UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Examen-Modelo para el curso **2014-2015**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

Modelo

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ -1 & m & m \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \qquad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

a) (1 punto) Estudiar el rango de A según los valores de m.
b) (0,5 puntos) Calcular el determinante de la matriz A^{20}.
c) (0,75 puntos) Para $m = -2$, resolver el sistema $AX = O$.
d) (0,75 puntos) Para $m = 0$, resolver el sistema $AX = B$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$, se pide:

a) (0,5 puntos) Hallar el dominio de $f(x)$.
b) (1 punto) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
c) (1,5 puntos) El área del recinto limitado por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas $x = \pm 1/2$.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Dadas las rectas: $\quad r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda\,, \\ y = \lambda\,, \\ z = \lambda\,, \end{cases} \qquad s \equiv \begin{cases} x + y = 1\,, \\ y = z\,, \end{cases}$ se pide:

a) (1 punto) Estudiar la posición relativa entre ellas. Determinar, en su caso, la intersección entre ambas y el ángulo que forman sus vectores directores.
b) (1 punto) Hallar la ecuación de la recta perpendicular a las direcciones de r y s, y que pasa por el punto $(0, 0, 0)$.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dados los puntos $P_1(1, -1, 2)$, $P_2(2, -3, 0)$ y $P_3(3, 1, 2)$, se pide:

a) (0,5 puntos) Determinar la ecuación del plano π que contiene los tres puntos.
b) (0,5 puntos) Determinar la ecuación de la recta r que pasa por P_1 y es perpendicular a π.
c) (1 punto) Hallar la ecuación de las dos superficies esféricas de radio $\sqrt{17}$ que son tangentes al plano π en el punto P_1.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.
Dados el punto $P(1,2,-1)$ y las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x+y-z=4\,, \\ x-y-3z=-2\,, \end{cases} \qquad s \equiv \begin{cases} x=2\,, \\ y=-3\,, \end{cases}$$

se pide:

a) (1 punto) Calcular la mínima distancia entre r y s.
b) (1 punto) Determinar el punto P' simétrico de P respecto de r.
c) (1 punto) Determinar los puntos de la recta r que equidistan de los planos XY e YZ.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.
Hallar:

a) (1 punto) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\operatorname{sen} x}-\sqrt{1-\operatorname{sen} x}}{x}\,.$
b) (1 punto) $\displaystyle\int (3x+5)\cos x\, dx\,.$
c) (1 punto) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función

$$f(x)=\frac{ex-e^x}{x}\,.$$

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1,5 puntos) Hallar X e Y, matrices 2×2, tales que

$$X+\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} Y=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\,, \qquad X+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} Y=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\,.$$

b) (0,5 puntos) Hallar Z, matriz invertible 2×2, tal que

$$Z^2\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Z^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\,.$$

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} mx + y = 0\,, \\ x + my = 0\,, \\ mx + my = 0\,, \end{cases}$$

se pide:

a) (1,5 puntos) Discutirlo según los valores de m.
b) (0,5 puntos) Resolverlo cuando sea compatible indeterminado.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
d) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

Ejercicio 2.
a) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Por saber qué integral hay que calcular, 0,5 puntos; por el cálculo de la primitiva, 0,5 puntos; por la aplicación correcta de la regla de Barrow, 0,5 puntos.

Ejercicio 3.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 4.
a) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2.
a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Cálculo correcto de la derivada: 0,25 puntos. Estudio del crecimiento: 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos. Obtención del máximo relativo en $x = 1$: 0,25 puntos.

Ejercicio 3.
a) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

Ejercicio 4.
a) Por la obtención del valor crítico $m = 1$: 0,5 puntos, repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos. Por la discusión de cada uno de los casos $[m = 1]$, $[m \neq 1]$: 0,5 puntos repartidos en Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos.
b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

DOCUMENTO DE
Principales contenidos que se tendrán en cuenta en la elaboración de las Pruebas de Acceso a las Enseñanzas universitarias de Grado

Matemáticas II. Curso 2014/2015

De acuerdo con el Decreto 67/2008, de 19 de junio, por el que se establece el currículo del Bachillerato para la Comunidad de Madrid, publicado en el B.O.C.M. con fecha 27 de junio de 2008, para elaborar las Pruebas de Acceso a la Universidad se tendrán en cuenta los siguientes contenidos:

ANÁLISIS.

