas blancas y una negra es

a) 35/56 b) 11/32 c) 1/2

3.- Si la variable aleatoria X sigue una distribución, $N(\mu, \sigma)$ siempre podremos afirmar que la media muestra $\overline{X}$ sigue una distribución $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ y por tanto

a) $Z = \frac{X-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ sigue una distribución $N(\mu, \sigma)$
b) $Z = \frac{X+\mu}{\sigma}$ sigue una distribución $N(0,1)$.
c) $Z = \frac{X-\sigma/\sqrt{n}}{\sigma}$ sigue una distribución $N(0,1)$.

4.- Una matriz A es nula si se cumple que

a) La mayoría de los elementos de la matriz son 0
b) Todos los elementos de la diagonal son 0
c) Todos los elementos de la matriz son 0

5.- Dada la siguiente inecuación $5\,x^2 - 5 > 15 - x$. Los puntos x=1 y x=2 son:

a) Ambos valores son solución de la inecuación
b) Ninguno de los valores es solución de la inecuación
c) El valor x=1 no es solución y el valor x=2 es solución de la inecuación

6.- La función $f(x) = \frac{1}{x-1}$ presenta un discontinuidad en el punto x=1 de tipo

a) Inevitable de salto infinito
b) Inevitable de salto finito
c) Discontinuidad evitable

7.- La función $f(x) = \frac{1}{x-1}$ tiene

a) Asíntota horizontal y asíntota vertical
b) Asíntota vertical y asíntota oblicua
c) Asíntota oblicua

8.- Dada la función $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$. El dominio de la función es

a) $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ b) $\mathbb{R}$ c) Ninguna de las anteriores

9.- Dada la función $f(x) = -\frac{x^2}{x^2+1}$. Tiene un mínimo en el punto

a) $x = 1$ b) $x = -1$ c) No tiene mínimos

10.- Hallar $\int \frac{\ln(x)}{x} dx$

a) $\frac{(\ln(x))^2}{2} + C$ b) $\frac{\ln(x)}{x^2} + C$ c) Ninguna de las anteriores

PROBLEMAS

1.- (2,5 puntos). Representar la región factible dada por las siguientes inecuaciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x \leq 4 \\ x + 4y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

a) Hallar los puntos de la región factible en los cuales estarían los posibles extremos de una función cualquiera.

b) Sabiendo que la función $Z = 4x + 2y$ representa el número de pedidos y el conjunto de inecuaciones anterior son las condiciones de los mismos, calcular si es posible, el número máximo y mínimo de pedidos que se pueden realizar.

2.- (2,5 puntos). La altura de los jugadores de baloncesto de la liga escolar está distribuida normalmente con una media de 178cm y desviación típica de 10cm.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que los jugadores midan más de 188cm?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media sea inferior a 180cm?

SOLUCIONES

1.- b (Solo si A y B son sucesos independientes).

2.- c. BBN + BNB + NBB = $\left[\left(\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8}\right) + \left(\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{5}{8}\right) + \left(\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}\right)\right] = \frac{1}{2}$

3.- a $Z = \frac{X-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ sigue una distribución N(μ, σ)

4.- c Todos los elementos de la matriz son 0

5.- c x = 1 → $5(1)^2 - 5 > 15 - 1$ → x = 1 no es solución
x = 2 → $5(2)^2 - 5 > 15 - 2$ → x = 2 es solución

6.- a

7.- a A.V. en x = 1 ya que $\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1} = \infty$ A. H. en y = 0 ya que $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x-1} = 0$

8.- b   No existe ningún nº R que haga $x^2 + 1 = 0$

9.- c $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ → $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2+1)^2}$ → 2x = 0 → x = 0 punto crítico

Si hacemos la segunda derivada:

$f''(x) = \frac{2x^2-2}{(x^2+1)^4} \rightarrow\rightarrow f''(0) = \frac{-2}{1} < 0$ Luego en x = 0 hay un máximo

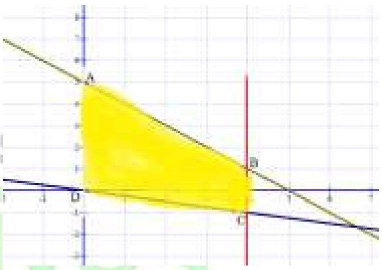
10.- a $\int \frac{\ln(x)}{x}\, dx$ Se sustituyen: u = ln x → du = $\frac{dx}{x}$ → $\int \frac{\ln(x)}{x}\, dx = \int u\, du = \frac{u^2}{2} + C$

$$\int \frac{\ln(x)}{x}\, dx = \frac{(\ln x)^2}{2} + C$$

PROBLEMAS

1.- a) Región factible:

Se representan las funciones que salen de las restricciones:



$$\begin{cases} x + y \le 5 \\ x \le 4 \\ x + 4y \ge 0 \\ x \ge 0 \end{cases} \rightarrow\rightarrow \begin{cases} y = 5 - x \\ x = 4 \\ y = \frac{-x}{4} \\ x = 0 \end{cases}$$

Para calcular los extremos se hace: A: (0,5); B es la intersección de $\begin{cases} x + y = 5 \\ x = 4 \end{cases} \rightarrow\rightarrow (4,1)$; C es el punto intersección de $\begin{cases} x + 4y = 0 \\ x = 4 \end{cases} \rightarrow\rightarrow (4,-1)$ y D (0,0)

b) Sustituimos el valor de cada uno de los puntos en la función Z = 4x + 2y y nos da:

Z(A) = 10; Z(B) = 18; Z(C) = 14; Z(D) = 0

El máximo está en el punto C y el mínimo (siempre que no tengamos en cuenta el punto origen, es decir, el punto D) es A

2.- N (178, 10)

a) La probabilidad de que los jugadores midan más de 188 la calculamos tipificando:

P(X > 188) = P $\left[\frac{x-178}{10} > \frac{188-178}{10}\right] = P(z > 1) = 1 - P(z \le 1) = 1 - 0'8413 = 0'1587$

Para calcular la probabilidad de z, nos ayudamos de la tabla de la distribución N (0,1) que nos dan en el examen.

b) Este apartado no se puede resolver ya que para hacerlo necesitamos el tamaño de la muestra porque lo que nos están pidiendo es la altura media de esa población en concreto.

Se haría utilizando: $\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ y $z = \frac{x-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ de manera que:

$\bar{x} \sim N\left(178, \frac{10}{\sqrt{n}}\right) \rightarrow\rightarrow P\,(\bar{x} < 180) = Tipificamos = p\left(z < \frac{180-178}{\frac{10}{\sqrt{n}}}\right)$

Y aquí nos quedaríamos porque al no tener n, no podemos calcular la probabilidad que nos piden.