

EXAMEN MATEMÁTICAS CCSS PCE MAYO 2018

PREGUNTAS TIPO TEST

1. La opuesta de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Es:

Solución:

$$-A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

La respuesta correcta es la c

2. Una matriz A es escalar si se cumple que es diagonal y los elementos de la diagonal son todos iguales. **Opción b**

3. Dadas las matrices A, de dimensión 4x3, y B de dimensión 3x3, entonces se puede obtener el producto de matrices Ax B. **Opción a**

4. Dada la matriz :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

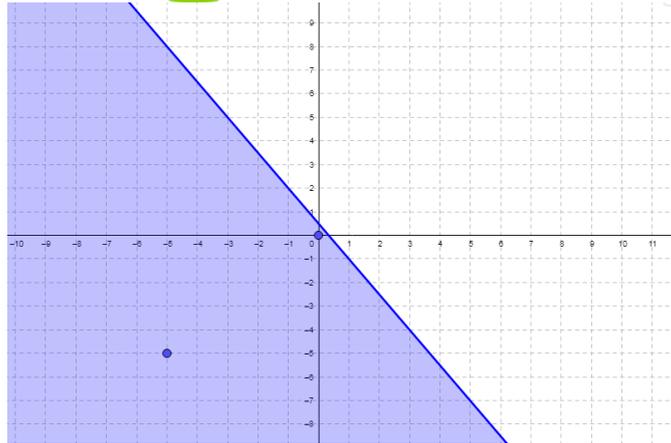
Su inversa es:

Centro de estudios

Luis Vives
Opción correcta es la b

5. Dada la inecuación $2y + 3x + 3 \leq 4$. Una solución es:

Solución:



Ambos puntos son solución. Solución correcta es la c

6. La función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 2 \\ 3, & x \geq 2 \end{cases}$ es continua en $x=2$:

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 - 1 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 3 = 3$$

$$f(3) = 3$$

Opción correcta: b

7. La función $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ no tiene mínimos.

Solución:

Calculo su derivada:

$$f'(x) = \frac{2x(x+1) - x^2}{(x+1)^2} = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$$

La derivada se anula en: $x(x+2) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = -2$

Hacemos la $f''(x) =$

$$= \frac{(2x+2)(x+1)^2 - (x^2+2x)(2x+2)}{(x+1)^4} = \frac{2(x+1)^3 - 2x^2 + 4x(x+1)}{(x+1)^4} = \frac{2(x+1)^2 - (2x^2 + 4x)}{(x+1)^3} = \frac{2}{(x+1)^3}$$

Calculamos el valor de $f''(0)$ solo porque $x = -1$ no es un punto crítico

$f''(0) = 2 > 0 \rightarrow$ en $x = 0$ hay un mínimo. **Opción b correcta**

8. $\int \left(\frac{5x^3 + 5x^2}{x^2} \right) dx = \int (5x + 5) dx = \frac{5x^2}{2} + 5x + C$

Opción correcta: b

9. El intervalo de confianza para la media muestral dada por $IC = \left(\bar{X} \pm Z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$ podemos afirmar que el error máximo admisible viene dado por:

Solución: $Z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ **Respuesta correcta: a**

10. La duración de un tipo de batería tiene un tipo de distribución normal con $\mu = 55$ y $\sigma = 6$ horas. El intervalo característico correspondiente a la probabilidad $p=0.95$ viene dado por:

Solución: (43'24, 66'76). **Respuesta correcta: b**

PROBLEMAS

1. Se considera la función:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$$

Solución:

$$Dom f(x) = R \setminus \{x^2 - 9 = 0\} = R \setminus \{3, -3\}$$

- Asíntotas:
 - Asíntotas horizontales:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2 - 9} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2 - 9} = 0$$

Hay una asíntota horizontal en $y = 0$

- *Asíntotas verticales:*

Nos planteamos las asíntotas verticales cuando el denominador se anula, es decir en $x=3$ y en $x=-3$:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2 - 9} = \infty$$

Calculemos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x^2 - 9} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x^2 - 9} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{x^2 - 9} = \infty$$

Calculemos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{1}{x^2 - 9} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{1}{x^2 - 9} = +\infty$$

Asíntotas verticales en $x = 3$; $x = -3$

- *Asíntotas oblicuas:*

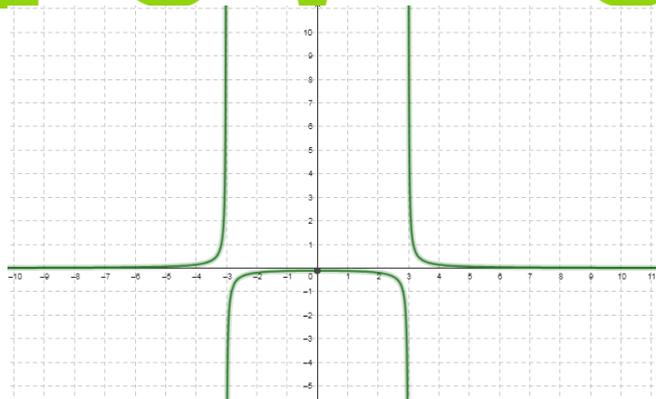
Hay asíntota horizontal y por tanto no hay asíntotas oblicuas.

- *Monotonía de la función:*

$$f'(x) = \frac{2x}{(x^2 - 9)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

La función crece de $(-\infty, 0)$ y decrece de $(0, \infty)$.

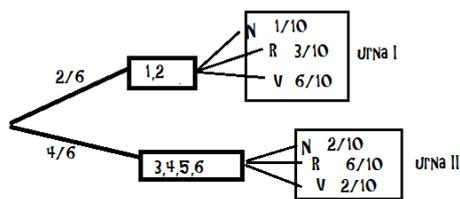


2. Para realizar un experimento tenemos dos urnas. La urna I tiene 1 bola negra, 3 rojas y 6 verdes mientras que la urna II tiene 2 bolas negras, 6 rojas y 2 verdes. Lanzamos un dado equilibrado. Si sale 1 o 2 extraemos una bola de la urna I y si sale 3, 4, 5 ó 6 extraemos una bola de la urna II.

- Hallar la probabilidad de que la bola extraída sea verde.
- Si sabemos que, finalmente se ha extraído una bola roja ¿Cuál es la probabilidad de que se haya extraído de la urna II?

Solución.

Si hacemos el diagrama en árbol, nos será más fácil calcular las probabilidades que nos piden:



a.

$$P(V) = P(V|I) + P(V|II) = 2\left(\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{10}\right) + 4\left(\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{10}\right) = \frac{1}{3}$$

b.

Centro de estudios
Luis Vives

$$P(II|R) = \frac{P(R \cap II)}{P(R)} = \frac{4\left(\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{10}\right)}{\frac{6}{10} + \frac{4}{10}} = \frac{4}{9}$$

$$P(R) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$$

$$P(II|R) = \frac{P(R \cap II)}{P(R)} = \frac{\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{5}$$