- Límite de una función en un punto. Límites laterales. Cálculo de límites. Indeterminaciones sencillas. Infinitésimos equivalentes.
- Funciones continuas. Operaciones algebraicas con funciones continuas. Composición de funciones continuas. Teorema de los valores intermedios. Teorema de acotación en intervalos cerrados y acotados. Tipos de discontinuidad.
- Derivada de una función en un punto. Interpretaciones (analítica, geométrica, física). Derivadas laterales. Relación con la continuidad. Reglas de derivación (incluyendo la regla de la cadena, la derivación logarítmica, y las fórmulas de las derivadas de las funciones arcoseno y arcotangente). Derivadas iteradas.
- Aplicaciones de la derivada. Monotonía y convexidad. Determinación de los puntos notables de funciones. Representación gráfica.
- Planteamiento y resolución de problemas de máximos y mínimos.
- Conocimiento y aplicación de los resultados del Teorema de Rolle, el Teorema del Valor Medio y la regla de L'Hôpital.
- Primitiva de una función. Cálculo de primitivas inmediatas y de funciones que son derivadas de una función compuesta. Integración por partes. Integración mediante cambio de variables (ejemplos simples). Integración de funciones racionales (con denominador de grado no mayor que dos).
- El problema del área. Introducción al concepto de integral definida de una función a partir del cálculo de áreas encerradas bajo una curva. La regla de Barrow. La integral definida como suma de elementos diferenciales: Aplicaciones al cálculo de volúmenes de cuerpos de revolución.

ÁLGEBRA LINEAL.

- Las matrices como herramientas para representar datos estructurados en tablas y grafos. Traspuesta de una matriz. Suma de matrices. Producto de un número real por una matriz. Producto de matrices. Potencias de una matriz cuadrada. Propiedades de las operaciones con matrices. *(Se pretende que el estudiante sea capaz de realizar con corrección manipulaciones algebraicas con matrices, aunque no se exigirá la demostración de las propiedades).*
- Determinantes. Definición y propiedades. Cálculo de determinantes de orden dos y tres, utilizando la regla de Sarrus. Propiedades elementales de los determinantes. Aplicación al desarrollo de determinantes de orden superior. *(No se exigirá la demostración de las propiedades).*
- Matrices inversas. Cálculo de la inversa de una matriz cuadrada de orden no superior a tres. Estudio de la inversa de una matriz dependiente de un parámetro. Ecuaciones matriciales.
- Rango de una matriz. Estudio del rango de una matriz que depende como máximo de un parámetro.
- Sistemas de ecuaciones lineales. Representación en forma matricial. Resolución de sistemas compatibles. Discusión de las soluciones de sistemas lineales dependientes de parámetros. Sistemas homogéneos. *(Los sistemas lineales tendrán como máximo cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas y dependerán a lo sumo de un parámetro).*
- Planteamiento y resolución de problemas cuya solución puede obtenerse a partir de un sistema lineal de, como máximo, tres ecuaciones con tres incógnitas.

GEOMETRÍA

- Vectores. Operaciones con vectores. Dependencia e independencia lineal. Bases. Coordenadas.
- Producto escalar: definición, propiedades e interpretación geométrica. Vectores unitarios, ortogonales y ortonormales. Módulo. Ángulo entre dos vectores. Proyección de un vector sobre otro.
- Producto vectorial: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Producto mixto de tres vectores: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Ecuaciones de rectas en el espacio. Ecuaciones de planos. Posición relativa de puntos, rectas y planos en el espacio. Distancia entre

puntos, rectas y planos. Haces de planos. Perpendicular común a dos rectas. Ángulos entre rectas y planos.

- Áreas de paralelogramos y triángulos. Volúmenes de prismas y tetraedros.
- Ecuación de la superficie esférica. Resolución de problemas.

Leganés, 4 de julio de 2014

OPCIÓN A

SOLUCIONES

(1) a) $|A|=0 \Rightarrow \text{rgo } A \leq 2$; $\begin{cases} m \neq 2 \Rightarrow \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & m \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \text{rgo } A = 2 \\ m = 2 \Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \text{rgo } A = 2 \end{cases}$ $\boxed{\text{Por tanto rgo } A = 2 \ \forall m}$

b) $|A^{20}| = |A|^{20} = 0^{20} = 0$

c) $\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 4 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \end{array}\right) \underset{\substack{-2F_2+F_1 \\ -2F_3+F_1}}{\longleftrightarrow} \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 8 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \end{array}\right)$

Solución:

$\boxed{\begin{array}{l} z = \lambda \\ y = -3/4\,\lambda \\ x = 2(-3/4\,\lambda) + \lambda = -\lambda/2 \end{array}}$

d) $\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 4 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \end{array}\right) \underset{\substack{-2F_2+F_1 \\ -2F_3+F_1}}{\longleftrightarrow} \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 4 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \underset{F_1-F_2}{\longleftrightarrow} \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & -2 \end{array}\right) \longleftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{array}\right)$ $\boxed{\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ y = \frac{-1-\lambda}{2} \\ z = \lambda \end{array}\right\} \text{Sol}}$

(2) a) $\text{Dom} f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

b) $f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2} > 0 \ \forall x \in \text{Dom} f$ $\boxed{f \text{ creciente en } (-\infty,-1) \text{ y en } (-1,1) \text{ y en } (1,+\infty)}$

c) $\int_{-1/2}^{1/2} |f| = \int_{-1/2}^{1/2} \left|\frac{x-3}{x+1}\right| dx = \int_{-1/2}^{1/2} \left|1 - \frac{4}{x+1}\right| dx = \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{4}{x+1} - 1\right) dx = 4\ln(x+1) - x \Big]_{-\frac{1}{2}}^{1/2} = 4\ln 3 - 1$

$1 - \frac{4}{x+1} \leq 0$ en $[-1/2, 1/2]$

(3) a) $(1+2\lambda) + \lambda = 1 \Leftrightarrow 3\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = 0$ $\boxed{\text{Se cortan en } (1,0,0)}$

$\vec{v}_r = (2,1,1)$ $\vec{v}_s = (-1,1,1)$ $\left(\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -\vec{i} + \vec{k} + \vec{j} = (-1,1,1) \right)$

$0 = 2(-1) + 1\cdot 1 + 1 \cdot 1 = \langle \vec{v}_r, \vec{v}_s \rangle = \|\vec{v}_r\| \cdot \|\vec{v}_s\| \cos(\underbrace{\widehat{\vec{v}_r, \vec{v}_s}}_{\alpha}) \Rightarrow \cos\alpha = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = \pi/2}$

b) $\vec{v}_r \times \vec{v}_s = (0,-3,3)$ $\left(\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} + \vec{k} - \vec{i} - 2\vec{j} = (0,-3,3) \right)$

$\boxed{\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ y = -\lambda \\ z = \lambda \end{array}\right\}}$

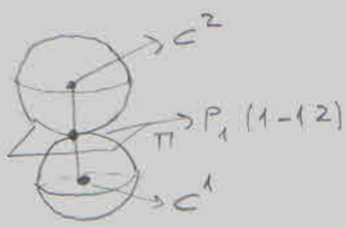
(4) $\overrightarrow{P_1P_2} = (1,-2,-2)$ $\overrightarrow{P_1P_3} = (2,2,0)$ $\pi: \begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-2 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$

a)

$\boxed{\pi: 2x - 2y + 3z - 10 = 0}$

b) $\boxed{\left.\begin{array}{l} x = 1 + 2\lambda \\ y = -1 - 2\lambda \\ z = 2 + 3\lambda \end{array}\right\}}$

c) $r^2 = 17$



Ecuación esfera de centro $c(c_1 c_2 c_3)$ y radio $\sqrt{17}$: $\boxed{(x-c_1)^2 + (y-c_2)^2 + (z-c_3)^2 = 17}$

$(1-c_1, -1-c_2, 2-c_3) = \overrightarrow{cP_1} = \alpha(2,-2,3) \Rightarrow 17 = \|\overrightarrow{cP_1}\|^2 = \alpha^2(4+4+9) = 17\alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 = 1$

$\Rightarrow \alpha = \pm 1 \Rightarrow c_1 = 1 - 2(\pm 1)$, $c_2 = -1 + 2(\pm 1)$ $c_3 = 2 - 3(\pm 1)$

$\boxed{\begin{array}{l} c^1 = (1-2, -1+2, 2-3) = (-1,1,-1) \\ c^2 = (1+2, -1-2, 2+3) = (3,-3,5) \end{array}}$ $\boxed{\begin{array}{l} (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 17 \\ (x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-5)^2 = 17 \end{array}}$

OPCIÓN B

1)

$V_r=(-2,1,-1)$ $\left(\begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} = -3\vec i-\vec j-\vec k-\vec k-\vec i+3\vec j=(-4,2,-2) \right)$

a) $V_s=(0,0,1)$ $\left(\begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \vec k=(0,0,1) \right)$

Como V_r y V_s son l.I y el sistema $\left\{ \begin{matrix} r \\ s \end{matrix} \right.$ es incompatible se deduce que $\boxed{r, s \text{ se cruzan}}$.

Sean $P(1,3,0)\in r$ y $Q(2,-3,0)\in s$; $\vec{PQ}=(1,-6,0)$

$$d(r,s)=\frac{\left| \begin{vmatrix} 1 & -6 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \right|}{\|V_r\times V_s\|}=\boxed{\frac{11}{\sqrt5}} \qquad \left(V_r\times V_s=\begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=\vec i+2\vec j=(1,2,0) \right)$$

$\|V_r\times V_s\|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt5$

b) Sea $R\in r$ $\quad \vec{RP}=(1-(1+2\lambda),\ 2-(3-\lambda),\ -1-\lambda)=(-2\lambda,\ -1+\lambda,\ -1-\lambda)$ $\quad \left(r: \begin{matrix} x=1+2\lambda \\ y=3-\lambda \\ z=\lambda \end{matrix} \right)$

$\vec{RP}\perp(-2,1,-1) \iff (-2\lambda)(-2)+(-1+\lambda)\cdot 1+(-1-\lambda)\cdot(-1)=0 \iff \dots \iff \lambda=0$

Así $R(1,3,0)=\frac{P+P'}{2}=\frac{(1+x,\ 2+y,\ -1+z)}{2}$ $\quad (P'(xyz)) \implies \boxed{P'(1,4,1)}$

c) $\underbrace{XY}_{\pi_1}: z=0$ $\qquad \underbrace{YZ}_{\pi_2}: x=0$

$$\frac{|\lambda|}{1}=d(\underbrace{(1+2\lambda,\ 3-\lambda,\ \lambda)}_{\text{pto genérico de } r},\pi_1)=d((1+2\lambda,3-\lambda,\lambda),\pi_2)=\frac{|1+2\lambda|}{1}$$

$\iff |\lambda|=|1+2\lambda| \iff \lambda=1+2\lambda$ ó $\lambda=-1-2\lambda \iff \lambda=-1$ ó $\lambda=-1/3$ $\quad \boxed{\begin{matrix} (-1,4,-1) \\ (1/3,\ 10/3,\ -1/3) \end{matrix}}$

2)

a) $$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+\operatorname{sen}x}-\sqrt{1-\operatorname{sen}x}}{x}\overset{(x \text{ conjugado})}{=}\lim_{x\to0}\frac{(1+\operatorname{sen}x)-(1-\operatorname{sen}x)}{(\sqrt{1+\operatorname{sen}x}+\sqrt{1-\operatorname{sen}x})\,x}=\lim_{x\to0}\frac{2\operatorname{sen}x}{(\sqrt{1+\operatorname{sen}x}+\sqrt{1-\operatorname{sen}x})\,x}=$$

$$=\underbrace{\lim_{x\to0}\frac{\operatorname{sen}x}{x}}_{1}\cdot\underbrace{\lim_{x\to0}\frac{2}{(\sqrt{1+\operatorname{sen}x}+\sqrt{1-\operatorname{sen}x})}}_{1}=1$$

b) $\int(3x+5)\cos x\,dx=(3x+5)\operatorname{sen}x-\int 3\operatorname{sen}x\,dx=\boxed{(3x+5)\operatorname{sen}x+3\cos x+K}$

$\cos x=dv \quad v=\operatorname{sen}x$
$3x+5=u \quad du=3$

c) $f'(x)=\frac{e^x(1-x)}{x^2}$

$\left.\begin{matrix} f'(x)>0 \iff x\in(-\infty,1) \implies f \text{ creciente en } (-\infty,0) \text{ y } (0,1) \\ f'(x)<0 \iff x\in(1,+\infty) \implies f \text{ decreciente en } (1,+\infty) \end{matrix}\right\} \overset{f'(1)=0}{\implies} x=1$ máximo local

3)

a) Restando a la 1ª ec la 2ª queda $\left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\right)Y=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ó $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}Y=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Como $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ resulta $Y=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}=Y}$ y $X=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}=X}$

b) $Z^2\cdot3\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}Z^{-1}=3\cdot Z^2\cdot Z^{-1}=3Z(Z\cdot Z^{-1})=3Z$; así $3Z=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\implies\boxed{Z=\begin{pmatrix} 1/3 & 1 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}}$

4)

a) $\begin{pmatrix} m & 1 \\ 1 & m \\ m & m \end{pmatrix}$ $\begin{matrix} F_1 \\ F_2 \end{matrix}\begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix}=m^2-1 \implies m\neq1,-1$ el sist es C.D

Pero además si $m=-1$ el menor $\begin{matrix} F_2 \\ F_3 \end{matrix}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}=-2\neq0$.

$\boxed{\text{El sist es C.D } \forall m\neq1}$ (solución trivial $(0,0)$)

$\boxed{\text{Para } m=1 \text{ es C.I}}$ pues es equivalente a $x+y=0$

b) $\begin{matrix} x=-\lambda \\ y=\lambda \end{matrix}$ $\quad \boxed{\text{Sol } \{(-\lambda,\lambda)\ /\ \lambda\in\mathbb{R}\}}$